গণিতজ্ঞ

জন ভন নয়মেন • অনুবাদ : প্ৰিয়াংকুশ ডেকা

অনুবাদক: অষ্টম ষাণ্মাসিকৰ ছাত্ৰ, যান্ত্ৰিক অভিযান্ত্ৰিক বিভাগ (মেকানিকেল ইঞ্জিনিয়াৰিং বিভাগ), যোৰহাট অভিযান্ত্ৰিক মহাবিদ্যালয়, গড়মূৰ, যোৰহাট-৭৮৫০০৭

কুৰি শতিকাৰ শ্ৰেষ্ঠ গণিতজ্ঞসকলৰ যদি এখন তালিকা প্ৰস্তুত কৰিবলগীয়া হয়, তেন্তে সেই তালিকাখনত প্ৰথমেই নাম আহিবলগীয়া গণিতজ্ঞসকলৰ এগৰাকী হ'ব জন ভন নয়মেন (২৮ ডিচেম্বৰ, ১৯০৩ - ৮ ফেব্ৰুৱাৰী, ১৯৫৭)। অধিকাংশ লোকৰ মতে তেওঁৰ জীৱনকালছোৱাত তেৱেঁই আছিল বিশ্বৰ শ্ৰেষ্ঠতম গণিতজ্ঞ। কিন্তু এগৰাকী গণিতজ্ঞ হিচাপেই তেওঁৰ পৰিচয় সীমাবদ্ধ নহয়। পদাৰ্থবিজ্ঞান, কম্পিউটাৰ বিজ্ঞান, অভিযান্ত্ৰিকী, অৰ্থনীতি আদি বিভিন্ন ক্ষেত্ৰতো তেওঁৰ সমানেই ব্যুৎপত্তি আছিল, আৰু সেইবাবে তেওঁক এগৰাকী সৰ্ববিদ্যাবিশাৰদ (polymath) হিচাপে গণ্য কৰা হৈছিল।

জন ভন নয়মেনৰ জন্ম হৈছিল হাংগেৰীৰ এটা আঢ্যৱন্ত ইহুদী পৰিয়ালত। অসাধাৰণ স্মৃতিশক্তি আৰু মেধাৰ বাবে শৈশৱতে বিস্ময় বালকৰূপে পৰিচিত হোৱা নয়মেনে ত্ৰিশৰ দেওনা পাৰ হোৱাৰ পূৰ্বেই বিশ্বৰ আগশাৰীৰ গণিতজ্ঞ হিচাপে প্ৰতিষ্ঠা লাভ কৰিছিল। বিশুদ্ধ আৰু প্ৰায়োগিক গণিতৰ প্ৰায়বোৰ ক্ষেত্ৰতে তেওঁ উল্লেখনীয় অৱদান আগবঢ়াইছিল। এইসমূহৰ ভিতৰত সংহতি তত্ত্ব, এৰগ'ডিক তত্ত্ব (ergodic theory), সংকাৰক তত্ত্ব (operator theory), জালিকা তত্ত্ব (lattice theory), জ্যামিতি, গাণিতিক পৰিসংখ্যাবিজ্ঞান, আদি বিষয়সমূহত কৰা অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ গৱেষণাৰাজিৰ বাবে তেওঁ সুপৰিচিত।

গাণিতিক গৱেষণাৰাজিক বিভিন্ন ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰত সফলভাৱে প্ৰয়োগ কৰাৰ অপূৰ্ব দক্ষতা আছিল বাবেই তেওঁ কোৱাণ্টাম তত্ত্ব, অৰ্থনীতি, প্ৰতিৰক্ষা, জলগতিবিজ্ঞান, আদি বিভিন্ন ক্ষেত্ৰতো অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ অৱদান আগবঢ়াব পাৰিছিল। কোৱাণ্টাম বিজ্ঞানৰ গাণিতিক ভেটি উন্নয়নৰ বাবে তেওঁ 'rings of operators' ধাৰণাটোৰ সূচনা কৰিছিল, যি পিছলৈ 'ভন নয়মেন বীজগণিত' (Von neumann algebra) নামেৰে পৰিচিত হ'ল। ১৯২৮ চনত নয়মেনে প্ৰকাশ কৰা 'Theory of Parlor Games' শীৰ্ষক গৱেষণা-পত্ৰখন 'খেলতত্ত্ব'ৰ বিকাশৰ বাবে অতি তাৎপৰ্য্যপূৰ্ণ বুলি প্ৰতিপন্ন হৈছিল। দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধৰ সময়ত তেওঁ মানহাট্টান প্ৰকল্পৰ লগতো জড়িত আছিল।

জাৰ্মানীৰ বাৰ্লিন বিশ্ববিদ্যালয় আৰু হেমবাৰ্গ বিশ্ববিদ্যালয়ত অধ্যাপনাৰে কৰ্মজীৱনৰ পাতনি মেলাৰ পিছত ১৯৩০ চনত তেওঁ আমেৰিকাৰ প্ৰিন্সটনত অৱস্থিত 'ইনষ্টিটিউট ফৰ এডভান্সড ষ্টাডি'ত যোগদান কৰিছিল। নাজী বাহিনীৰ আগ্ৰাসনৰ সময়ত অশান্ত-জৰ্জৰ ইউৰোপ ত্যাগ কৰি আমেৰিকালৈ যোৱা ইহুদী গণিতজ্ঞ আৰু বিজ্ঞানীসকলৰ মাজত তেৱোঁ আছিল অন্যতম। জীৱনৰ পৰৱৰ্তী কালছোৱা তেওঁ আমেৰিকাতে কটাইছিল আৰু নাগৰিকত্বও গ্ৰহণ কৰিছিল। ১৯৫৭ চনৰ ৮ ফেব্ৰুৱাৰীত কৰ্কট ৰোগত আক্ৰান্ত হৈ তেওঁৰ মৃত্যু হৈছিল।

জন ভন নয়মেনে তেওঁৰ জীৱনকালত ১৫০ খনতকৈ অধিক গৱেষণা-পত্ৰ প্ৰকাশ কৰিছিল। ইয়াৰে প্ৰায় ৬০ খন বিশুদ্ধ গণিতৰ, ৬০ খন প্ৰায়োগিক গণিতৰ, ২০ খন পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ, আৰু বাকীকেইখন বিশেষ কোনো গাণিতিক বিষয় অথবা আন বিষয়ৰ আছিল। তেওঁৰ প্ৰকাশিত গ্ৰন্থসমূহৰ ভিতৰত Mathematical Foundations of Quantum Mechanics (১৯৩২), Functional Operators (প্ৰথম খণ্ড- ১৯৩৫, দ্বিতীয় খণ্ড- ১৯৫০), Continuous Geometry (১৯৩৬), Theory of Games and Economic Behavior (১৯৪৪), The Computer and the Brain (১৯৫৮), Theory of Self-Reproducing Automata (১৯৬৬) ইত্যাদি উল্লেখনীয়।

'গণিত বিকাশ'ৰ এই সংখ্যাত অনুদিত ভন নয়মেনৰ মূল 'The Mathematician' শীৰ্ষক প্ৰবন্ধটো 'Works of the Mind Vol. I' ত (ইউনিভাৰ্ছিটী অব চিকাগ' প্ৰেছ, চিকাগ', ১৯৪৭) প্ৰকাশ পাইছিল। পিছলৈ এই প্ৰবন্ধটো 'John Von Neumann's Collected Works' গ্ৰন্থতো সন্নিৱিষ্ট হৈছে।

যিকোনো ক্ষেত্ৰতে বৌদ্ধিক চিন্তা-চৰ্চাৰ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে আলোচনা কৰাটো এক কঠিন কাম। আনকি গণিতৰ দৰে যিসমূহ ক্ষেত্ৰ এতিয়াও মানুহৰ সাৰ্বজনীন বৌদ্ধিক চিন্তাৰ কেন্দ্ৰীয় অংশৰ পৰা আঁতৰা নাই, তাতো এই কাম কঠিন। মুঠতে যিকোনো বৌদ্ধিক চিন্তা-চৰ্চাৰ প্ৰকৃতি আলোচনা কৰা কামটোৱেই কঠিন; সেই বিশেষ ক্ষেত্ৰখনত বৌদ্ধিক চিন্তা-চৰ্চা কৰাতকৈয়ো ই কঠিন। উৰাজাহাজ এখনত উঠা, পৰিভ্ৰমণ কৰা বা আনকি নিজেই নিয়ন্ত্ৰণ কৰি চলোৱাতকৈয়ো উৰাজাহাজখনৰ কাৰ্য্যপ্ৰণালী বুজা আৰু ইয়াক ওপৰলৈ তুলি নিয়া আৰু আগুৱাই নিয়া বলসমূহৰ তত্ত্ব বুজাটো বেছি টান। কোনো প্ৰক্ৰিয়া এটাত পূৰ্বে কাম কৰাৰ গভীৰ অভিজ্ঞতা আহৰণ কৰাৰ আগতে, ব্যৱহাৰ কৰাৰ আগতে, আৰু ইয়াক নিজৰ প্ৰবৃত্তিগত আৰু ব্যৱহাৰিক অভ্যাসৰ লগত জীণ নিওৱাৰ আগতে কোনোবাই যে প্ৰক্ৰিয়া এটা বুজি উঠিছে - তেনে ঘটনা বৰ ব্যতিক্ৰম।

গতিকে যেতিয়ালৈকে নেকি এখন ক্ষেত্ৰৰ সৈতে এক উজু, নিয়মীয়া পৰিচয় আছে বুলি আগতীয়াকৈ ধৰি লোৱা নহয়, যিকোনো ক্ষেত্ৰতে বৌদ্ধিক চিন্তাৰ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কীয় কোনোধৰণৰ আলোচনা কৰা কামটোৱেই কঠিন। গণিতৰ ক্ষেত্ৰত এই সীমাবদ্ধতাটো অধিক গুৰুতৰ হৈ পৰে, যদি এই আলোচনা গণিতৰ ব্যৱহাৰ নোহোৱাকৈ কৰিবলগীয়া হয়। তেনেক্ষেত্ৰত এই আলোচনাটোৱে নিশ্চিত ৰূপত কিছুমান বেয়া দিশ প্ৰকট কৰিব, এনে কিছুমান বৈশিষ্ট্য সামৰি ল'ব যিবোৰ সঠিকভাৱে তথ্যভুক্ত কৰিব নোৱাৰি। লগতে এই আলোচনাত কিছু অন্তঃসাৰশূন্য কথা সোমাই পৰাটো অৱধাৰিত।

মই ক'বলৈ ওলোৱা কথাখিনিত থকা এইধৰণৰ সীমাবদ্ধতা সম্পৰ্কে খুব ভালদৰে অৱগত। তাৰ বাবে মই আগতীয়াকৈ ক্ষমা বিচাৰিছোঁ। মই আগবঢ়াবলগীয়া দৃষ্টিভংগীবোৰৰ সৈতে হয়তো বহু গণিতজ্ঞৰ মতবিৰোধ থাকিব, লগতে ইয়াত আপোনালোকে এজন মানুহৰ বৰ বিশেষ প্ৰণালীবদ্ধ নোহোৱা সাঁচ আৰু ব্যাখ্যাহে পাব। মোৰ কথাখিনি কিমান প্ৰাসংগিক হৈছে, সেই সিদ্ধান্ত লোৱাতো মই বিশেষ সহায় কৰিব নোৱাৰিম।

ইমানবোৰ প্ৰতিবন্ধকতা সত্ত্বেও মই স্বীকাৰ কৰিব লাগিব যে গণিতত বৌদ্ধিক প্ৰচেষ্টাৰ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে ক'বলৈ প্ৰয়াস কৰাটো এটা আকৰ্ষণীয় আৰু প্ৰত্যাহ্বানমূলক কাম। মই এটাই আশা কৰিম যে এই কামত মই অতি শোচনীয়ভাৱে ব্যৰ্থ নহওঁ।

মোৰ দৃষ্টিত গণিতৰ সবাতোকৈ বৈশিষ্ট্যপূৰ্ণ গুণ হৈছে প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ সৈতে থকা ইয়াৰ অতি বিশিষ্ট সম্পৰ্ক। বা অধিক সাধাৰণীকৰণ কৰি ক'ব গ'লে, পৰিঘটনাসমূহক সম্পূৰ্ণ বৰ্ণনামূলক পৰ্য্যায়তকৈ উচ্চভাৱে বিশ্লেষণ কৰা যিকোনো বিজ্ঞানৰ সৈতে থকা সম্পৰ্ক।

অধিকাংশ লোকে, গণিতজ্ঞ আৰু আনসকলেও এই কথাত সন্মত হ'ব যে গণিত এক ব্যৱহাৰিক বা অভিজ্ঞতানিৰ্ভৰ বিজ্ঞান নহয়। নাইবা অন্ততঃ এইটো কথাত মান্তি হ'ব যে গণিতৰ চৰ্চা এনেভাৱে কৰা হয়, যিটো পৰীক্ষালব্ধ বিজ্ঞানৰ পদ্ধতিসমূহতকৈ বহু দিশৰ পৰা সম্পূৰ্ণৰূপে বেলেগ। তৎসত্ত্বেও ইয়াৰ বিকাশ প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ সৈতে অতি ঘনিষ্ঠভাৱে জড়িত হৈ আছে। ইয়াৰ মূল শাখাসমূহৰ অন্যতম হৈছে জ্যামিতি, যিটো আচলতে প্ৰাকৃতিক, পৰীক্ষালব্ধ বিজ্ঞান হিচাপে আৰম্ভ হৈছিল। স্পষ্টভাৱে আধুনিক গণিতৰ শ্ৰেষ্ঠতম অনুপ্ৰেৰণাসমূহৰ (মোৰ বিশ্বাস, সেইসমূহ শ্ৰেষ্ঠতম) কেইটামান প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ মাজতে সূচনা হৈছিল। প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ তাত্ত্বিক ক্ষেত্ৰখনত গণিতৰ পদ্ধতিসমূহ ব্যাপ্ত হৈ আছে আৰু গণিতেই নিয়ন্ত্ৰণ কৰি ৰাখিছে। আধুনিক ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানসমূহত সাফল্যৰ এইটো এক গুৰুত্বপূৰ্ণ চৰ্ত হ'বলৈ ধৰিছে যে বিষয় এটা গণিতৰ পদ্ধতিসমূহেৰে বা পদাৰ্থবিজ্ঞানত ব্যৱহৃত পাৰ্শ্ব-গাণিতিক পদ্ধতিসমূহেৰে ঢুকি পাব পাৰিনে নোৱাৰি। দৰাচলতে সমগ্ৰ প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানতে নিৰৱচ্ছিন্নভাৱে হোৱা এক আভ্যন্তৰীণ পৰিৱৰ্তনৰ শৃংখল ক্ৰমান্বয়ে অধিক পৰিস্ফুট হ'বলৈ ধৰিছে। এই পৰিৱৰ্তনসমূহ গণিতৰ দিশে ঢাল খাইছে, আৰু ইয়াক প্ৰায়েই বৈজ্ঞানিক প্ৰগতিৰ ধাৰণাটোৰ সৈতে ৰিজোৱা হয়। জীৱবিজ্ঞান ক্ৰমবৰ্ধমান ৰূপত ৰসায়নবিজ্ঞান আৰু পদাৰ্থবিজ্ঞানেৰে ভৰি পৰিছে; ৰসায়নবিজ্ঞান ক্ৰমান্বয়ে ব্যৱহাৰিক আৰু তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানেৰে; আৰু পদাৰ্থবিজ্ঞানো তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ গাণিতিক ৰূপেৰে ভৰি পৰিছে।

গণিতৰ আচৰণত ইয়াৰ এক অতি আচহুৱা জাল প্ৰতিৰূপ আছে। কোনোৱে বিষয়টোৰ চৰ্চা কৰিলে এই নকল প্ৰতিৰূপটোৰ কথা উপলব্ধি কৰিব লাগিব, গ্ৰহণ কৰিব লাগিব, আৰু বিষয়টো সম্পৰ্কীয় চিন্তাধাৰাত ইয়াক আত্মীকৰণ কৰি ল'ব লাগিব। এই দুমুখীয়া চৰিত্ৰই গণিতৰ আচল ৰূপ। মই বিশ্বাস নকৰোঁ যে গণিতৰ প্ৰকৃত সাৰমৰ্মক অৱহেলা নকৰাকৈ ইয়াৰ কোনো এমুখীয়া, সৰল ৰূপ আগবঢ়োৱা সম্ভৱ।

গতিকে আপোনালোকক মই এটা অদ্বৈত ৰূপ আগবঢ়াবলৈ চেষ্টা নকৰোঁ। মোৰ সাধ্য অনুসাৰে মই গণিতৰ বহুমুখী ৰূপৰ ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱাৰ প্ৰয়াস কৰিম।

এইটো অনস্বীকাৰ্য্য যে গণিতৰ শ্ৰেষ্ঠতম অনুপ্ৰেৰণাসমূহৰ কেইটামান, মানুহে কল্পনা কৰিব পৰা সবাতোকৈ বিশুদ্ধ গণিতৰ কিছুমান অনুপ্ৰেৰণা প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ পৰাই আহিছে। আমি ইয়াৰে সবাতোকৈ যুগমীয়া দুটা কীৰ্তি সম্পৰ্কে উল্লেখ কৰিম।

উচিতভাৱেই ইয়াৰ প্ৰথমটো উদাহৰণ হৈছে জ্যামিতি। জ্যামিতিয়েই প্ৰাচীন গণিতৰ প্ৰধান অংশ আছিল। বিভিন্ন শাখা-প্ৰশাখাৰে সৈতে ই এতিয়াও আধুনিক গণিতৰ এটা প্ৰধান বিভাগ। ইয়াত কোনো সন্দেহ থাকিব নালাগে যে প্ৰাচীনকালত ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰৰ পৰাহে ইয়াৰ উৎপত্তি হৈছিল। এয়া আজিৰ তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ নিচিনাকৈ হোৱা নাছিল। আন বহু সাক্ষ্যৰ

লগতে 'জ্যামিতি' নামটোৱেও তাৰ ইংগিত দিয়ে। ইউক্লিডৰ স্বতঃসিদ্ধকেইটাই ব্যৱহাৰিক দিশৰ পৰা বহুপৰিমাণে ফালৰি কাটি অহাৰ কথা সূচায়। কিন্তু এই পৰম ব্যৱধান সৃষ্টিৰ ক্ষেত্ৰত এইটোৱেই চূড়ান্ত আৰু নিৰ্ণায়ক পদক্ষেপ আছিল বুলি থকা স্থিতিটোক সত্য প্ৰতিপন্ন কৰা সহজ নহয়। ইউক্লিডৰ স্বতঃসিদ্ধমূলক কৰ্মৰাজিয়ে কিছুমান সৰু সৰু দিশত যে আধুনিক স্বতঃসিদ্ধসমূহৰ চূড়ান্ত কঠোৰতাৰ প্ৰয়োজনীয়তাটো পূৰণ নকৰে, সেইটো এইক্ষেত্ৰত বিশেষ গুৰুত্বপূৰ্ণ কথা নহয়। তাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ কথা এইটোহে যে বলবিজ্ঞান আৰু তাপগতিবিজ্ঞানৰ দৰে বিষয়বোৰো, যিসমূহ নিঃসন্দেহে ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান, কম-বেছি পৰিমাণে স্বতঃসিদ্ধমূলক ধৰণেৰেই উপস্থাপন কৰা হয়। কিছুমান লেখকৰ উপস্থাপনত ইয়াক ইউক্লিডৰ পদ্ধতিৰ পৰা পৃথক কৰি উলিওৱা টান। আমাৰ দিনত তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ ধ্ৰুপদী গ্ৰন্থ নিউটনৰ প্ৰিন্সিপিয়াখন সাহিত্যিক ধৰণত বা ইয়াৰ সবাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ অংশ কিছুমানৰ সাৰমৰ্মৰ ক্ষেত্ৰত বহু পৰিমাণে ইউক্লিডৰ নিচিনাই আছিল। এটা কথা ঠিক যে এই গোটেইবোৰ উদাহৰণত স্বতঃসিদ্ধসমূহক ভৌতিক অন্তৰ্দৃষ্টিয়ে সমৰ্থন কৰি ৰাখিছে আৰু তত্ত্ববোৰক ব্যৱহাৰিক পৰীক্ষাই সমৰ্থন কৰিছে। কিন্তু ইউক্লিডৰ ক্ষেত্ৰতো এনেধৰণৰ ব্যাখ্যা সম্ভৱ বুলি যুক্তি দিব পাৰি, বিশেষকৈ জ্যামিতিয়ে আজিৰ দুহাজাৰ বছৰীয়া স্থিৰতা আৰু কৰ্তৃত্ব পোৱাৰ আগতে পাৰ কৰি অহা প্ৰাচীন কালছোৱাৰ আলমত এই কথা ক'ব পাৰি। স্পষ্টভাৱে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ আধুনিক ভেটিটো এনেধৰণৰ দীঘলীয়া কৰ্তৃত্বৰ পৰা বঞ্চিত।

তদুপৰি ইউক্লিডৰ দিনৰে পৰা জ্যামিতি ক্ৰমান্বয়ে অভিজ্ঞতাৰহিত হ'বলৈ ধৰিছে যদিও এই প্ৰক্ৰিয়া কেতিয়াও সম্পূৰ্ণ হোৱা নাই; আনকি আধুনিক কালতো হৈ উঠা নাই। অ-ইউক্লিডীয় জ্যামিতিৰ চৰ্চাই ইয়াৰ এক ভাল ব্যাখ্যা আগবঢ়ায়। লগতে ই গাণিতিক চিন্তাধাৰাৰ স্ববিৰোধিতা সম্পৰ্কেও ব্যাখ্যা আগবঢ়ায়। যিহেতু অধিকাংশ আলোচনাই এক উচ্চ পৰ্য্যায়ৰ বিমূৰ্ত ৰূপত হৈছিল, ই ইউক্লিডৰ 'পঞ্চম স্বতঃসিদ্ধ'টো আনকেইটা স্বতঃসিদ্ধৰ পৰিণাম হয়নে নহয় - এই সম্পূৰ্ণ যৌক্তিক প্ৰশ্নটোৰ সৈতে লাগি থাকিবলগীয়া হৈছিল। আনুষ্ঠানিক মতবিৰোধটো এফ. ক্লেইনৰ সম্পূৰ্ণ গাণিতিক উদাহৰণ এটাৰ দ্বাৰা সমাপ্তি ঘটিছিল। তেওঁ দেখুৱাইছিল যে কেইটামান সাধাৰণ ধাৰণাৰ নতুন সংজ্ঞা নিৰ্ধাৰণ কৰি কিদৰে ইউক্লিডীয় সমতলক অ-ইউক্লিডীয় সমতললৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰি। তথাপি আৰম্ভণিৰ পৰা শেষলৈ ইয়াত ব্যৱহাৰিক দিশৰ ৰেশ এটা আছিল। **ইউক্লিডৰ আটাইবোৰ স্বতঃসিদ্ধৰ ভিতৰত কেৱল পঞ্চম স্বতঃসিদ্ধটোহে প্ৰশ্নৰ সন্মুখীন হোৱাৰ মূল কাৰণ আছিল অসীম সমতলৰ ধাৰণাটোৰ অব্যৱহাৰিক চৰিত্ৰ, যিটো কেৱল মাত্ৰ সেই স্বতঃসিদ্ধটোতহে সোমাই পৰিছে।** সকলোধৰণৰ গাণিতিক-যৌক্তিক বিশ্লেষণৰ পাছতো ইউক্লিডৰ পক্ষে বা বিৰুদ্ধে যাবলগীয়া সিদ্ধান্তটো যে হয়তো ব্যৱহাৰিক দিশৰ পৰাই আহিব লাগিব, সেই ধাৰণাটো নিশ্চয়কৈ মহান গণিতজ্ঞ গাউছৰ মনতো খেলিছিল। বল্যাই (Bolyai), লবাচেভস্কি (Lobachevsky), ৰিমানৰ পাছত, আৰু ক্লেইনে অধিক বিমূৰ্ত ধাৰণা আহৰণৰ পাছত; আমি এতিয়া যিটোক মূল মতবিৰোধটোৰ সমাধান বুলি মানি লৈছোঁ, সেইটো ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰ বা ক'ব গ'লে পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ পৰাই আহিছিল। সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদৰ আৱিষ্কাৰে জ্যামিতিৰ সম্পৰ্কটো এক সম্পূৰ্ণ নতুন ভেটিত আৰু বিশুদ্ধ গাণিতিক গুৰুত্বৰ এক নতুন বিতৰণেৰে পুনৰীক্ষণ কৰি চাবলৈ আমাক বাধ্য কৰালে। এতিয়া স্ববিৰোধিতাৰ ছবিখন সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ শেষ অভিমত এটা আগবঢ়াইছোঁ। ইয়াৰ শেষ বিকাশ সেইটো প্ৰজন্মৰ দিনতে হৈছিল যেতিয়া আধুনিক স্বতঃসিদ্ধবাদী-যৌক্তিক গণিতজ্ঞৰ হাতত ইউক্লিডৰ স্বতঃসিদ্ধতাৰ পদ্ধতিয়ে সম্পূৰ্ণ অভিজ্ঞতাৰহিত আৰু বিমূৰ্ত ৰূপ পাইছিল। এই পৰস্পৰ বিৰোধী যেন লগা দুই মনোভাব একেজন গণিতজ্ঞৰ মনতে নিখুঁতভাৱে সহাৱস্থান কৰিব পাৰে। সেইবাবে হিলবাৰ্টে স্বতঃসিদ্ধমূলক জ্যামিতি আৰু সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদ - উভয় ক্ষেত্ৰতে গুৰুত্বপূৰ্ণ অৱদান আগবঢ়াব পাৰিছিল।

দ্বিতীয়টো উদাহৰণ হৈছে কলন গণিত, অথবা ইয়াৰ পৰা উদ্ভৱ হোৱা সকলোধৰণৰ বিশ্লেষণ। কলন গণিত আধুনিক গণিতৰ প্ৰথম কৃতিত্ব আছিল, আৰু ইয়াৰ গুৰুত্বৰ প্ৰকৃত মূল্যায়ন কৰাটো কঠিন কাম। মই ভাবোঁ যে আন সকলোতকৈ কলন গণিতেই বেছি স্পষ্ট ৰূপত আধুনিক গণিতৰ আৰম্ভণিৰ সীমা নিৰ্ধাৰণ কৰিব পাৰে। লগতে গাণিতিক বিশ্লেষণৰ প্ৰক্ৰিয়া, যিটো কলন গণিতৰেই যৌক্তিক বিকাশ; সিয়েই যথাৰ্থ চিন্তাধাৰাৰ ক্ষেত্ৰত সৰ্বোৎকৃষ্ট কাৰিকৰী অগ্ৰগতিখিনিক গঢ় দিছে।

কলন গণিতৰ আৰম্ভণি স্পষ্টভাৱে ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰৰ (পৰ্য্যৱেক্ষণভিত্তিক) পৰা আহিছে। কেপলাৰে কৰা অনুকলন গণিতৰ চৰ্চাক ঢোল আকৃতিৰ সৰু পাত্ৰ জোখাৰ আৰ্হিৰে 'dolichometry' বোলা হৈছিল। অৰ্থাৎ সামগ্ৰিকভাৱে ই বক্ৰপৃষ্ঠৰ অৱয়বৰ আয়তন উলিওৱাক বুজাইছিল। এয়া উত্তৰ-ইউক্লিডীয় (post-Euclidean) জ্যামিতি, আৰু মূল কথাটো হ'ল ই অ-স্বতঃসিদ্ধমূলক, ব্যৱহাৰিক জ্যামিতি। এই কথাটো কেপলাৰে ভালদৰে জানিছিল। নিউটন আৰু লেইবনিৎজৰ মূল প্ৰচেষ্টা আৰু আৱিষ্কাৰখিনিৰ উৎস স্পষ্টভাৱে ভৌতিক জগতৰ পৰা আহিছিল। নিউটনে তাৎক্ষণিক পৰিৱৰ্তনৰ কলন গণিত (calculus of fluxions) বলবিজ্ঞানৰ প্ৰয়োজনীয়তাতহে উদ্ভাৱন কৰিছিল। আচলতে কলন গণিত আৰু বলবিজ্ঞান - এই দুয়োখন ক্ষেত্ৰ তেওঁ কম-বেছি পৰিমাণে প্ৰায় একেলগে বিকাশ সাধন কৰিছিল। কলন গণিতৰ প্ৰথম সূত্ৰবদ্ধকৰণখিনি আনকি গাণিতিকভাৱে বৰ কঠোৰো নাছিল। এই যথাৰ্থহীন, অৰ্ধ-ভৌতিক সংজ্ঞাখিনিয়েই নিউটনৰ পিছত প্ৰায় ডেৰশ বছৰধৰি প্ৰচলন হৈ থকা একমাত্ৰ সংজ্ঞা আছিল! কিন্তু এই যথাৰ্থহীন, গাণিতিকভাৱে অসম্পূৰ্ণ ভেটি এটাৰ পিছতো বিশ্লেষণাত্মক গণিতৰ বহুখিনি গুৰুত্বপূৰ্ণ

উন্নয়ন এই সময়ছোৱাতে হৈছিল। এই সময়ছোৱাৰ আগশাৰীৰ কিছুমান গণিতজ্ঞ ইউক্লিডৰ দৰে কঠোৰ নাছিল, কিন্তু আন কিছুমান আগশাৰীৰ গণিতজ্ঞ কঠোৰ আছিল। যেনে গাউছ আৰু জেকবি। এই প্ৰগতিখিনি যিমান সম্ভৱ বিভ্ৰান্তিকৰ আৰু দ্ব্যৰ্থক আছিল, আৰু ব্যৱহাৰিক দিশটোৰ সৈতে ইয়াৰ সম্পৰ্ক স্পষ্টভাৱে বিমূৰ্ততা আৰু কঠোৰতা সম্পৰ্কে থকা আমাৰ আজিৰ ধাৰণাৰ (বা ইউক্লিডৰ) নিচিনা নাছিল। তথাপি কোনো গণিতজ্ঞই ইয়াক বাদ দিব নিবিচাৰিব - সেই সময়ছোৱাই আজিলৈকে বিকশিত হোৱা সবাতোকৈ উৎকৃষ্টমানৰ গণিতৰ জন্ম দিলে! আনকি ক'ছিৰ জৰিয়তে গাণিতিক কঠোৰতাৰ ৰাজত্ব পুনৰ্প্ৰতিষ্ঠা হোৱাৰ পাছতো অতি আচহুৱাভাৱে ৰিমানৰ জৰিয়তে পুনৰ অৰ্ধ-ভৌতিক পদ্ধতিলৈ ঘূৰি গৈছিল। ৰিমানৰ বৈজ্ঞানিক ব্যক্তিত্বটো নিজেই গণিতৰ দুতৰপীয়া প্ৰকৃতিৰ সবাতোকৈ উজ্জ্বল নিদৰ্শন, ঠিক ৰিমান আৰু ৱেইৰ্ষ্ট্ৰাছৰ মাজৰ মতবিৰোধৰ নিচিনা। কিন্তু মই এই বিষয়ে সবিশেষ ক'বলৈ গ'লে যথেষ্ট কাৰিকৰী কথাৰ মাজত সোমাব লাগিব। ৱেইৰ্ষ্ট্ৰাছৰ পিছৰ পৰা বিশ্লেষণ সম্পূৰ্ণৰূপে বিমূৰ্ত, কঠোৰ আৰু অভিজ্ঞতাৰহিত হৈ পৰা যেন লাগে। কিন্তু সেয়াও আনকি পৰম সত্য নহয়। যোৱা দুটা প্ৰজন্মত গণিত আৰু যুক্তিৰ 'আধাৰ' সম্পৰ্কে হোৱা বিতৰ্কই এইবিষয়ৰ বহুখিনি ভ্ৰান্তি দূৰ কৰিছে।

এতিয়া মই তৃতীয়টো উদাহৰণলৈ আহিছোঁ, যিটো সমস্যাটো নিৰ্মূলৰ বাবে প্ৰাসংগিক। এই উদাহৰণটোৱে অৱশ্যে গণিতৰ প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ সৈতে থকা সম্পৰ্কৰ পৰিৱৰ্তে দৰ্শন আৰু আধ্যাত্মিক জ্ঞানৰ সৈতে থকা সম্পৰ্কৰহে চৰ্চা কৰে। ই এক অভাৱনীয় উপায়েৰে দেখুৱায় যে পৰম গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাটোৱেই আচলতে অপৰিৱৰ্তনীয় নহয়। গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাটোৰ পৰিৱৰ্তনশীলতাই ইয়াকে সূচায় যে গণিতক পূৰ্ণ কৰিবলৈ গাণিতিক বিমূৰ্ত ৰূপৰ বাহিৰেও আন কিহবাৰ প্ৰয়োজন আছে। আধাৰ সম্পৰ্কীয় বিতৰ্কটোৰ বিশ্লেষণ কৰিবৰ সময়ত মই নিজকে পতিয়ন নিয়াব পৰা নাই যে সিদ্ধান্তটো এই অতিৰিক্ত উপাংশটোৰ ব্যৱহাৰিক প্ৰকৃতিৰ সমৰ্থনত যাব লাগিব। অন্ততঃ আলোচনাটোৰ কিছু অংশত হ'লেও পৰিস্থিতিটো এনে ব্যাখ্যাৰ সপক্ষে যোৱাৰ সম্ভাৱিতা অতি বেছি। কিন্তু মই ইয়াক অতি যুক্তিযুক্ত বুলি গণ্য নকৰোঁ। দুটা কথা অৱশ্যে স্পষ্ট। প্ৰথম কথা, ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান, দৰ্শন বা দুয়োটাৰ লগতে কিবা প্ৰকাৰে জড়িত হৈ থকা অ-গাণিতিক কিবা এটাৰ নিশ্চিতভাৱে প্ৰৱেশ ঘটিছে; আৰু ইয়াৰ অব্যৱহাৰিক চৰিত্ৰটো তেতিয়াহে অক্ষুণ্ণ ৰাখিব পাৰি যেতিয়া ধৰি লোৱা হয় যে অভিজ্ঞতাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল নোহোৱাকৈও দৰ্শন (হয়তো অধিক নিৰ্দিষ্টভাৱে ক'ব গ'লে এয়া আধ্যাত্মিকতা) বৰ্তি থাকিব পাৰে (এই স্বীকাৰ্য্যটো প্ৰয়োজনীয়, কিন্তু একমাত্ৰ এইটোৱেই পৰ্য্যাপ্ত নহয়)। দ্বিতীয়তে, আধাৰ সম্পৰ্কীয় বিতৰ্কটোৰ শ্ৰেষ্ঠ ব্যাখ্যা যিয়েই নহওক কিয়; গণিতৰ পৰীক্ষালব্ধ আৰম্ভণি সম্পৰ্কে পূৰ্বৰ উদাহৰণ দুটাই (জ্যামিতি আৰু কলন গণিত) খুব ভালদৰে সমৰ্থন কৰে।

গাণিতিক কঠোৰতাৰ পৰিৱৰ্তনশীলতা সম্পৰ্কে বিশ্লেষণ কৰোতে পূৰ্বে উল্লেখ কৰাৰ দৰেই মই মূল গুৰুত্বটো আধাৰৰ বিতৰ্কটোত দিব বিচাৰোঁ। কিন্তু প্ৰথমে মই এই বিষয়টো সম্পৰ্কে দ্বিতীয় দৃষ্টিভংগী এটা বিবেচনা কৰি চাব বিচাৰোঁ। এই দিশটোৱেও যুক্তিটোক সবল কৰে, কিন্তু মই ইয়াক দ্বিতীয় স্থানত ৰখাৰ কাৰণ এয়াই যে 'আধাৰ' বিতৰ্কৰ বিশ্লেষণতকৈ ই সম্ভৱতঃ কম সিদ্ধান্তমূলক। মই গাণিতিক শৈলীৰ পৰিৱৰ্তনৰ কথা বুজাইছোঁ। **এইটো ভালদৰে জনাজাত যে গাণিতিক প্ৰমাণ লিখা শৈলীটোৰ যথেষ্টখিনি উত্থান-পতন হৈছে।** এটা ধাৰা সম্পৰ্কে আলোচনা কৰাৰ সলনি এই উত্থান-পতন সম্পৰ্কে আলোচনা কৰা বেছি ভাল; কাৰণ কিছুমান দিশৰ পৰা চাব গ'লে আজিৰ আৰু অষ্টবিংশ বা ঊনবিংশ শতিকাৰ কিছুমান লেখকৰ মাজৰ পাৰ্থক্যটো, আজিৰ আৰু ইউক্লিডৰ মাজত থকা পাৰ্থক্যতকৈ বেছি। আন এফালৰ পৰা চাব গ'লে, কিছু উল্লেখনীয় স্থায়িত্বও লক্ষ্য কৰিব পাৰি। যিবোৰ ক্ষেত্ৰত পাৰ্থক্য আছে, সেইবোৰ মূলতঃ বিষয়টো উপস্থাপনৰ ক্ষেত্ৰতহে আছে। এনেবোৰ পাৰ্থক্য কোনো নতুন ধাৰণাৰ সহায় নোলোৱাকৈ আঁতৰাব পাৰি। কিন্তু বহুসময়ত এই পাৰ্থক্যটো ইমান বেছি হয় যে মনত এনেধৰণৰ সন্দেহৰ সৃষ্টি হয় - ইমান বৈচিত্ৰ্যপূৰ্ণভাৱে বিষয় উপস্থাপন কৰা লেখকসকলৰ মাজত কেৱল লিখনশৈলী, আগ্ৰহ আৰু শিক্ষাৰেই পাৰ্থক্য আছেনে; যদিও গণিতক কঠোৰতাৰ ফালৰ পৰা তেওঁলোকে হয়তো একেটা ধাৰণাকে উপস্থাপন কৰিছে। সৰ্বশেষত কিছুমান চূড়ান্ত ঘটনাৰ ক্ষেত্ৰত (উদাহৰণস্বৰূপে, ওপৰত উল্লেখ কৰি অহা অষ্টবিংশ শতিকাৰ শেষৰভাগত সম্পন্ন হোৱা অধিকাংশ বিশ্লেষণাত্মক গণিতৰ কাম) এই পাৰ্থক্যটো প্ৰয়োজনীয়। যদি কেতিয়াবা এইসমূহ আঁতৰোৱা সম্ভৱো হৈছে, সেয়া নতুন আৰু গভীৰ তত্ত্বৰ সহায়তহে; যিবোৰ উলিয়াবলৈ এটা শতিকা লাগি গৈছে। তেনে কিছুসংখ্যক গণিতজ্ঞ, যিয়ে আমাৰ দৃষ্টিত (বা তেওঁলোকক সমালোচনা কৰা সমসাময়িক আন কিছুমান গণিতজ্ঞ) শিথিল পদ্ধতিৰে কাম কৰিছিল; তেওঁলোকে নিজ কৰ্মত কঠোৰতাৰ অভাৱ সম্পৰ্কে জানিছিল। বা অধিক বস্তুনিষ্ঠভাৱে ক'ব গ'লে - গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া এটা যিধৰণৰ হ'ব লাগে, সেইসম্পৰ্কে তেওঁলোকৰ আকাংক্ষাটোৱো নিজৰ কামতকৈ আমাৰ এতিয়াৰ দৃষ্টিভংগীৰ সৈতেহে মিল আছিল। কিন্তু আনসকল, উদাহৰণস্বৰূপে সেই সময়ছোৱাৰ মহানতম বিশাৰদ ইউক্লিডে সম্পূৰ্ণ বিশ্বাসেৰে তেওঁৰ কাম কৰা যেন লাগিছিল আৰু তেওঁৰ মানদণ্ডক লৈ সম্পূৰ্ণ সন্তুষ্ট আছিল যেন লাগিছিল।

যি নহওক, এই সম্পৰ্কে মই আৰু বহলাব নোখোজোঁ। তাৰ পৰিৱৰ্তে মই অতি সুস্পষ্ট বিষয় এটালৈ আহিব বিচাৰিছোঁ, যিটো হৈছে 'গণিতৰ আধাৰ' সম্পৰ্কীয় বিতৰ্ক। **ঊনবিংশ শতিকাৰ শেষৰফালে আৰু কুৰি শতিকাৰ প্ৰথমভাগত বিমূৰ্ত গণিতৰ এটি নতুন শাখা - জৰ্জ কেণ্টৰৰ সংহতি তত্ত্বই কিছু সমস্যাৰ সৃষ্টি কৰিছিল।** সমস্যাটো এয়াই যে বিশেষ কেইটামান যুক্তিয়ে

কিছুমান স্ববিৰোধিতাৰ সৃষ্টি কৰিছিল। যদিও সেই যুক্তিকেইটা সংহতি তত্ত্বৰ কেন্দ্ৰীয় বা উপযোগী অংশত নাছিল, আৰু বিশেষ কেইটামান চৰ্ত ব্যৱহাৰ কৰি তাক ধৰা পেলোৱাটো সহজ আছিল; তথাপি এইটো স্পষ্ট নাছিল যে সংহতি তত্ত্বৰ সফল অংশখিনিতকৈ এইখিনি অংশক কিহৰ ভিত্তিত কম গুৰুত্বপূৰ্ণ বুলি গণ্য কৰা উচিত। সিহঁতৰ বাবেই যে গোটেই গণ্ডগোলটো হৈছে, সেইসম্পৰ্কে প্ৰকৃত অন্তৰ্দৃষ্টি থকাৰ বাহিৰে এয়া স্পষ্ট নাছিল যে আৰম্ভণিৰ পৰা কিধৰণৰ উদ্দেশ্য লৈ, পৰিস্থিতিটোত কেনেধৰণৰ স্থিৰ দৰ্শনেৰে আগবাঢ়ি গ'লে কোনোবাই সংহতি তত্ত্বৰ বচাবলগীয়া অংশখিনিৰ পৰা এইখিনি অংশক পৃথক কৰি উলিয়াব পাৰিব। এই পৰিস্থিতিটো সম্পৰ্কে প্ৰধানকৈ ৰাছেল আৰু ৱেইলে (Weyl) চলোৱা, আৰু ব্ৰাউৱাৰে (Brouwer) সামৰণি পেলোৱা অধ্যয়নে দেখুৱাইছিল যে কেৱল সংহতি তত্ত্বই নহয়, আধুনিক গণিতৰ প্ৰায়বোৰ অংশত যিধৰণে 'সাধাৰণ বৈধতা' আৰু 'অস্তিত্ব'ৰ ধাৰণাটো ব্যৱহাৰ হৈ আহিছে; সেইটো যুক্তিৰ ফালৰ পৰা আপত্তিজনক। ব্ৰাউৱাৰে এনেধৰণৰ অবাঞ্চনীয় বৈশিষ্ট্যৰ পৰা মুক্ত 'স্বজ্ঞাবাদ' (intuitionism) নামৰ গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া এটাৰ বিকাশ সাধন কৰিছিল। এই প্ৰক্ৰিয়াটোত সংহতি তত্ত্বৰ সমস্যা আৰু স্ববিৰোধিতাৰ উদ্ৰেক হোৱা নাছিল। কিন্তু এই 'শুদ্ধিকৰণ'ৰ ফলত আধুনিক গণিতৰ প্ৰায় পঞ্চাশ শতাংশ ক্ষেত্ৰতে ইয়াৰ সবাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ, আৰু তেতিয়ালৈ প্ৰশ্নৰ ঊৰ্দ্ধত থকা অংশ, বিশেষকৈ বিশ্লেষণ অংশটো প্ৰভাৱান্বিত হৈছিল। সেইবোৰ হয় অবৈধ হৈ পৰিছিল, আৰু নহ'লেবা বৰ জটিল পৰিপূৰক সিদ্ধান্তৰে যুক্তিযুক্ততা প্ৰমাণ কৰিবলগীয়া হৈছিল। ইয়াৰে দ্বিতীয়টো প্ৰক্ৰিয়াত প্ৰায়েই বৈধতাৰ সাধাৰণীকৰণ ৰূপটো আৰু অৱৰোহণৰ (deduction) ৰুচিবোধ চকুত লগা ধৰণে হেৰাই গৈছিল। তথাপি ব্ৰাউৱাৰ আৰু ৱেইলে এই ধাৰণাসমূহৰ ভিত্তিত গাণিতিক কঠোৰতাৰ ভাবধাৰাটো পুনৰীক্ষণৰ প্ৰয়োজন আছে বুলি বিবেচনা কৰিছিল।

এই ঘটনাসমূহৰ গুৰুত্বৰ সঠিক মূল্যায়ন কৰা কঠিন। কুৰি শতিকাৰ তৃতীয় দশকত দুগৰাকী প্ৰথম শ্ৰেণীৰ গণিতজ্ঞই, যিয়ে গণিত কি, কিহৰ বাবে, কি সম্পৰ্কে হয় সেইবিষয়ে গভীৰভাৱে আৰু সম্পূৰ্ণৰূপে সচেতন; তেওঁলোক দুজনে আচলতে প্ৰস্তাৱ দিছিল যে গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাটো, এটা সঠিক প্ৰমাণত কি থাকে - ইত্যাদি কথাবোৰ সলনি হোৱা উচিত! ইয়াৰ পিছত যিখিনি উন্নয়ন হ'ল, সেয়াও সমানেই লক্ষণীয়।

১) অতি কমসংখ্যক গণিতজ্ঞইহে দৈনিক ব্যৱহাৰৰ বাবে এই নতুন, অত্যাৱশ্যকীয় মানদণ্ড গ্ৰহণ কৰিবলৈ আগ্ৰহী আছিল। অৱশ্যে বহুতেই স্বীকাৰ কৰিছিল যে যদিও ৱেইল আৰু ব্ৰাউৱাৰ প্ৰথম দৰ্শনত শুদ্ধ আছিল, কিন্তু তেওঁলোকে সেই পূৰ্বৰ ভুলটোকে অব্যাহত ৰাখিছিল। মানে তেওঁলোকে সেই পুৰণি, 'সহজ' শৈলীৰেই গণিতচৰ্চা কৰি গৈছিল। হয়তো তেওঁলোকৰ মনত এটা আশা আছিল যে আন কোনোবাই, আন কোনো সময়ত স্বজ্ঞাবাদী সমালোচককেইজনৰ বাবে প্ৰত্যুত্তৰ বিচাৰি পাব আৰু তাৰ দ্বাৰা পিছলৈ তেওঁলোক পুনৰায় শুদ্ধ প্ৰমাণিত হ'ব।

২) 'ধ্ৰুপদী' (অৰ্থাৎ প্ৰাক-স্বজ্ঞাবাদী দিনৰ) গণিতক ন্যায্যতা দিবলৈ হিলবাৰ্টে তলৰ উদ্ভাৱনশীল ধাৰণাটো আগবঢ়াইছিল: স্বজ্ঞাবাদী প্ৰক্ৰিয়াতো আনকি ধ্ৰুপদী গণিত কিদৰে পৰিচালিত হয়, তাৰ এটা নিখুঁত কটকটীয়া হিচাপ দিয়া সম্ভৱ। অৰ্থাৎ ধ্ৰুপদী প্ৰক্ৰিয়াই কিদৰে কাম কৰে ব্যাখ্যা কৰিব পাৰি, যদিও ইয়াৰ কাৰ্য্যপ্ৰণালীৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰমাণ কৰিব নোৱাৰি। সেইবাবে হয়তো স্বজ্ঞাবাদৰ জৰিয়তে এয়া প্ৰমাণ কৰা সম্ভৱ যে ধ্ৰুপদী কাৰ্য্যপদ্ধতিয়ে কেতিয়াও বিসংগতি বা পৰস্পৰ-বিৰোধী অৱস্থাৰ সৃষ্টি কৰিব নোৱাৰে। এয়া স্পষ্ট আছিল যে তেনে প্ৰমাণ এটা কৰাটো যথেষ্ট কঠিন কাম হ'ব, কিন্তু প্ৰমাণটো কৰিবলৈ কিদৰে প্ৰয়াস কৰা উচিত তাৰ নিৰ্দিষ্ট কেইটামান ইংগিত আছিল। এই আঁচনিটোৰে কাম কৰা হ'লে ই বিৰোধী পক্ষত থকা স্বজ্ঞাবাদী প্ৰক্ৰিয়াৰ সহায়তেই ধ্ৰুপদী গণিতক সবাতোকৈ উল্লেখনীয় ন্যায্যতা প্ৰদান কৰিব পাৰিলেহেঁতেন! অন্ততঃ এই ব্যাখ্যাটো গণিতৰ দৰ্শন ব্যৱস্থাৰ বাবে ন্যায়সন্মত হ'লহেঁতেন, যিটোক অধিকাংশ গণিতজ্ঞই গ্ৰহণ কৰিবলৈ আগ্ৰহী আছিল।

৩) এই কাৰ্য্যক্ৰমটো চলাই নিবলৈ প্ৰায় এটা দশকজুৰি চলা প্ৰচেষ্টাৰ পাছত গডেলে সবাতোকৈ উল্লেখনীয় ফলাফল এটাত উপনীত হ'ল। বহুকেইটা দফা আৰু সতৰ্ক যুক্তিৰ অবিহনে এই ফলাফলটো ইয়াত সম্পূৰ্ণ নিখুঁতভাৱে উপস্থাপন কৰিব নোৱাৰি। ইয়াত সূত্ৰবদ্ধ কৰিব পৰাতকৈ ফলাফলটোত বহু বেছি কাৰিকৰী প্ৰকাশৰাশি আছে। অৱশ্যে ইয়াৰ মূল সাৰমৰ্মটো এনেকুৱা আছিল: যদি গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া এটাই পৰস্পৰ-বিৰোধী স্থিতিৰ সন্মুখীন নহয়, তেন্তে এই কথাটোকে সেই প্ৰক্ৰিয়াটোৰ অন্তৰ্গত কাৰ্য্যবিধিৰে প্ৰমাণ কৰিব নোৱাৰি। গডেলৰ প্ৰমাণে গাণিতিক কঠোৰতাৰ সবাতোকৈ কাঢ়া চৰ্তটো পূৰণ কৰিছিল, যিটো হৈছে স্বজ্ঞাবাদৰ চৰ্ত। হিলবাৰ্টৰ কাৰ্য্যক্ৰমত ইয়াৰ প্ৰভাৱ কিছুপৰিমাণে বিবাদজনক, কিন্তু ইয়াৰ কাৰণসমূহো যথেষ্ট কাৰিকৰী বাবে ইয়াত প্ৰকাশ কৰা নহ'ল। মোৰ ব্যক্তিগত মত, আৰু লগতে আন বহুতৰো মতামত এয়াই যে গডেলে হিলবাৰ্টৰ কাৰ্য্যক্ৰমটো সম্পূৰ্ণৰূপে ভৱিষ্যৎহীন বুলি সাব্যস্ত কৰিছিল।

৪) হিলবাৰ্ট, বা ব্ৰাউৱাৰ আৰু ৱেইলৰ সংজ্ঞাৰে ধ্ৰুপদী গণিতক ন্যায্যতা প্ৰদানৰ প্ৰত্যাশা নাইকিয়া হোৱাৰ পিছতো অধিকাংশ গণিতজ্ঞই সেই পদ্ধতিটোকে ব্যৱহাৰ কৰি যোৱাৰ সিদ্ধান্ত লৈছিল। যি নহ'লেও, ধ্ৰুপদী গণিতে সৌন্দৰ্য্যপূৰ্ণ আৰু লাগতিয়াল ফলাফল প্ৰকাশ কৰি গৈছিল। আনকি ইয়াৰ নিৰ্ভৰযোগ্যতা সম্পৰ্কে কোনেও পুনৰ সম্পূৰ্ণ নিশ্চিত হ'ব নোৱাৰিলেও ইলেকট্ৰনৰ অস্তিত্ব থকাৰ নিচিনাকৈয়ে ইও এক সবল আধাৰত অৱস্থান কৰিছিল। ফলত বিজ্ঞানক আঁকোৱালি ল'ব বিচৰাসকলে গণিতৰ ধ্ৰুপদী প্ৰক্ৰিয়াকো আঁকোৱালি ল'ব পাৰিছিল। আনকি এনেধৰণৰ দৃষ্টিভংগী স্বজ্ঞাবাদী ব্যৱস্থাৰ মূল নায়ক কেইজনমানৰ বাবেও গ্ৰহণযোগ্য আছিল।

নিশ্চিতভাৱে 'আধাৰ' সম্পৰ্কীয় বিতৰ্কৰ এতিয়াও অৱসান ঘটা নাই, কিন্তু মুষ্টিমেয় কিছুসংখ্যকৰ বাহিৰে কোনেও ধ্রুপদী প্রক্রিয়াক ত্যাগ কৰাৰ সম্ভাৱনা নাই।

এই বিতৰ্ক সম্পৰ্কীয় কাহিনীটো মই ইমান বিস্তাৰিতভাৱে ক'লোঁ। কাৰণ মই ভাবোঁ যে অকণো লৰচৰ নকৰা দৃঢ় গাণিতিক কঠোৰতাক সম্পূৰ্ণ সঁচা বুলি ধৰি লোৱাৰ বিপক্ষে ই এটা ভাল সকীয়নি দিছে। এইটো আমাৰ জীৱনকালতে ঘটি গৈছে, আৰু এই কালছোৱাত পৰম গাণিতিক সত্য সম্পৰ্কে মোৰ নিজৰ দৃষ্টিভংগীও কিমান সহজে আৰু লজ্জাজনকভাৱে সলনি হৈছিল, মই ভালদৰে জানোঁ। আৰু এবাৰ দুবাৰো নহয়, ক্রমাগতভাৱে তিনিবাৰকৈ মোৰ দৃষ্টিভংগী সলনি হৈছিল!

মই আশা কৰোঁ যে ওপৰৰ তিনিটা উদাহৰণে মোৰ পত্ৰখনৰ (thesis) অৰ্ধেক অংশ খুব ভালদৰে ব্যাখ্যা কৰিলে। আমি পালোঁ যে উৎকৃষ্টমানৰ বেছিভাগ গাণিতিক অনুপ্রেৰণা অভিজ্ঞতাৰ পৰা আহে আৰু সকলোধৰণৰ মানৱীয় অভিজ্ঞতাৰ পৰা নিলগত এক পৰম, কাঢ়া গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাত বিশ্বাস কৰিবলৈ কঠিন। এই বিষয়ে মই এটা অত্যন্ত ৰুচিহীন মনোভাব ল'বলৈ চেষ্টা কৰিছোঁ। এই সম্পৰ্কে কাৰোবাৰ দাৰ্শনিক বা আধ্যাত্মিক যেনেকুৱাই অগ্ৰাধিকাৰ নাথাকক কিয়, গাণিতিক সমাজখনৰ বাস্তৱ অভিজ্ঞতাই গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাটোৰ অস্তিত্ব থকাৰ স্বীকাৰ্য্যটোক বিশেষ সমৰ্থন নকৰে। যি নহওক, মোৰ পত্ৰখনৰ এটা দ্বিতীয় ভাগো আছে, আৰু এতিয়া মই এই দ্বিতীয় ভাগটোলৈ আহিছোঁ।

গণিত এক বিশুদ্ধ ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান বুলি বিশ্বাস কৰাটো, বা সকলো গাণিতিক ধাৰণা ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ পৰা উৎপত্তি হোৱা বুলি বিশ্বাস কৰাটো এজন গণিতজ্ঞৰ বাবে অত্যন্ত কঠিন কাম। প্রথমে এই বিবৃতিটোৰ দ্বিতীয় অংশটোকে বিবেচনা কৰা যাওঁক। আধুনিক গণিতত বহুতো গুৰুত্বপূৰ্ণ অংশ আছে য'ত এই ব্যৱহাৰিক উৎপত্তিৰ মূল শিপাডাল সন্ধান কৰিব নোৱাৰি; আৰু যদি সন্ধান উলিয়াব পাৰিও, ই ইমান গভীৰ যে ব্যৱহাৰিক মূলৰ পৰা বিচ্ছিন্ন হোৱাৰ পিছত বিষয়টোৰ এক সম্পূৰ্ণ ৰূপান্তৰ ঘটিছে। বীজগণিতৰ চিহ্নবোৰ ঘৰুৱা, গাণিতিক ক্ষেত্ৰত সহায়ক হোৱাকৈ উদ্ভাৱন কৰা হৈছিল; কিন্তু ব্যৱহাৰিক দিশৰ সৈতে যে ইয়াৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ বান্ধোন আছিল সেয়া যুক্তিপূৰ্ণভাৱে দাবী কৰিব পাৰি। অৱশ্যে আধুনিক বিমূৰ্ত বীজগণিতত যিমানখিনি বিকাশ সাধন হৈছে, তাৰ অধিকাংশ ক্ষেত্ৰতে ব্যৱহাৰিক দিশৰ লগত বিশেষ সম্পৰ্ক নাই। একেটা কথা সংস্থিতি বিজ্ঞানৰ ক্ষেত্ৰতো ক'ব পাৰি। এই গোটেইবোৰ ক্ষেত্ৰতে গণিতজ্ঞ এজনৰ বাবে মনোগত সাফল্যৰ চৰ্ত, তেওঁৰ প্ৰচেষ্টাৰ মূল্য প্ৰায় স্বয়ং-সম্পূৰ্ণ আৰু ই সৌন্দৰ্য্যৰ দ্বাৰাহে নিৰূপণ হয়। ই ব্যৱহাৰিক সম্পৰ্কৰ পৰা মুক্ত (বা প্ৰায় মুক্ত) (মই এইবিষয়ে অধিক বহলাই ক'ম)। সংহতি তত্ত্বত এইটো এতিয়াও বহুপৰিমাণে স্পষ্ট। অসীম সংহতিৰ 'ঘাত' আৰু 'ক্ৰম' হয়তো সসীম সাংখ্যিক ধাৰণাটোৰ সাধাৰণীকৰণ ৰূপ হ'ব পাৰে, কিন্তু অসীম ৰূপটোৰ (বিশেষকৈ 'ঘাত') এই বিশ্বৰ লগত চাগে কোনোধৰণৰ সম্পৰ্কই নাই। মই কাৰিকৰী কথাবোৰ বাদ দিবলৈ ইচ্ছা নকৰা হ'লে এতিয়া 'চয়নৰ স্বতঃসিদ্ধ' (axiom of choice), 'অসীম ঘাতৰ তুলনা' (comparability of infinite powers), 'অপৰিবৰ্তনশীলতাৰ সমস্যা' (continuum problem) আদিৰ দৰে অজস্ৰ সংহতি তত্ত্বৰ উদাহৰণ সবিস্তাৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰিলোহেঁতেন। একেটা কথাই বাস্তৱ ফলন তত্ত্ব আৰু বাস্তৱ বিন্দু-সংহতি তত্ত্বৰ অধিকতৰ অংশতো প্ৰযোজ্য। **দুটা আচহুৱা উদাহৰণ আহিছিল অৱকলজ সমীকৰণ আৰু সংঘ তত্ত্বৰ পৰা। সেইকেইটাক নিঃসন্দেহে বিমূৰ্ত, অপ্ৰায়োগিক বিষয় বুলি ধাৰণা কৰা হৈছিল আৰু সদায় তেনেভাৱেই বিকাশ সাধনো কৰা হৈছিল। ইয়াৰে এটাত এক দশকজোৰা আৰু আনটোত এটা শতিকাজুৰি কৰ্ষণৰ পাছত দুয়োটাই পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ বাবে অতি প্ৰয়োজনীয় বুলি প্ৰমাণিত হ'ল। এই দুই শাখাক এতিয়াও উল্লেখিত বিমূৰ্ত, অপ্ৰায়োগিক বিষয় বুলি ধৰি লৈয়েই আগুৱাই লৈ যোৱা হৈছে।**

এই গোটেইবোৰ অৱস্থা আৰু ইহঁতবোৰৰ বিভিন্ন সংযোজনৰ ভিত্তিত উদাহৰণবোৰো বঢ়াই গৈ থাকিব পাৰি, কিন্তু সেইটো কৰাৰ পৰিৱৰ্তে মই ওপৰত উল্লেখ কৰা প্ৰথম প্ৰসংগটোলৈ ঘূৰি যাব বিচাৰিছোঁ: গণিত এক ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান নেকি? বা অধিক শুদ্ধকৈ ক'ব গ'লে: ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ বিষয় এটা যিদৰে চৰ্চা কৰা হয়, গণিতো আচলতে ঠিক তেনে ধৰণেৰেই চৰ্চা কৰা হয় নেকি? বা অধিক সাধাৰণীকৰণ কৰি এনেকৈয়ো ক'ব পাৰি: এগৰাকী গণিতজ্ঞৰ তেওঁৰ বিষয়টোৰ সৈতে স্বাভাৱিক সম্পৰ্ক কেনেকুৱা? তেওঁৰ বাবে সাফল্যৰ, আকাংক্ষিত ফল পোৱাৰ চৰ্ত কি? কোনবোৰ প্ৰভাৱ আৰু বিবেচনাই তেওঁৰ প্ৰচেষ্টাক নিয়ন্ত্ৰণ আৰু দিশ নিৰূপিত কৰে?

তেনেহ'লে গণিতজ্ঞৰ স্বাভাৱিক কাম-কাজ প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ লগত জড়িত লোকৰ কৰ্মপদ্ধতিৰ পৰা কিধৰণে বেলেগ, সেইটোকে চোৱা যাওঁক। এহাতে গণিতক ৰাখি, আৰু আনফালে তাত্ত্বিক ক্ষেত্ৰৰপৰা ক্ৰমান্বয়ে প্ৰায়োগিক ক্ষেত্ৰ আৰু প্ৰায়োগিক ক্ষেত্ৰৰ পৰা বৰ্ণনাত্মক ক্ষেত্ৰলৈ যোৱাৰ লগে লগে স্পষ্টভাৱে দুয়োফালৰ পাৰ্থক্যও বৃদ্ধি পাবলৈ ধৰে। গতিকে গণিতৰ লগত সবাতোকৈ বেছি মিল থকা ক্ষেত্ৰখন, অৰ্থাৎ তাত্ত্বিক ক্ষেত্ৰৰ লগতে ইয়াৰ তুলনা কৰি চোৱা যাওঁক। আৰু ইয়াৰ মাজৰ পৰাও সেইটো বিষয় নিৰ্বাচন কৰা হওঁক, যিটো গণিতৰ সবাতোকৈ নিকটৱৰ্তী। মই আশা কৰোঁ যে আপোনালোকে মোক অতি নিদাৰুণভাৱে বিচাৰ নকৰিব, যদিহে মই মোৰ গাণিতিক আত্মগৌৰৱক নিয়ন্ত্ৰণ কৰিব নোৱাৰোঁ আৰু এনেদৰে কওঁ - যিহেতু তাত্ত্বিক বিজ্ঞানৰ বিষয়সমূহৰ ভিতৰত তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানেই সবাতোকৈ বিকশিত ক্ষেত্ৰ, গতিকে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানেই সেইটো বিষয়। গণিত আৰু তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ মাজত আচলতে ভালেখিনি সাদৃশ্য আছে।

মই ইতিপূৰ্বে উল্লেখ কৰাৰ দৰেই, ইউক্লিডৰ জ্যামিতীয় পদ্ধতি ধ্ৰুপদী বলবিজ্ঞানৰ স্বতঃসিদ্ধভিত্তিক উপস্থাপনৰ বাবে বুনিয়াদী আৰ্হি আছিল। একেধৰণৰ প্ৰয়োগে ঘটনাগত (phenomenological) তাপগতিবিজ্ঞান, মেক্সৱেলৰ বিদ্যুতগতিবিজ্ঞানৰ বিশেষ কিছু অংশ আৰু বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদতো আধিপত্য বিস্তাৰ কৰিছে। তদুপৰি তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানে যে কোনো পৰিঘটনা ব্যাখ্যা নকৰে, কেৱল শ্ৰেণীবিভক্ত কৰে আৰু পাৰস্পৰিক সম্পৰ্ক দেখুৱায় - তেনে এটা মনোভাৱ আজিৰ অধিকাংশ তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানীয়ে গ্ৰহণ কৰি লৈছে। ই এইটোকে বুজায় যে এনে এটা তত্ত্বৰ সাফল্যৰ চৰ্ত হ'ব, তত্ত্বটোৱে এটা সৰল আৰু ৰুচিপূৰ্ণ শ্ৰেণীবিভাজন আৰু পাৰস্পৰিক সম্পৰ্ক উলিওৱা আঁচনিৰ জৰিয়তে বহু পৰিঘটনাক সামৰি ল'ব পাৰেনে নোৱাৰে; যিবোৰ পৰিঘটনা এই আঁচনিটোৰ অবিহনে হয়তো জটিল আৰু বৈচিত্ৰ্যপূৰ্ণ যেন লাগিলহেঁতেন। লগতে এই আঁচনিটো বিকাশৰ সময়ত যিবোৰ পৰিঘটনা বিবেচনা কৰা হোৱা নাছিল বা যিবোৰৰ অস্তিত্ব সম্পৰ্কে জনাই হোৱা নাছিল, তেনে পৰিঘটনাকো ই সামৰি ল'ব পাৰিছেনে নাই (ইয়াৰ শেষৰ দুটা মন্তব্যই নিঃসন্দেহে তত্ত্ব এটাৰ একত্ৰীকৰণ আৰু পূৰ্বানুমান শক্তিক সূচায়)। স্পষ্টভাৱে ইয়াত উল্লেখ কৰা চৰ্তটো বহু পৰিমাণে নান্দনিক প্ৰকৃতিৰ। এইটো কাৰণতে গাণিতিক সাফল্যৰ চৰ্তৰ সৈতে ইয়াৰ নিকট সম্পৰ্ক আছে, কিয়নো গাণিতিক ক্ষেত্ৰতো এই চৰ্তটো সম্পূৰ্ণ নান্দনিক ধৰ্মী। গতিকে আমি গণিতক ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ সেই বিষয়টোৰ সৈতে তুলনা কৰিলোঁ, যিটো গণিতৰ সবাতোকৈ ওচৰৰ, আৰু যিটোৰ গণিতৰ সৈতে সবাতোকৈ বেছি সাদৃশ্য আছে। মই নিশ্চয়কৈ দেখুৱাব পাৰিছোঁ যে সেই বিষয়টো হৈছে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞান। কিন্তু বিষয় দুটাৰ মাজত আচল কাৰ্য্যপদ্ধতিৰ পাৰ্থক্য যথেষ্ট বেছি আৰু মৌলিক পৰ্য্যায়ৰ। তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ লক্ষ্যসমূহ মূলতঃ বাহিৰৰ পৰা আহে, বেছিভাগ সময়তে আহে ব্যৱহাৰিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ প্ৰয়োজনীয়তা পূৰাবলৈ। প্ৰায় সকলো সময়তে ইয়াৰ উদ্ভৱ হয় একোটা সমস্যা সমাধানৰ প্ৰয়োজনত। সাধাৰণতে পূৰ্বানুমান আৰু একত্ৰীকৰণৰ কৃতিত্ব একেবাৰে শেষতহে আহে। যদি আমি উপমা এটাৰ সহায় লওঁ - অগ্ৰগতিখিনি (ভৱিষ্যৎবাণী আৰু একত্ৰীকৰণৰ সামৰ্থ) প্ৰয়াসৰ সময়ত আহে, আৰু ই পূৰ্বৰে পৰা বিৰাজমান সমস্যা (সাধাৰণতে প্ৰচলিত ব্যৱস্থাটোতে থকা কোনো আপাত স্ববিৰোধিতা) কিছুমানৰ বিৰুদ্ধে যুঁজ দিয়াৰ পিছতহে আহে। তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলৰ অন্যতম কাম হৈছে এনেধৰণৰ কোনো প্ৰতিবন্ধকতাৰ সন্ধান কৰা, কিয়নো এইবোৰেও কোনো গুৰুত্বপূৰ্ণ আৱিষ্কাৰৰ সম্ভাৱনা বহন কৰে। মই উল্লেখ কৰি অহা ধৰণেৰেই, এই সমস্যাবোৰ সাধাৰণতে সম্পৰীক্ষাৰ পৰা উদ্ভৱ হয়। কিন্তু কেতিয়াবা ই তত্ত্বটোৰ প্ৰতিষ্ঠিত অংশৰেই বিভিন্ন ভাগৰ মাজত হোৱা বিৰোধিতাও হ'ব পাৰে। নিঃসন্দেহে ইয়াৰ অলেখ উদাহৰণ আছে।

মাইকেলছনৰ সম্পৰীক্ষাটোৰ পৰা বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ, কিছুমান আয়নীকৰণ বিভৱ (ionization potential) আৰু বৰ্ণালীবীক্ষণিক গাঁথনিত (spectroscopic structure) দেখা দিয়া সমস্যাৰ পৰা কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ উদ্ভাৱন প্ৰথমটোৰ উদাহৰণত পৰে; বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ আৰু নিউটনীয় মহাকৰ্ষণিক তত্ত্বৰ মাজত দেখা দিয়া সংঘাতৰ ফলত সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদৰ উদ্ভৱ হোৱাটো দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰৰ এক বিৰল উদাহৰণ। যিকোনো ক্ষেত্ৰতে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ সমস্যাবোৰ বস্তুনিষ্ঠভাৱে উপস্থাপন কৰা হয়, আৰু যদিওবা ইয়াৰ সাফল্য নিৰ্ধাৰণকাৰী চৰ্তসমূহ পূৰ্বতে উল্লেখ কৰাৰ দৰেই মূলতঃ সৌন্দৰ্য্যবোধৰ লগত জড়িত; তথাপি সমস্যাটোৰ সবাতোকৈ 'গুৰুত্বপূৰ্ণ আৱিষ্কাৰ' অংশ কঠিন, বস্তুনিষ্ঠ তথ্য। সেইবাবে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞান বিষয়টো প্ৰায় সকলো সময়তে যথেষ্ট কেন্দ্ৰীভূত হৈ আছিল। প্ৰায় সকলো সময়তে সকলো তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানীৰ সৰহভাগ প্ৰচেষ্টা এখন বা দুখন কঠোৰভাৱে সীমিত ক্ষেত্ৰত কেন্দ্ৰীভূত হৈ আছিল। উদাহৰণস্বৰূপে, ১৯২০ৰ দশক আৰু ১৯৩০ৰ দশকৰ প্ৰথমছোৱা কোৱাণ্টাম পদাৰ্থবিজ্ঞানত, আৰু ১৯৩০ৰ দশকৰ মাজভাগৰ পৰা মৌলিক কণিকা আৰু নিউক্লিয়াছৰ গঠনত এই প্ৰচেষ্টা কেন্দ্ৰীভূত হৈছিল।

গণিতৰ ক্ষেত্ৰত পৰিস্থিতিটো সম্পূৰ্ণ বেলেগ। **গণিতৰ কেবাটাও উপবিভাগ আছে; ইয়াৰে এটাৰ আনটোৰ লগত বৈশিষ্ট্য, শৈলী, লক্ষ্য আৰু প্ৰভাৱৰ দিশৰ পৰা যথেষ্ট পাৰ্থক্য আছে। তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ চূড়ান্ত কেন্দ্ৰীভূতকৰণৰ পৰা ই সম্পূৰ্ণ বিপৰীত মেৰুত অৱস্থান কৰে।** এজন ভাল তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানীয়ে আজিৰ দিনতো তেওঁৰ বিষয়ৰ আধাতকৈ বেছি অংশত কাম চলি যোৱাকৈ জ্ঞান আয়ত্ত কৰি ল'ব পাৰে। এতিয়াৰ জীৱিত কোনো গণিতজ্ঞৰ ভিতৰত কাৰোবাৰ গণিতৰ এক চতুৰ্থাংশ বিষয়ৰ লগতো যে সম্পৰ্ক থাকিব পাৰে, তাত মোৰ সন্দেহ আছে। বস্তুনিষ্ঠভাৱে ক'ব গ'লে, গণিতৰ উপবিভাগ এটাৰ যথেষ্টখিনি বিকাশ হোৱাৰ পিছত ই ডাঙৰ কোনো সমস্যাৰ সন্মুখীন হ'ব পাৰে, বা সমস্যা এটাই ইয়াৰ অগ্ৰগতি ব্যাহত কৰি ৰাখিব পাৰে। কিন্তু তেনে পৰিস্থিতিতো গণিতজ্ঞ এজনে ইচ্ছা কৰিলে সেই বিষয়টোত লাগি থাকিব পাৰে, বাদ দিব পাৰে বা অন্য কিবা বিষয়ত মন দিবৰ বাবেও তেওঁৰ স্বাধীনতা আছে। আনহাতে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানত গুৰুতৰ সমস্যা বুলিলে সাধাৰণতে কোনো বিসংগতি বা স্ববিৰোধিতাক বুজায়, যিটো সমাধান হ'বই লাগিব। এজন গণিতজ্ঞই গৱেষণাৰ বাবে বাছি ল'বলৈ ভিন্নপ্ৰকাৰৰ অনেক ক্ষেত্ৰ আছে, আৰু তেওঁ সেই ক্ষেত্ৰবোৰত কি কাম কৰিব সেয়া বাছি ল'বলৈও যথেষ্ট স্বাধীনতা আছে। **গতিকে আমি চূড়ান্ত সিদ্ধান্ত হিচাপে ক'ব পাৰোঁ: মোৰ বোধেৰে গণিতজ্ঞ এজনৰ বাবে নিৰ্বাচন আৰু সাফল্যৰ চৰ্ত মূলতঃ নান্দনিক বুলি কোৱাটো সমীচীন হ'ব।** মই অনুভৱ কৰোঁ যে এনেধৰণৰ দৃঢ়তাপূৰ্ণ মন্তব্য বিতৰ্কমূলক, আৰু এইটো প্ৰমাণ কৰাটোও অসম্ভৱ; বা বহুকেইটা নিৰ্দিষ্ট কাৰিকৰী উদাহৰণৰ বিশ্লেষণ নকৰাকৈ ইয়াক সত্যাপণ কৰাও দুৰূহ। তাকে কৰিবলৈ

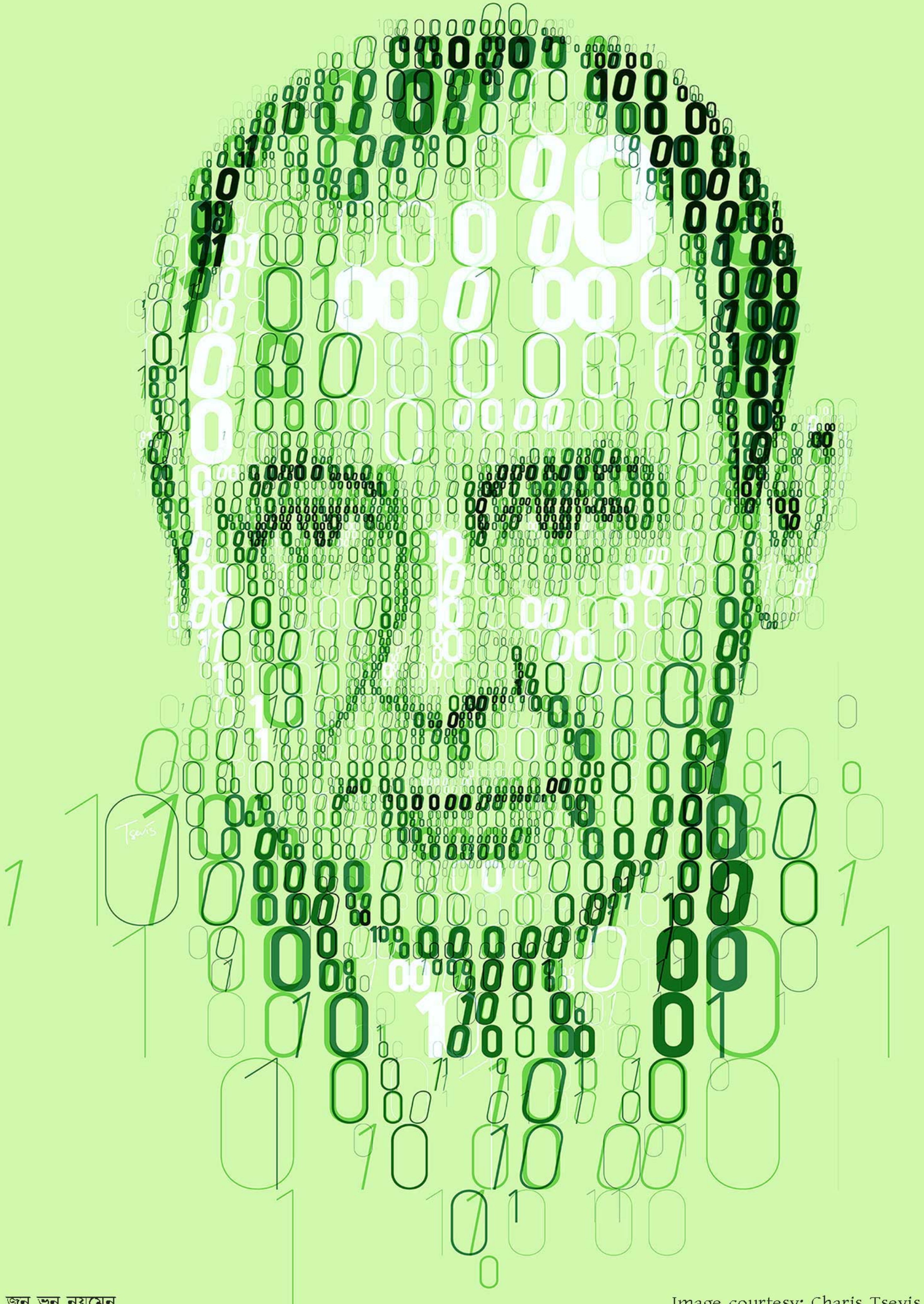
পুনৰায় এটা অতি উচ্চস্তৰৰ কাৰিকৰী পৰ্য্যায়ৰ আলোচনাৰ প্ৰয়োজন হ'ব, যিটো কৰিবলৈ এয়া সঠিক স্থান নহয়। মাথোঁ এনেকৈ কৈ থ'লেই যথেষ্ট যে ওপৰত উল্লেখ কৰি অহা তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ উদাহৰণতকৈও ইয়াত নান্দনিক চৰিত্ৰৰ ভূমিকা বেছি। গাণিতিক উপপাদ্য বা গাণিতিক তত্ত্ব এটাৰ দ্বাৰা কেৱল পূৰ্বে সম্পূৰ্ণ পৃথক বস্তু কিছুমান সৰল আৰু সৌন্দৰ্য্যপূৰ্ণভাৱে ব্যাখ্যা আৰু শ্ৰেণীভুক্ত কৰাটোৱেই আশা কৰা নাযায়, ইয়াৰ স্থাপত্য আৰু গাঁথনিগত ৰূপতো সৌন্দৰ্য্যৰ উপাদান আশা কৰা হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, সমস্যাটো উত্থাপনৰ সুচলতা, ইয়াক ধৰি ৰখাত দেখা দিয়া জটিলতা আৰু সমস্যাটো সমাধানৰ দিশে অগ্ৰসৰ হ'বলৈ প্ৰচেষ্টা চলাই থকাৰ সময়তে আচম্বিতভাৱে পোৱা কিছু উপযোগী শুংসূত্ৰ, যিয়ে আগবাঢ়ি যোৱাৰ গোটেই প্ৰক্ৰিয়াটোক বা ইয়াৰ কিছু অংশ সহজ কৰি তোলে - ইত্যাদি উপাদানসমূহৰ কথা ক'ব পাৰি। লগতে সমস্যাটো নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতিটো যদি যথেষ্ট জটিল আৰু দীঘলীয়া হয়, তাৰ অন্তৰালত কিবা সৰল সাধাৰণ নিয়ম সোমাই থকা উচিত; যিয়ে জটিলতাখিনি আৰু দীঘলীয়া বক্ৰপথ অৱলম্বনৰ কাৰণ ব্যাখ্যা কৰিব পাৰে, আপাত যাদৃচ্ছিকতাসমূহক কেইটামান সৰল পথ প্ৰদৰ্শক প্ৰেৰণালৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰে। এইধৰণৰ আৱশ্যকীয় চৰ্তসমূহ স্পষ্টভাৱে যিকোনো সৃষ্টিশীল কলাৰ সৈতে একে। পটভূমিত থকা কিবা অন্তৰ্নিহিত ব্যৱহাৰিক, পাৰ্থিৱ বিষয়ৰ উপস্থিতিক সৌন্দৰ্য্যবৰ্ধন আৰু জটিল ৰূপৰ সমাহাৰে ঢাকি পেলায়। এই সকলোখিনি কলাৰ বাতাবৰণ এটাৰ লগতহে সাদৃশ্য আছে, আৰু ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ বাতাবৰণতকৈ ই বিশুদ্ধ আৰু সৰল।

আপোনালোকে লক্ষ্য কৰিব যে মই এতিয়ালৈকে আনকি ব্যৱহাৰিক বা বৰ্ণনাত্মক বিজ্ঞানৰ সৈতে গণিতৰ তুলনাৰ কথা উল্লেখো কৰা নাই। ইয়াত পদ্ধতি আৰু সাধাৰণ বাতাবৰণটোৰ মাজৰ পাৰ্থক্য দেখদেখকৈ ওলাই আছে।

বিষয়টোৰ জটিলতালৈ চাই যিহেতু আমি আসন্ন হিচাপতকৈ বেছি ওচৰ চাপিব নোৱাৰোঁ, মই ভাবোঁ এইটো সত্যৰ তুলনামূলকভাৱে ভাল আনুমানিক হিচাপ এটা হ'ব যে গাণিতিক ধাৰণাসমূহ ব্যৱহাৰিক আৰু পৰ্য্যৱেক্ষণভিত্তিক ক্ষেত্ৰৰ পৰাই উদ্ভৱ হয়, যদিও ইয়াৰ বংশানুক্ৰমিক তালিকাখন কেতিয়াবা দীঘলীয়া আৰু বৰ স্পষ্ট নহয়। কিন্তু এবাৰ তেনেদৰে ভাবি লোৱাৰ পিছত বিষয়টোৱে ইয়াৰ এক নিজস্ব বৈশিষ্ট্যপূৰ্ণ জীৱন কটাবলৈ ধৰে আৰু ইয়াক এটা সৃষ্টিশীল জীৱনৰ লগতহে তুলনা কৰিব পাৰি। লগতে ই ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান বা যিকোনো বিষয়ৰ দ্বাৰা পৰিচালিত হোৱাৰ পৰিৱৰ্তে সম্পূৰ্ণৰূপে নান্দনিক প্ৰেৰণাৰেহে চালিত হয়। অৱশ্যে আন এটা কথাত বিশেষ জোৰ দিয়াটো প্ৰয়োজনীয় বুলি মই ভাবোঁ। গাণিতিক ক্ষেত্ৰ এখন যেতিয়া ব্যৱহাৰিক উৎসটোৰ পৰা বহুদূৰ আঁতৰি আহে, যদি ক্ষেত্ৰখন বাস্তৱ জগতৰ ধাৰণাৰ দ্বাৰা কেৱল পৰোক্ষভাৱে অনুপ্ৰাণিত দ্বিতীয় বা তৃতীয় প্ৰজন্মৰ ক্ষেত্ৰ হয়; ইয়াক চৌদিশৰ পৰা ডাঙৰ সংকটে আগুৰি ধৰে। ই মাত্ৰাধিক পৰিমাণে কেৱল বিশুদ্ধ নান্দনিকধৰ্মী ক্ষেত্ৰ হৈ পৰে, সম্পূৰ্ণৰূপে 'কলাৰ স্বাৰ্থত কলা' হৈ পৰে। যদি সেই ক্ষেত্ৰখন ব্যৱহাৰিক দিশৰ সৈতে সম্পৰ্কিত বিষয়ে আগুৰি আছে, বা যদি সেই ক্ষেত্ৰখন অসাধাৰণ সু-ৰুচিপূৰ্ণ স্বাদৰ অধিকাৰী ব্যক্তিৰ প্ৰভাৱত আছে, তেনেক্ষেত্ৰত ইয়াক বেয়া বুলি ক'ব নোৱাৰি। কিন্তু এটা ডাঙৰ সংকটৰ সম্ভাৱনা আছে যে বিষয়টো কম ৰোধৰ দিশেৰে বিকশিত হৈ মূল উৎসৰ পৰা বহু দূৰত ভালেমান তাৎপৰ্য্যহীন শাখা সৃষ্টি কৰিব পাৰে, আৰু সেই ক্ষেত্ৰখনে সূক্ষ্ম বিৱৰণ আৰু জটিলতাৰ এক বিশৃংখল থূপ গঠন কৰিব পাৰে। আন কথাত, ব্যৱহাৰিক উৎসৰ পৰা বহু দূৰত বা বিমূৰ্ত ৰূপৰ বহুবাৰ অন্তঃপ্ৰজনন হোৱাৰ পিছত গাণিতিক বিষয় এটাই ইয়াৰ গুণাগুণ হেৰুৱাই পেলোৱাৰ আশংকা থাকে। সাধাৰণতে আৰম্ভণিৰ শৈলীটো ধ্ৰুপদী হয়, কিন্তু যেতিয়াই ই অলংকাৰ-বহুল হ'বলৈ ধৰাৰ ইংগিত দিয়ে, বিপদৰ আশংকা ঘনীভূত হয়। অলংকাৰ-বহুল শৈলীৰ পৰা অতি অলংকাৰ-বহুল শৈলীলৈ হোৱা বিৱৰ্তনৰ পথছোৱা বিচাৰি উলিয়াবলৈ উদাহৰণ দিয়াটো সহজ, কিন্তু সেইটো কৰিব গ'লেও বহু বেছি কাৰিকৰী কথা সোমাই পৰিব।

যিকোনো পৰিস্থিতিতে এই পৰ্য্যায় এটাত উপনীত হোৱাৰ পিছত, মোৰ দৃষ্টিত তাৰ একমাত্ৰ প্ৰতিকাৰ হৈছে মূল উৎসলৈ ঘূৰি গৈ পুনৰুজ্জীৱিত কৰা; অৰ্থাৎ চিধাই ব্যৱহাৰিক ধাৰণাৰ পুনৰবাৰ প্ৰৱেশ ঘটোৱা। মই পতিয়ন গৈছোঁ যে বিষয়টোৰ সজীৱতা আৰু প্ৰাণশক্তি বৰ্তাই ৰাখিবলৈ এনে কৰাতো প্ৰয়োজনীয়, আৰু ভৱিষ্যতেও সমানেই প্ৰয়োজনীয় হৈ থাকিব।

> "পাটীগণিতীয় চিহ্নবোৰ হ'ল লিখিত নক্সা আৰু জ্যামিতীয় চিত্ৰবোৰ হ'ল অংকিত সূত্ৰ।"
>
> – **ডেভিদ হিলবাৰ্ট** (২৩ জানুৱাৰী, ১৮৬২ - ১৪ ফেব্ৰুৱাৰী, ১৯৪৩)



জন ভন নয়মেন

Image courtesy: Charis Tsevis