

# এটা প্ৰমেয়, এহেজাৰটা প্ৰমাণ

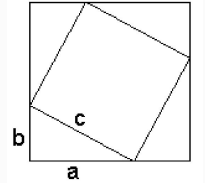
‘গণিত বিকাশ’ৰ পূৰ্বৰ সংখ্যা এটাত লিখিছিলোঁ যে আটাইতকৈ অধিক সংখ্যক ধৰণে প্ৰমাণ হোৱা উপপাদ্যটো হ’ল পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য। গণিতজ্ঞসকলে কেৱল নতুন নতুন উপপাদ্য বা উত্তৰ উলিওৱাৰ কামতে লাগি নাথাকে। পূৰ্বে প্ৰমাণ হোৱা কোনো উপপাদ্যক পৃথক ধৰণে পুনৰ প্ৰমাণ কৰাৰ কামতো তেওঁলোকে প্ৰায়ে মনোনিবেশ কৰে। পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যটো হ’ল— সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ বাকী দুটা বাহুৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান। **ইউক্লিড, লিঅ’নাৰ্ডো দা ভিন্সি** আদিয়ে ইয়াৰ নতুন নতুন প্ৰমাণ দাঙি ধৰিছিল। **আইনষ্টাইনে ১২ বছৰ বয়সত এটা নতুন প্ৰমাণ দিছিল**। আজিৰ পৰা তিনি বছৰ আগতেও এটা নতুন প্ৰমাণ ওলাইছে। এনেদৰে এই উপপাদ্যটো এহেজাৰতকৈয়ো অধিক ধৰণে প্ৰমাণ কৰা হৈছে। ‘Cut the Knot’ শীৰ্ষক গণিত বিষয়ক ৱেবছাইটোত ১২২ টা প্ৰমাণ সন্নিবিষ্ট কৰা আছে [১]। স্কুলীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে বুজিব পৰা চাৰিটা প্ৰমাণ তলত আগবঢ়ালোঁ। তোমালোকে পাছত কেতিয়াবা বাকী প্ৰমাণবোৰত চকু ফুৰাই চাবা। বাকী প্ৰমাণবোৰতো অৱশ্যে বৰ বিশেষ গভীৰ বিষয়-বস্তু জড়িত নহয়। আটাইতকৈ সহজ উপপাদ্যসমূহৰ ভিতৰতো এই উপপাদ্যটোক ৰাখিব পাৰি।

**প্ৰমাণ-১:** ইয়াত আমি একে জোখৰ চাৰিটা সমকোণী ত্ৰিভুজ ল’ম। প্ৰতিটোৰে অতিভুজৰ দৈৰ্ঘ্য  $c$  আৰু বাকী দুটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য  $a$  আৰু  $b$ ।

এই চাৰিওটা ত্ৰিভুজ লৈ, চিত্ৰ ১ ত দেখুওৱাৰ দৰে সজাম। ই আমাক দুটা বৰ্গ দিব। ডাঙৰ বৰ্গটোৰ বাহুৰ দীঘ  $a + b$  আৰু সৰু বৰ্গটোৰ বাহুৰ দীঘ  $c$ । গতিকে, ডাঙৰ বৰ্গটোৰ কালি হ’ব  $(a + b)^2$ ।

ডাঙৰ বৰ্গটো চাৰিটা ত্ৰিভুজ আৰু এটা বৰ্গৰে গঠিত। সিহঁতৰ মুঠ কালি হ’ব  $8 \times \frac{ab}{2} + c^2 = 2ab + c^2$ ।

গতিকে,  $(a + b)^2 = 2ab + c^2$ । সেয়েহে,  $a^2 + b^2 = c^2$ ।



চিত্ৰ - ১

**প্ৰমাণ-২:** এইবাৰ একে জোখৰ দুটা সমকোণী ত্ৰিভুজ ল’ম। প্ৰতিটোৰে অতিভুজৰ দৈৰ্ঘ্য  $c$  আৰু বাকী দুটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য  $a$  আৰু  $b$ । আৰু চিত্ৰ ২ ত দেখুওৱাৰ দৰে সজাম। ইয়াৰ দ্বাৰা আমি এটা ট্ৰেপিজিয়াম পাম।

ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি নিৰ্ণয়ৰ সূত্ৰ হৈছে:

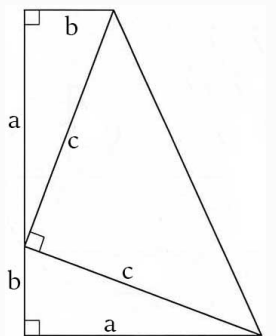
$$\frac{1}{2} \times \text{সমান্তৰাল বাহু দুডালৰ দৈৰ্ঘ্যৰ যোগফল} \times \text{সমান্তৰাল বাহু দুডালৰ দূৰত্ব}।$$

গতিকে, ইয়াত ট্ৰেপিজিয়ামটোৰ কালি হ’ব  $\frac{1}{2} \times (a + b) \times (a + b) = \frac{(a + b)^2}{2}$ । ট্ৰেপিজিয়ামটো

গঠিত হৈছে তিনিটা ত্ৰিভুজেৰে। সিহঁতৰ মুঠ কালি হৈছে  $2 \times \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} = ab + \frac{c^2}{2}$ ।

গতিকে,  $\frac{(a + b)^2}{2} = ab + \frac{c^2}{2}$ । সেয়েহে,  $a^2 + b^2 = c^2$ ।

এই প্ৰমাণটো দিছিল জেমছ গাৰ্ফিল্ডে। তেওঁ পাছলৈ আমেৰিকাৰ বিংশতম ৰাষ্ট্ৰপতি হৈছিলগৈ।



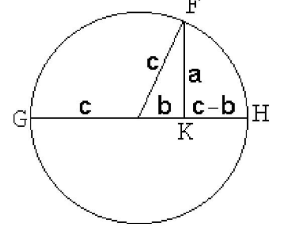
চিত্ৰ - ২

**প্ৰমাণ-৩:** ইয়াত,  $c$  ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্ত অংকন কৰা হ'ল। চিত্ৰ 3 ত দেখুওৱা দৰে এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ অংকন কৰা হ'ল, যাৰ অতিভুজৰ দৈৰ্ঘ্য  $c$  আৰু বাকী দুটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য  $a$  আৰু  $b$ ।

আমি যদি  $GKF$  আৰু  $FKH$  ত্ৰিভুজ দুটা গঠন কৰোঁ, তেন্তে পাম যে দুয়োটা ত্ৰিভুজ সদৃশ। এতিয়া তোমালোকে সদৃশ ত্ৰিভুজৰ কথা জানিব লাগিব। এই দুটা সদৃশ বুলি প্ৰমাণ কৰাটো তেনেই সহজ, প্ৰমাণটো পাঠ্যপুথিত পোৱা যায়।

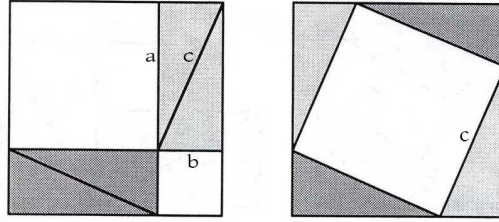
সেইমতে আমি পাম:

$$\begin{aligned} \frac{GK}{KF} &= \frac{FK}{KH} \\ \Rightarrow \frac{c+b}{a} &= \frac{a}{c-b} \\ \Rightarrow a^2 + b^2 &= c^2 \end{aligned}$$



চিত্ৰ - 3

**প্ৰমাণ-৪:** এই প্ৰমাণটোত কেৱল সজোৱা হয়। ইয়াত প্ৰথমে চাৰিটা একে জোখৰ সমকোণী ত্ৰিভুজ লোৱা হৈছে, যাৰ অতিভুজৰ দৈৰ্ঘ্য  $c$  আৰু বাকী দুটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য  $a$  আৰু  $b$ । এতিয়া,  $a + b$  দৈৰ্ঘ্যৰ দুটা বৰ্গ লোৱা হ'ল। তলৰ চিত্ৰত দেখুওৱাৰ দৰে প্ৰথম বৰ্গটোত, ত্ৰিভুজ চাৰিটা সজোৱা হ'ল। চাৰিওটা ত্ৰিভুজ পুনৰ সজাই দ্বিতীয় বৰ্গটোৰ দৰে কৰা হ'ল।



চিত্ৰ - 4

এতিয়া চোৱা। দুয়োটা একে জোখৰ বৰ্গ। আৰু সিহঁত দুয়োটাৰ ভিতৰটো একে জোখৰ চাৰিটা ত্ৰিভুজে দখল কৰি আছে। গতিকে, ত্ৰিভুজসমূহ আঁতৰাই দিলে দুয়োটা বৰ্গৰে যি অংশ বাকী থাকিব, সিহঁত সমান হ'ব। তাৰমানে, চিত্ৰত দেখুওৱা দৰে, প্ৰথমটো বৰ্গৰ ছাঁ নিদিয়া অংশটো আনটো বৰ্গৰ ছাঁ নিদিয়া অংশৰ সৈতে সমান।

এই অংশসমূহৰ কালি স্পষ্টকৈ ওলাই আছে। গতিকে,  $a^2 + b^2 = c^2$ ।

এইটোৱেই হৈছে পাইথাগোৰাছে নিজে দিয়া প্ৰমাণটো। আজি দেখাত তেনেই সহজ। আজি আমি যিমানবোৰ উপপাদ্য জানো সেইবোৰৰ প্ৰায় গোটেইবোৰ সেই সময়ত আৱিষ্কাৰেই হোৱা নাছিল। মাথোঁ কেইটামান উপপাদ্যহে তেওঁলোকৰ দিনত জানিছিল। তেওঁ কেৱল জ্যামিতীয় সাজ-সজ্জা ইফাল-সিফাল কৰি প্ৰমাণটো দিছিল। সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এই বৈশিষ্ট্যটো তেওঁৰ আগতেও বহুতে জানিছিল, কিন্তু সঠিক প্ৰমাণ তেওঁতকৈ আগতে কোনোবাই দিছিল বুলি বুৰঞ্জীবিদসকলে আজিলৈকে জানিবলৈ নাপালে। সেই কাৰণতেই এইটো পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য বুলি জনাজাত হ'ল। প্ৰমাণটো আচলতে পাইথাগোৰাছে দিছিল নে তেওঁৰ শিষ্যসকলে দিছিল তাক লৈয়ো বিভিন্ন চৰ্চা হয়। সেয়েহে ইয়াক আচলতে পাইথাগোৰীয় উপপাদ্য বা পাইথাগোৰীয়সকলৰ উপপাদ্য বুলিহে ক'ব লাগে। ইংৰাজীত ইয়াক কোৱা হয়- Pythagorean theorem বা Pythagoras' theorem (Pythagoras's theorem নহয়)।

### তথ্যসূত্ৰ

[১] <https://www.cut-the-knot.org>