Assam Academy of Mathematics
Assam Mathematics Olympiad 2024
Category I (Classes V - VI)
1st September 2024

Full marks : 100 Time : 3 hours

There are 18 questions. Questions 1 to 5 carry 2 marks each. Questions 6 to 13 carry 5 marks each. Questions 14 to 18 carry 10 marks each.

ইয়াত 18 টা প্ৰশ্ন আছে। 1 ৰ পৰা 5 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 2 নম্বৰকৈ আছে। 6 ৰ পৰা 13 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 5 নম্বৰকৈ আছে। আৰু 14 ৰ পৰা 18 লৈ প্ৰতিটো প্ৰশ্নত 10 নম্বৰকৈ আছে।

There may be various other ways of solutions than those shown here. Queries or suggestions regarding the solutions can be mailed to mail@aamonline.in

ইয়াত দেখুওৱা ধৰণবিলাকৰ বাহিৰেও প্ৰশ্নবোৰৰ সমাধানৰ আন বিভিন্ন উপায় থাকিব পাৰে। সমাধানবোৰৰ বিষয়ে কিবা প্ৰশ্ন বা পৰামৰ্শ থাকিলে mail@aamonline.in লৈ মেইল কৰিব পাৰে।

---

1. How many even numbers are there from 2024 to 9999 ?

   2024 পৰা 9999 লৈ কিমানটা যুগ্ম সংখ্যা আছে?

   Ans : There are $9999 - 2024 + 1 = 7976$ from 2024 to 9999. Half of them are even. So, there are 3988 even numbers.

2. A container has 6 litres 550 ml of milk. How many glasses, each of 25 ml capacity, can be filled with it?

   এটা পাত্ৰত 6 litres 550 ml গাখীৰ আছে। সেইখিনি গাখীৰেৰে 25 ml কিমানটা গিলাচ পূৰাব পৰা যাব?

   Ans : Total milk = 6000+550=6550 ml. Number of glasses = 6550/25=262.

3. Find the greatest number that divides each of the numbers 3232, 4848, 6464 and 8080.

   3232, 4848, 6464 আৰু 8080 সংখ্যাকেইটাক সম্পূৰ্ণৰূপে বিভাজ্য কৰা আটাইতকৈ ডাঙৰ সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

   Ans : $3232 = 2^5 \times 101$, $4848 = 2^4 \times 3 \times 101$, $6464 = 2^6 \times 101$ and $8080 = 2^4 \times 5 \times 101$. So, greatest common divisor is $2^4 \times 101 = 1616$.

4. You are given the number 194720241987. Construct the largest and smallest possible numbers of 7 digits by crossing out the digits as necessary without disturbing the order of the digits.

   তোমাক 194720241987 সংখ্যাটো দিয়া হৈছে। সংখ্যাটোত থকা অংকসমূহৰ ক্ৰম সলনি নকৰাকৈ প্ৰয়োজনসাপেক্ষে কিছুমান সংখ্যা কাটি দি তাৰ পৰা 7 টা অংকবিশিষ্ট সম্ভৱপৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ আৰু আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা দুটা গঠন কৰা।

   Ans : Largest possible number of 7 digits is 9741987 and smallest possible number of 7 digits is 1021987.

5. What fraction of a clockwise revolution does the hour hand of a clock turn through from 4 pm to 9 pm ?

   আবেলি 4 বজাৰ পৰা ৰাতি 9 বজালৈ ঘূৰোতে ঘণ্টাৰ কাঁটাডালে ঘড়ীৰ এক সম্পূৰ্ণ ঘূৰ্ণনৰ কিমান অংশ অতিক্ৰম কৰে?

   Ans : The hour hand turns 1/12 fraction of a revolution each hour. Thus from 4 pm to 9 pm, it turns 5/12 of a complete revolution.

6. Find the smallest perfect square that is greater than 2024 and the largest perfect square that is less than 2024.

এনেকুৱা আটাইতকৈ সৰু বৰ্গ সংখ্যাটো বিচাৰি উলিওৱা যিটো 2024 তকৈ ডাঙৰ আৰু এনেকুৱা আটাইতকৈ ডাঙৰ বৰ্গ সংখ্যাটো বিচাৰি উলিওৱা যিটো 2024 তকৈ সৰু।

Ans : Observe that $45^2 = 2025$ and $44^2 = 1936$. So the smallest perfect square that is greater than 2024 is 2025 and the largest perfect square that is less than 2024 is 1936.

7. Let a, b, c denote three distinct digits from 1 to 9. Then find the values of a, b, c from the following addition:

ধৰা হ'ল a, b, c য়ে 1 ৰ পৰা 9 ৰ ভিতৰৰ তিনিটা পৃথক পৃথক সংখ্যাক সূচায়। তলৰ যোগ অংকটোৰ পৰা a, b, c ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা:

	a	b	c
	a	b	c
+	a	b	c
	c	c	c

Ans : Observe that the the unit digit of $c+c+c$ is c only when $c = 5$. Hence, $abc+abc+abc = 555$ gives $abc = 555/3 = 185$. So, $a = 1, b = 8, c = 5$.

8. The number $2x1y8$ is divisible by 4. What are the possible values of x and y?

$2x1y8$ সংখ্যাটো 4ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ হ'লে x, y ৰ সম্ভৱপৰ মান কি কি হ'ব?

Ans : Since the number is divisible by 4, so the number formed by the last two digits is divisible by 4. Thus, x can be any digit and $y8$ must be divisible by 4. So, the possible values of x are $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ and the possible values of y are $0, 2, 4, 6, 8$.

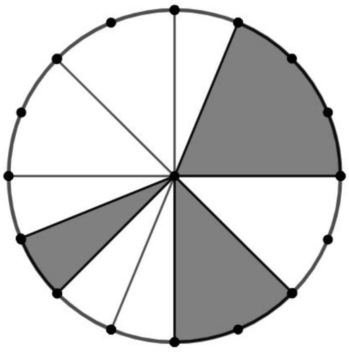
9. Anit can paint a room in 3 days. Tina can paint it in 2 days and 8 hours. How much time, (in days, hours and minutes) will it take to paint the room if they both work together ?

অনিতে এটা কোঠা 3 দিনত ৰং কৰিব পাৰে। টিনাই সেই একে কোঠাটো 2 দিন 8 ঘণ্টাত ৰং কৰিব পাৰে। যদি দুয়োগৰাকীয়ে একেলগে কাম কৰে, তেন্তে সেই কোঠাটোত ৰং কৰিবলৈ দুয়োকে মুঠ কিমান সময় (দিন, ঘন্টা আৰু মিনিট ত) লাগিব?

Ans : In 1 day, Anit does $\frac{1}{3}$ of the painting. Also, 2 days 8 hours = $2 + \frac{8}{24}$ days = $\frac{7}{3}$ days. So, in 1 day, Tina does $\frac{3}{7}$ of the painting. Together they can complete $\frac{1}{3} + \frac{3}{7} = \frac{16}{21}$ of the painting in 1 day. They can complete the work in $\frac{21}{16}$ days i.e. $1\frac{5}{16}$ days i.e. 1 day 7 hours and 30 minutes.

10. Equally spaced points are marked on the circumference of a circle as in the diagram. What part of the circle is the shaded region ?

চিত্ৰটোত দেখুওৱা ধৰণে বৃত্ত এটাৰ পৰিধিত সমদূৰত্বত থকা বিন্দুসমূহ চিহ্নিত কৰা হৈছে। বৃত্তটোৰ কিমান অংশত ৰং দিয়া হৈছে নিৰ্ণয় কৰা।



Ans : The points divide the circle into 16 equal sectors. The three shaded portions add up to $\frac{1}{16} + \frac{2}{16} + \frac{3}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

11. A Ludo die is thrown 40 times and the number that turns up on each throw is noted below :
এটা লুডুগুটি 40বাৰ দলিওৱা হৈছে আৰু প্ৰতিবাৰত প্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যাটো তলত দিয়াধৰণে লিখি ৰখা হৈছে :

1 2 6 3 3 3 4 5 1 2 5 6 6 1 5 4 4 2 4 1

5 6 6 1 2 1 4 5 4 6 5 1 6 2 4 3 4 5 4 6

Represent the data as a table. Find the number that appears

(a) Which number appears the maximum number of times ?
(b) Which number appears the minimum number of times ?
(c) Which numbers appear equal number of times ?

কোনটো সংখ্যা কিমানবাৰ পোৱা গৈছে এই তথ্যখিনি এখন তালিকা আকাৰে উপস্থাপন কৰা। তাৰোপৰি, তলত দিয়াসমূহ নিৰ্ণয় কৰা।

(a) আটাইতকৈ বেছি প্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যা কোনটো?
(b) আটাইতকৈ কম প্ৰাপ্ত হোৱা সংখ্যা কোনটো?
(c) কোনকেইটা সংখ্যা সমান সমানবাৰ প্ৰাপ্ত হৈছে?

Ans : We construct the table of tally marks :

1	𝍸||
2	𝍸
3	||||
4	𝍸||||
5	𝍸||
6	𝍸|||

From the table, it is clear that 4 appears the maximum number of times i.e. 9 times, 3 appears the minimum number of times i.e. 4 times. Also, 1 and 5 appear equal number of times i.e. 7 times each.

12. A park is in the form of a rectangle of width 10 m and length 20 m.

(a) How many bricks of size 25 cm $\times$ 10 cm are required to pave the garden with bricks ?
(b) What is the total cost of bricks if one brick costs Rs. 15 ?

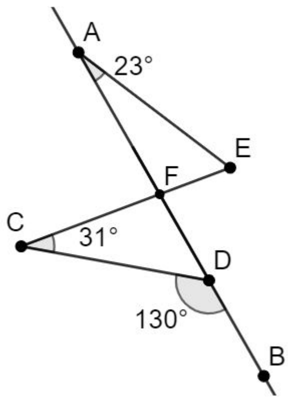
আয়তাকৃতিৰ উদ্যান এখনৰ প্ৰস্থ 10 m আৰু দৈৰ্ঘ্য 20 m।

(a) গোটেই উদ্যানখনত ইটা পাৰি দিবলৈ কিমান ইটা লাগিব যদিহে ইটাসমূহৰ আকাৰ 25 cm × 10 cm হয় ?
(b) গোটেই উদ্যানখনত ইটা পাৰি দিয়াৰ খৰছ কিমান হ'ব যদিহে প্ৰতিটো ইটাৰ খৰছ 15 টকা হয়?

Ans : Area of garden is 200 sq. m. and area of each brick is 250 sq. cm i.e. $\frac{1}{40}$ sq.m. So, number of bricks required is $200 \div \frac{1}{40} = 200 \times 40 = 8000$. The cost of bricks is Rs. 120000.

13. In the following diagram, AB is a straight line segment. Find the values of $\angle CDF$, $\angle CFD$, $\angle AFE$ and $\angle AEF$.

তলৰ চিত্ৰটোত AB এডাল ৰেখাখণ্ড। $\angle CDF$, $\angle CFD$, $\angle AFE$ আৰু $\angle AEF$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।



Ans : $\angle CDF = 180° - 130° = 50°$. Thus, by angle sum property, $\angle CFD = 180° - (31° + 50°) = 99°$. So, the vertically opposite angle $\angle AFE = 99°$.

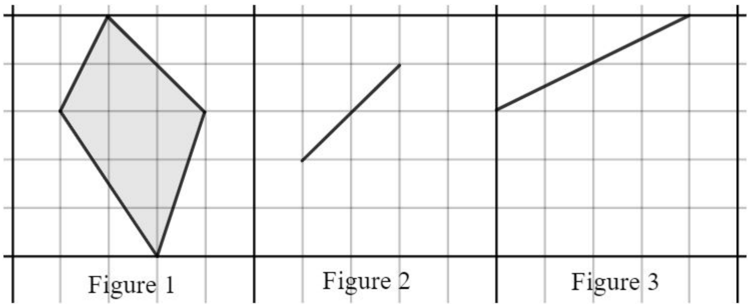
Thus, $\angle AEF = \angle AEC = 180° - (23° + 99°) = 58°$.

14. Each small square in the following grid is of side 1 cm.

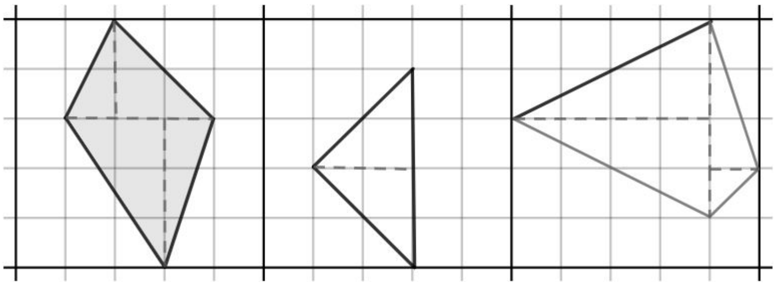
(a) Find the area of the quadrilateral in Figure 1.
(b) Construct a triangle of area 4 sq. cm. in Figure 2 by drawing exactly two more sides.
(c) Construct a quadrilateral of area 10 sq. cm. in Figure 3 by drawing exactly three more sides.

তলৰ চিত্ৰকেইটাত থকা প্ৰতিটো সৰু বৰ্গৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 1 cm।

(a) চিত্ৰ 1 ত থকা চতুৰ্ভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
(b) দুডাল নতুন ৰেখা অংকন কৰি চিত্ৰ 2 ত 4 sq. cm. কালিৰ ত্ৰিভুজ এটা গঠন কৰা।
(c) তিনিডাল নতুন ৰেখা অংকন কৰি চিত্ৰ 3 ত 10 sq. cm. কালিৰ চতুৰ্ভুজ এটা গঠন কৰা।



Ans : Observe the fractions of the rectangles made by the shaded regions separated with dashed lines. Starting from top left clockwise in Figure 1, we have the first area is half of 2 squares, the second area is half of 4 squares, the third is half of 3 squares and the fourth is half of 6 squares. So the total area is $\dfrac{2}{2} + \dfrac{4}{2} + \dfrac{3}{2} + \dfrac{6}{2} = \dfrac{15}{2}$.



In Figure 2, we add two line segments as shown. The required area is thus $\frac{4}{2} + \frac{4}{2} = 4$.

In Figure 3, we add three line segments as shown. The required area is thus $\frac{8}{2} + \frac{8}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 10$.

15. The factors of 3179 are grouped into three pairs of the form (x, y) such that y is a multiple of x. Write all such groupings. For example, one such grouping is $\{(1, 11), (17, 187), (289, 3179)\}$.

 3179ৰ উৎপাদকসমূহ (x, y) আকাৰৰ তিনিটা থূপ ভাগ কৰা হৈছে যাতে y, xৰ গুণিতক হয়। তেনেধৰণৰ সম্ভৱপৰ সকলোবোৰ থূপ লিখি উলিওৱা। উদাহৰণস্বৰূপে, তেনেধৰণৰ এটা থূপ হৈছে $\{(1, 11), (17, 187), (289, 3179)\}$।

 Ans: The factors of 3179 are 1, 11, 17, 187, 289, 3179. All possible arrangements are

 $\{(1, 11), (17, 187), (289, 3179)\}$

 $\{(1, 11), (17, 289), (187, 3179)\}$

 $\{(1, 17), (11, 187), (289, 3179)\}$

 $\{(1, 187), (17, 289), (11, 3179)\}$

 $\{(1, 289), (11, 187), (17, 3179)\}$

 $\{(1, 289), (11, 3179), (17, 289)\}$

 $\{(1, 3179), (11, 187), (17, 289)\}$

16. You are to represent the number 4 as the sum of three non-negative integers in all possible ways and orders using the $+$ symbol, $|$ symbols (tally marks) and 0 wherever required. For example, $1 + 2 + 1 = 4$ can be represented as $| + || + | = 4$, $3 + 0 + 1 = 4$ as $||| + 0 + | = 4$ or $1 + 3 + 0 = 4$ as $| + ||| + 0 = 4$. Write all such possible arrangements to represent 4.

 তোমাক $+$ চিন, $|$ চিন (গণনা চিহ্ন) আৰু প্ৰয়োজন অনুযায়ী 0 ব্যৱহাৰ কৰি সকলো সম্ভৱপৰ ধৰণ আৰু ক্ৰমত 4 সংখ্যাটোক তিনিটা অ-ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিবলৈ দিয়া হৈছে। উদাহৰণস্বৰূপে, $1+2+1 = 4$ ক $| + || + | = 4$ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। একেধৰণে $3 + 0 + 1 = 4$ ক $||| + 0 + | = 4$ বা $1 + 3 + 0 = 4$ ক $| + ||| + 0 = 4$ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। এনেকুৱাধৰণে 4 ক প্ৰকাশ কৰিব পৰা সকলো সম্ভৱপৰ সাজোন লিখি উলিওৱা।

 Ans : There are 15 such arrangements

 $| + | + || = 4$, $| + || + | = 4$, $|| + | + | = 4$

 $0 + | + ||| = 4$, $0 + ||| + | = 4$, $| + 0 + ||| = 4$

 $| + ||| + 0 = 4$, $||| + 0 + | = 4$, $||| + | + 0 = 4$

 $0 + || + || = 4$, $|| + 0 + || = 4$, $|| + || + 0 = 4$

 $0 + 0 + |||| = 4$, $0 + |||| + 0 = 4$, $|||| + 0 + 0 = 4$

17. Suppose there are 3 ways to travel from a place A to another place B and 5 ways to travel from B to C. Also, suppose that there are 2 ways to travel from A to D and 3 ways to travel from D to C. In how many different ways is it possible to travel from

 (a) A to C via B ?

 (b) A to C via D ?

(c) A to C via B or D ?

(d) A to C via B if one of the roads from A to B is closed ?

ধৰা হ'ল A ৰ পৰা B লৈ 3 ধৰণে যাব পাৰি আৰু B ৰ পৰা C লৈ 5 ধৰণে যাব পাৰি। আকৌ, ধৰা হ'ল A ৰ পৰা D লৈ 2 ধৰণে যাব পাৰি আৰু D ৰ পৰা C লৈ 3 ধৰণে যাব পাৰি। তলত দিয়া ঠাইসমূহৰ মাজত কিমান প্ৰকাৰে যাত্ৰা কৰিব পাৰি নিৰ্ণয় কৰা।

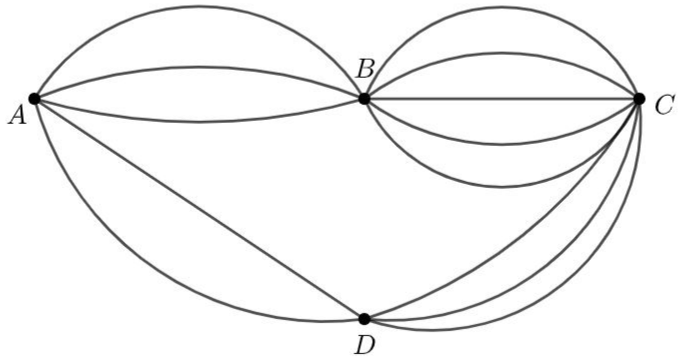
(a) A ৰ পৰা B হৈ C লৈ ?

(b) A ৰ পৰা D হৈ C লৈ ?

(c) A ৰ পৰা B বা D হৈ C লৈ ?

(d) যদি A ৰ পৰা B লৈ যোৱা এটা পথ বন্ধ হৈ থাকে, তেন্তে A ৰ পৰা B হৈ C লৈ ?

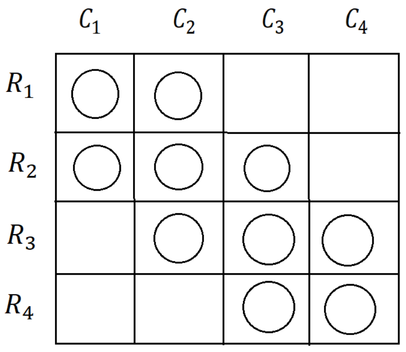
Ans : The following diagram makes it clear :



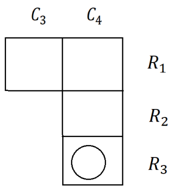
For each way from A to B there are 5 ways from B to C. So, the number of ways to travel from A to C via B is $3 \times 5 = 15$. One may count all the possibilities and verify. Number of ways to travel from A to C via D is $2 \times 3 = 6$. So, number of ways to travel from A to C via B or D is just the total number of ways i.e. $15 + 6 = 21$. If one of the roads from A to B is closed then there are two ways from A to B and 5 ways from B to C. So, the number of ways to travel from A to C via B in this case is $2 \times 5 = 10$.

18. You have a 4×4 square in which 10 circles are drawn as shown in the diagram. How will you cut this square into four equal parts (congruent shapes) so that each part contains $1, 2, 3, 4$ circles respectively ? Here R_1, R_2, R_3, R_4 denotes the first, second, third and fourth rows while C_1, C_2, C_3, C_4 denotes the first, second, third and fourth columns.

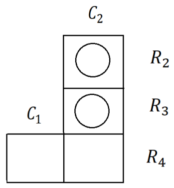
চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে 4×4 বৰ্গ এটাত 10টা বৃত্ত অংকন কৰা হৈছে। এই বৰ্গটোক কেনেকৈ চাৰিটা সমান অংশত (সৰ্বসম আকৃতিৰ) ভাগ কৰিব পৰা যাব যাতে প্ৰতিটো অংশত ক্ৰমে $1, 2, 3, 4$ টা বৃত্ত থাকে। ইয়াত R_1, R_2, R_3, R_4 য়ে প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় আৰু চতুৰ্থ শাৰীক আৰু C_1, C_2, C_3, C_4 য়ে প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় আৰু চতুৰ্থ স্তম্ভক সূচাইছে।



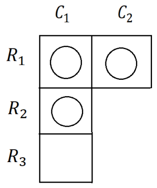
Ans : The squares can be divided into 4 congruent parts as follows:



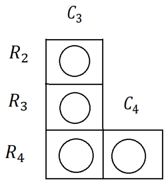
1 circle



2 circles



3 circles



4 circles