

মস্তিষ্কক জোৰ দিওঁ আহা!

ঋত্বিক প্ৰবীণ কলিতা

৩য় ষাণ্মাসিকৰ ছাত্ৰ, গণিত বিভাগ, ভাৰতীয় প্ৰযুক্তিবিদ্যা প্ৰতিষ্ঠান গুৱাহাটী

শহাপছটোৱে ক'লে, “আহ কাছ, বহু বছৰ ধৰি ককাইতৰ দৌৰ প্ৰতিযোগিতাখনৰ কথাই চলি আহিছে। আজি আমিও দৌৰ লাগোঁ।”

কাছই ভাবিলে যে এইবাৰ ই শহাই মোক হৰোৱা থিৰাং কৰিছে, ইয়াৰ লগত মই দৌৰি ইমান বছৰে চলি অহা ককাৰ নাম নষ্ট কৰিব নোৱাৰোঁ। কাছই মনে মনে থকা দেখি শহাই পুনৰ মাত লগালে, “কি হ'ল কাছ, ভয় খাইছ নেকি? ঠিক আছে, এটা কাম কৰ, তই মোতকৈ ১০ মিটাৰ আগৰ পৰা দৌৰিবি, নে এতিয়াও ভয় কৰিছ?”

কাছই গম পাইছিল যে এইটো শহাৰ বুদ্ধি, কাৰণ যিমান বেগত শহাই দৌৰে, ১০ মিটাৰ পিছৰ পৰা দৌৰিলেও সি সহজে কাছক অতিক্ৰম কৰিব। ইফালে প্ৰত্যাহ্বান নাকচ কৰিলেও লাজৰ কথা। এইবোৰ ভাবিয়ে কাছই অৱশেষত মাত লগালে, “তোৰ লগত দৌৰিবলৈ মোৰ হাতত ইমান সময় নাই, আৰু মই তোৰ ১০ মিটাৰৰ বুদ্ধিটোও বুজি নোপোৱা নহয়। গতিকে দৌৰাৰ পৰিৱৰ্তে মই তোক আন এটা প্ৰত্যাহ্বান দিব খোজোঁ, মই তোক প্ৰমাণ কৰি দিব পাৰিম যে তই ১০ মিটাৰ পিছৰ পৰা দৌৰিলেও, যিমনে বেগত নদৌৰ কয়, জিকিম ময়েই।”

শহাই ভাবিলে যে ই আৰু কি কয়! ই পাহৰি গ'ল নেকি মই কিমান বেগত দৌৰোঁ। শহাই ক'লে, “মই ভাবিছিলোঁ তই লেহেমীয়া, পিছে তইচোন মুৰ্খও।”

কাছই ক'লে, “ইমান যদি আত্মবিশ্বাস তোৰ নিজৰ গণিতৰ ওপৰতো আছে, তেনেহ'লে প্ৰত্যাহ্বান গ্ৰহণ কৰ। যদি মই প্ৰমাণ কৰিব পাৰোঁ তেনেহ'লে এই প্ৰতিযোগিতাৰ বিজেতা মই।”

শহাই এবাৰ গণি চালে। যিমান বেগত সি দৌৰিব পাৰে, ১০ মিটাৰ তেনেই নগণ্য। সেয়ে সি উত্তৰ দিলে, “থিক আছে, দৌৰা নহ'লেও বুদ্ধিৰ প্ৰতিযোগিতাতেই জিকিম আজি। আৰম্ভ কৰ তোৰ প্ৰমাণ।”

তাৰ পিছৰ কথাখিনি চলিল তলত দিয়া ধৰণে:

কাছ: “তই মোতকৈ ১০ মিটাৰ পিছত আছ। গতিকে দৌৰ আৰম্ভ হোৱাৰ পিছত সেই ১০ মিটাৰ অতিক্ৰম কৰিবলৈ তোক এক নিৰ্দিষ্ট সময় লাগিব। ধৰি ল x ছেকেণ্ড?”

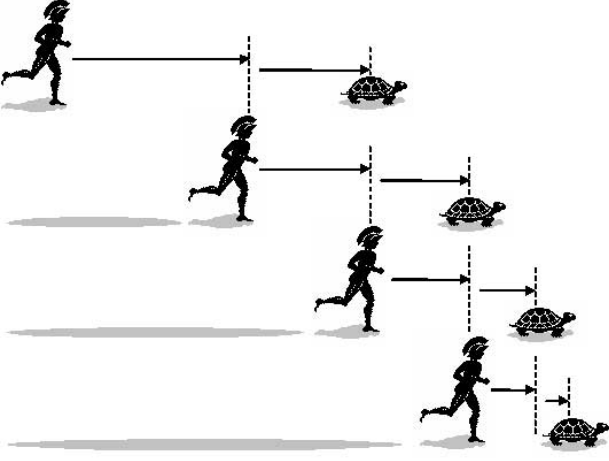
শহা: “নিশ্চয়।”

কাছ: “কিন্তু সেই x ছেকেণ্ডত মই কম বেগত অলপ হ'লেও দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিম?”

শহা: “অ, কৰিবি।”

কাছ: “গতিকে তই মানি ল'বি যে তই মোতকৈ এতিয়াও পিছত আছ। ধৰি ল, আমাৰ মাজৰ নতুন দূৰত্ব ১০ মিটাৰৰ পৰা কমি y মিটাৰ হ'ল। এতিয়া এইখিনি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ তোক অলপ সময় লাগিব, ধৰি ল z ছেকেণ্ড। কিন্তু তই সেইখিনি সময়ত মোৰ স্থান আহি পোৱালৈকে মই আগৰ ঠাইৰ পৰা অলপ হ'লেও দূৰত্ব পুনৰ আগ বাঢ়িম। গতিকে তই যিমান বেগত নদৌৰ কয়, মই সদায় আগত থাকিম।”

শহা মৌন হৈ ৰ'ল, সি ধৰিব নোৱাৰিলে যে এইটো সম্ভৱ কেনেকৈ! ভুলটো ক'ত!



ভাবিলে আমাৰ কাৰণেও আচৰিত। এই সমস্যাটোক জনা যায় জিনোৰ পেৰাডক্স (Zeno's paradox) নামেৰে। পেৰাডক্স হ'ল এনেকুৱা কিছুমান অৰ্থপূৰ্ণ বাক্য যিয়ে নিজৰ অস্তিত্বকেই বিৰোধিতা কৰে। উপৰোক্ত পেৰাডক্সটোৰ আন এটা ৰূপ হ'ল এনেধৰণৰ: এটা ১০ মিটাৰ দৈৰ্ঘ্যৰ কোঠাৰ ইটো মুৰৰ পৰা সিটো মুৰলৈ যাব লাগে; কিন্তু চৰ্ত এই যে প্ৰতিটো স্তৰত অতিক্ৰম কৰিবলৈ বাকী থকা দূৰত্বৰ আধাহে যাব পাৰিব। অৰ্থাৎ, প্ৰথম বাৰত ১০ মিটাৰৰ আধা, ৫ মিটাৰ যাব পাৰিব। ২য় বাৰত (১০ - ৫) মিটাৰ অৰ্থাৎ ৫ মিটাৰৰ আধা, ২.৫ মিটাৰ যাব লাগিব। তাৰ পাছত ১.২৫ মিটাৰ, এনেকৈ যাব লাগিব। গভীৰভাবে ভাবিলে এনেকুৱা লাগে যে আমি কেতিয়াও কোঠাটোৰ সিটো মুৰ গৈ নাপাওঁ। কিন্তু ইয়াৰ আঁৰৰ ৰহস্যটো লুকাই আছে ইয়াৰ গাণিতিক ৰূপতহে। যদিহে আমি অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ববোৰৰ যোগফল লওঁ, যিটো হৈছে:

$$5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{16} + \dots,$$

এইটো হ'ল এটা অসীম পদৰ যোগফল, আৰু ইয়াৰ যোগফলটো হৈছে ১০। অৰ্থাৎ যদিও এনে লাগে যেন কোনো এটা নিৰ্দিষ্ট খোজলৈকে আমি কোঠাটোৰ আনটো মুৰ পাবগৈ নোৱাৰোঁ, কিন্তু অসীম সংখ্যক স্তৰত আমি সেই দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব পাৰোঁ। শহাপহুটোৰ সাধুকথাটোতো একেই ঘটনা ঘটি আছিল। আমি

যদি ধৰি লওঁ শহা আৰু কাছটোৱে মাজপথত নৰয়, তেনেহ'লে এটা সময়ত শহাপহুটোৱে কাছক পিছ পেলাব।

আন এটা এনেকুৱা পেৰাডক্স হৈছে Barber Paradox। এটা এনেকুৱা পৰিস্থিতি ধৰি লোৱা হ'ল য'ত এখন চহৰৰ এজন নাপিতে কেৱল সেইসকল মানুহৰ দাঢ়ি কাটে যিসকলে নিজৰ দাঢ়ি নাকাটে। উক্ত বাক্যটো তেনেই সৰল। কিন্তু জটিল প্ৰশ্নটো হ'ল এইটো যে সেই নাপিতজনে নিজৰ দাঢ়ি কাটে নে নাকাটে! যদিহে ধৰি লোৱা হয় যে তেওঁ নিজৰ দাঢ়ি কাটে, তেনেহ'লে ওপৰৰ উক্তি অনুসাৰে তেওঁ নিজৰ দাঢ়ি নাকাটে। অথচ, যদিহে তেওঁ নিজৰ দাঢ়ি নাকাটেই, তেনেহ'লে আমাৰ assumption মতে তেওঁ নিজৰ দাঢ়ি কাটে! আচৰিত!

এই পেৰাডক্সটো হৈছে আন এটা বিখ্যাত গাণিতিক পেৰাডক্সৰ পৰা উদ্ভূত (derivation), যাক জনা যায় ৰাছেলৰ পেৰাডক্স (Russell's paradox) নামেৰে। ইয়াক প্ৰকাশ কৰে ব্ৰিটিছ গণিতজ্ঞ বাৰ্ট্ৰাণ্ড ৰাছেলে (Bertrand Russell) ১৯০১ চনত। তেওঁ পেৰাডক্সটো ব্যাখ্যা কৰে এনেদৰে:

প্ৰথমে আমি এটা সংহতি R লওঁ আৰু ইয়াক সংজ্ঞায়িত কৰোঁ এনেদৰে যে R ৰ ভিতৰত সেই গোটবোৰৰ সংহতি আছে যিবোৰ নিজৰ ভিতৰত নাই। গাণিতিক ৰূপত:

$$R = \{ \text{সংহতি } S : S \notin S \}.$$

প্ৰশ্নটো হ'ল যে R টো R ৰ ভিতৰত আছে নে নাই? অৰ্থাৎ, $R \in R$ নে $R \notin R$? যদিহে কোনোবাই কয় যে $R \in R$, তেতিয়া আমি যুক্তি দিব পাৰোঁ যে যিহেতু R ত কেৱল সেইবোৰ সংহতিহে আছে যিবোৰ নিজৰ ভিতৰত নাই, গতিকে আমাৰ assumption মতে $R \notin R$ । আৰু যদিহে কোনোবাই কয় যে $R \notin R$, তেতিয়া R ৰ সংজ্ঞা অনুসাৰে $R \in R$ হ'ব।

এনেকুৱা আন বহুতো আমোদজনক পেৰাডক্সেৰে গাণিতিক জগতখন ভৰ্তি হৈ আছে।