Assam Academy of Mathematics
Assam Mathematics Olympiad 2026
Category III (Classes IX - XI)
30th August 2026

Full marks : 100 Time : 3 hours

There are 18 questions. Questions 1 to 5 carry 2 marks each. Questions 6 to 13 carry 5 marks each. Questions 14 to 18 carry 10 marks each. Calculators or any other electronic or digital devices are strictly prohibited.

ইয়াত 18 টা প্ৰশ্ন আছে। 1 ৰ পৰা 5 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 2 নম্বৰকৈ আছে। 6 ৰ পৰা 13 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 5 নম্বৰকৈ আছে। আৰু 14 ৰ পৰা 18 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 10 নম্বৰকৈ আছে। কেলকুলেটৰ বা অন্য কোনো বৈদ্যুতিক বা ডিজিটেল সঁজুলি সম্পূৰ্ণৰূপে নিষিদ্ধ।

1. A student is writing all possible four digit "coloured numbers" using either red pen or blue pen for each digit. Two coloured numbers are distinct if either their numerical values are different or their colour patterns are different. How many distinct four digit coloured numbers exist ?

   এজন ছাত্ৰই এনেকুৱা চাৰিটা অংকবিশিষ্ট সকলোবোৰ সম্ভৱপৰ "ৰঙীণ সংখ্যা" লিখি আছে যাৰ প্ৰতিটো অংক ৰঙা অথবা নীলা কলমেৰে লিখা হয়। দুটা ৰঙীণ সংখ্যাক পৃথক পৃথক বুলি কোৱা হব যদিহে সিঁহতৰ সাংখ্যিক মান বেলেগ বেলেগ হয় অথবা সিঁহতৰ ৰঙৰ আৰ্হিসমূহ বেলেগ বেলেগ হয়। এনেকুৱা চাৰি অংকবিশিষ্ট কিমানটা পৃথক ৰঙীণ সংখ্যা থাকিব নিৰ্ণয় কৰা।

2. A student claims to have found four consecutive positive integers whose product is 49444944. Justify if the claim is true or false ?

   এগৰাকী শিক্ষাৰ্থীয়ে এনেকুৱা চাৰিটা ক্ৰমিক অখণ্ড ধনাত্মক সংখ্যা বিচাৰি পোৱা বুলি দাবী কৰিছে যাৰ পূৰণফল 49444944। তেওঁৰ দাবীটোৰ সত্যাসত্যতা নিৰূপণ কৰা।

3. A play arena for kids is being filled with balls of red, blue and green colours. What is the smallest number of balls that should be placed in the arena, without looking at the colours, in order to guarantee that either there are at least 21 red balls or at least 31 blue balls or at least 26 green balls ?

   শিশু ক্ৰীড়াংগন এখন ৰঙা, নীলা আৰু সেউজীয়া ৰঙৰ বলেৰে সজাই তোলা হৈছে। বলৰ ৰঙসমূহ নোচোৱাকৈ কেইটামান বল তাতে ৰখা হ'ল। ন্যূনতম কিমানটা বল ক্ৰীড়াংগনখনত ৰাখিলে এয়া নিশ্চিত হ'ব যে তাত অন্ততঃ 21 টা ৰঙা বল অথবা অন্ততঃ 31 টা নীলা বল অথবা অন্ততঃ 26 টা সেউজীয়া বল থাকিব ?

4. Let a, b, c be integers and suppose that all the roots of the equation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ are integers. If the sum of the roots is 2026 and the absolute value of their product is also 2026, find all possible roots.

   ধৰা হ'ল, a,b,c তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ সমীকৰণটোৰ সকলো মূল অখণ্ড সংখ্যা। যদি মূলসমূহৰ যোগফল 2026 আৰু মূলসমূহৰ পূৰণফলৰ পৰম মানো 2026 হয়, তেন্তে সম্ভৱপৰ সকলো মূল নিৰ্ণয় কৰা।

5. If $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$ are roots of the equation $x^{10} + x^2 + 1 = 0$ show that

   $(1 + |a_1|)(1 + |a_2|)\ldots(1 + |a_{10}|) > 1021.$

   যদি $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$ এইকেইটা $x^{10} + x^2 + 1 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূল হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

   $(1 + |a_1|)(1 + |a_2|)\ldots(1 + |a_{10}|) > 1021.$

6. Can there be a convex pentagon such that the sum of the lengths of its diagonals is 50 cm and the perimeter is 53 cm ? Justify your answer.

   এনেকুৱা এটা উত্তল পঞ্চভুজ থাকিব পাৰেনে যাৰ কৰ্ণসমূহৰ দৈৰ্ঘ্যৰ যোগফল 50 চেমি আৰু পৰিসীমা 53 চেমি? তোমাৰ উত্তৰটোৰ যুক্তিযুক্ততা বিচাৰ কৰা।

7. Show that 1280000401 is a composite number.

দেখুওৱা যে 1280000401 সংখ্যাটো এটা যৌগিক সংখ্যা।

8. Can you find integers x, y, z such that $x^3 - xyz = -1, y^3 - xyz = -2$ and $z^3 - xyz = -15$? Justify your answer.

এনেকুৱা তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা x, y, z বিচাৰি উলিয়াব পৰা যাবনে যাতে $x^3 - xyz = -1, y^3 - xyz = -2$ আৰু $z^3 - xyz = -15$? তোমাৰ সমাধানটোৰ যুক্তিযুক্ততা বিচাৰ কৰা।

9. How many three digit positive integers are there such that the three digits of every integer, taken from left to right, form an arithmetic progression ?

তিনিটা অংকবিশিষ্ট এনেকুৱা কিমানটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পোৱা যাব যাতে প্ৰতিটো অখণ্ড সংখ্যাৰ তিনিওটা অংকই, বাওঁফালৰ পৰা সোঁফাললৈ, একোটা সমান্তৰ অনুক্ৰম গঠন কৰে?

10. Let $p(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ be a polynomial where a, b, c are odd integers. Let p_i denote the value of $p(x)$ at $x = i$. If $(p_1 + p_2 + p_3)(p_1p_2 + p_2p_3 + p_3p_1) = p_1p_2p_3$, find the value of $3p_2 - 2p_1 + p_0$.

ধৰা হ'ল, $p(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ এটা বহুপদ যাতে a, b, c তিনিটা অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা। ধৰা হ'ল, p_i য়ে $x = i$ ত $p(x)$ ৰ মানটোক সূচায়। যদি $(p_1+p_2+p_3)(p_1p_2+p_2p_3+p_3p_1) = p_1p_2p_3$, তেন্তে $3p_2 - 2p_1 + p_0$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

11. In ΔABC, D is a point on AB such that $CD \perp AB$, $CD = 6$ cm and the radii of the incircles of ΔACD and ΔBCD are 2 cm and 1 cm respectively. Find the area of ΔABC.

ΔABC ত D হৈছে AB ৰ ওপৰত থকা এটা বিন্দু যাতে $CD \perp AB$, $CD = 6$ চেমি আৰু ΔACD আৰু ΔBCD ৰ অন্তৰ্বৃত্ত দুটাৰ ব্যসাৰ্ধ সমূহ হৈছে যথাক্ৰমে 2 চেমি আৰু 1 চেমি। ΔABC ৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

12. Find a four digit number of the form $abcd$ such that $4 \times abcd = dcba$. How many such four digit numbers are there ?

এনেকুৱা এটা চাৰি অংকবিশিষ্ট সংখ্যা $abcd$ নিৰ্ণয় কৰা যাতে $4 \times abcd = dcba$। এনেকুৱা মুঠ কিমানটা চাৰি অংকবিশিষ্ট সংখ্যা থাকিব?

13. A 23×23 square floor is completely tiled by $1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3$ tiles. What is the minimum number of 1×1 tiles required for this ?

এখন 23×23 আকাৰৰ বৰ্গাকৃতিৰ মজিয়া $1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3$ আকাৰৰ বৰ্গাকৃতিৰ টাইলচেৰে সম্পূৰ্ণৰূপে সজাই তোলা হ'ল। এই কামটোৰ বাবে ন্যূনতম কিমানখন 1×1 আকাৰৰ টাইলচ লাগিব?

14. Find all real values of p for which the equation $\sqrt{x^2 - p} + 2\sqrt{x^2 - 1} = x$ has real solutions.

p ৰ আটাইবোৰ বাস্তৱ মান নিৰ্ণয় কৰা যাৰ বাবে $\sqrt{x^2 - p} + 2\sqrt{x^2 - 1} = x$ সমীকৰণটোৰ বাস্তৱ সমাধান থাকে।

15. In a finite sequence of real numbers, the sum of any consecutive 5 terms is negative and the sum of any consecutive 7 terms is positive. What is the maximum possible number of terms of such a sequence. Construct such a sequence of maximum possible terms.

বাস্তৱ সংখ্যাৰ সসীম অনুক্ৰম এটাত, যিকোনো ক্ৰমিক 5 টা পদৰ যোগফল ঋণাত্মক আৰু যিকোনো ক্ৰমিক 7 টা পদৰ যোগফল ধনাত্মক। এনেকুৱা এটা অনুক্ৰমত থাকিব পৰা সম্ভৱপৰ সৰ্বোচ্চ পদৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা। তেনেকুৱা সৰ্বোচ্চ সংখ্যক পদযুক্ত এটা অনুক্ৰম লিখি উলিওৱা।

16. In $\triangle ABC$, we have $AB = AC$. A circle is tangent internally to the circumcircle of the triangle and also to the sides AB and AC at T, P, Q respectively. Prove that

(a) A and T are collinear with the centres of the two circles.

(b) the mid-point of PQ is the centre of the incircle of $\triangle ABC$.

$\triangle ABC$ ৰ, দিয়া আছে $AB = AC$। এই ত্ৰিভুজটোৰ পৰিবৃত্তটোক আৰু AB আৰু AC বাহু দুটাক আন এটা বৃত্তই অভ্যন্তৰীণভাৱে ক্ৰমে T, P আৰু Q বিন্দুত স্পৰ্শ কৰি আছে।

প্ৰমাণ কৰা যে

(a) A আৰু T বিন্দুদুটা আগৰ বৃত্তদুটাৰ কেন্দ্ৰৰ সৈতে একেৰেখীয়।

(b) PQ ৰেখাখণ্ডৰ মধ্যবিন্দুটোৱেই $\triangle ABC$ৰ অন্তৰ্বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ।

17. For $n \in \mathbf{N}$, let $p(n)$ denote the product of the digits of n. Consider the numbers n having at most three digits and all digits prime. How many of these have the property $p(p(n)) \neq 0$?

ধৰা হ'ল, যিকোনো $n \in \mathbf{N}$ ৰ বাবে, $p(n)$ য়ে n ৰ অংককেইটাৰ পূৰণফলক সূচায়। এনেকুৱা আটাইবোৰ সংখ্যা n বিবেচনা কৰা যাৰ অতি বেছি তিনিটা অংক থাকে আৰু আটাইকেইটা অংক মৌলিক। ইয়াৰে কিমানটা সংখ্যাই $p(p(n)) \neq 0$ এই চৰ্তটো সিদ্ধ কৰে?

18. Consider functions $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ such that $f(n)|f(m)$ whenever $n|m$ and $f(n)$ is prime whenever n is composite. Given that $gcd(f(61), f(74)) = 1$, find $f(6174)$ when f is such that $\sum_{d|6174} f(d)$ is of four digits and the least possible. The summation runs over all the positive divisors of 6174.

এনেকুৱা আটাইবোৰ ফলন $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ বিবেচনা কৰা যাতে $n|m$ হ'লে $f(n)|f(m)$ হয় আৰু n এটা যৌগিক সংখ্যা হ'লে $f(n)$ এটা মৌলিক সংখ্যা হয়। দিয়া আছে, গসাউ$(f(61), f(74)) = 1$ । তেন্তে $f(6174)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাতে $\sum_{d|6174} f(d)$ এই যোগফলটো চাৰি অংকবিশিষ্ট আৰু সৰ্বনিম্ন হয়। মন কৰিবা এই যোগফলটো 6174 ৰ আটাইবোৰ ধনাত্মক উৎপাদকৰ ওপৰত বিবেচনা কৰা হৈছে।