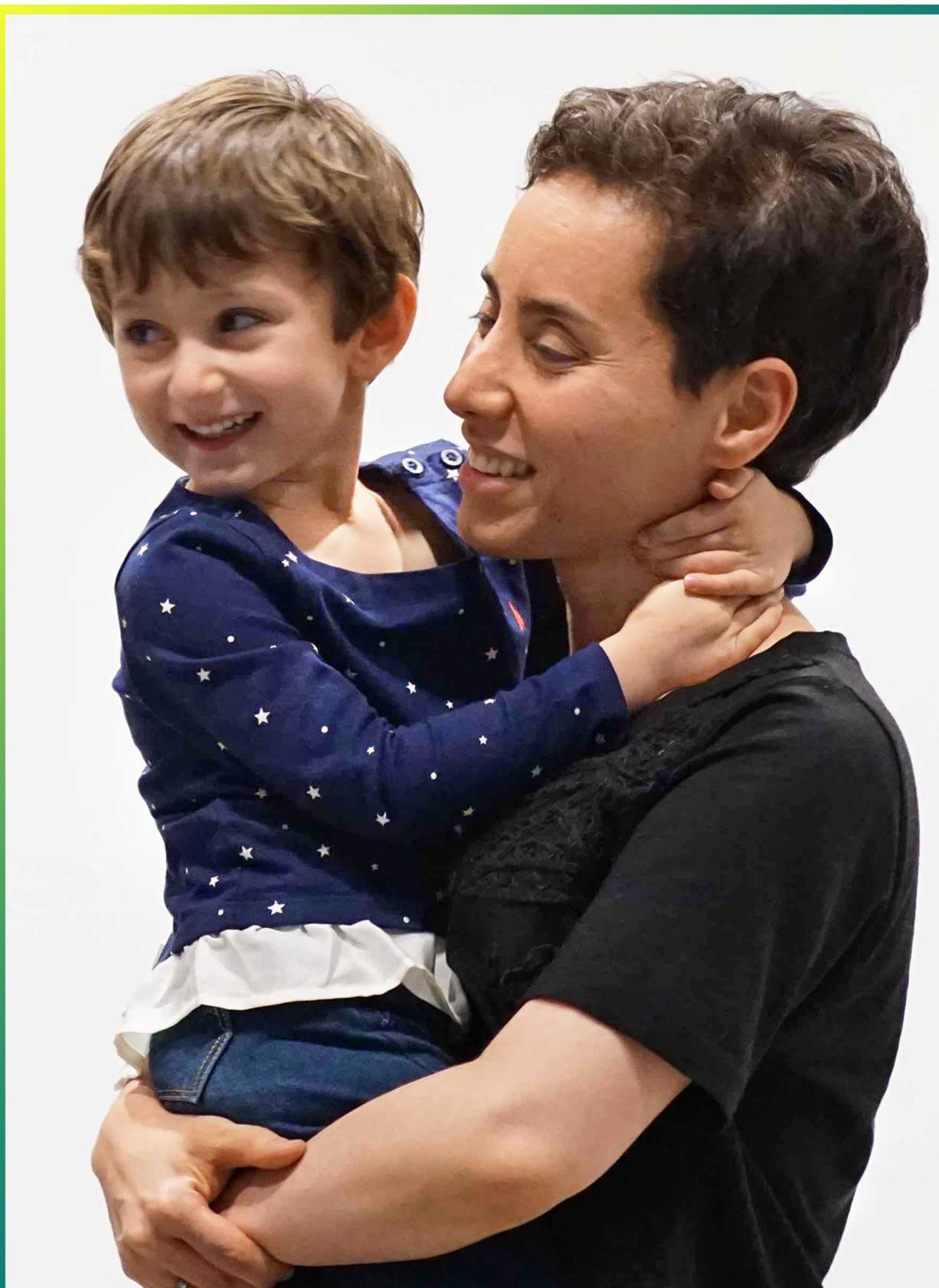
গণিত বিকাশ

GANIT BIKASH

ঊনসপ্ততিতম সংখ্যা : এপ্রিল - জুন, ২০২১ ● Volume 69 : April - June, 2021



অসম গণিত শিক্ষায়তন

ASSAM ACADEMY OF MATHEMATICS

গণিত বিকাশ
Ganit Bikash

অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ গণিত বিষয়ক দ্বিভাষিক (অসমীয়া আৰু ইংৰাজী) ত্ৰৈমাসিক আলোচনী

Bilingual (Assamese and English) Quarterly Mathematics Magazine Published By Assam Academy Of Mathematics

---

ঊনসপ্ততিতম সংখ্যা : এপ্ৰিল – জুন, ২০২১

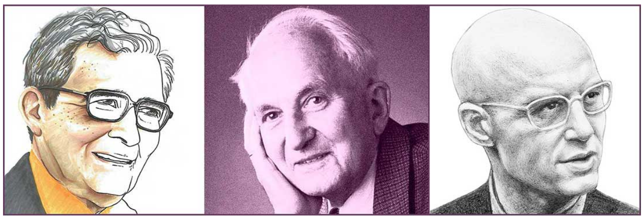
Volume 69 : April – June, 2021

Assam Academy of Mathematics, a non-profit Academic Voluntary organization was established on 18th July, 1986 to promote and popularize mathematics study and research in Assam. Since inception, the Academy has been publishing a six monthly bilingual (Assamese and English) popular magazine on Mathematics named *Ganit Bikash*, popular mathematics books in Assamese, Research Journal, etc. It is also organizing Mathematics Olympiad to spot young mathematical talents of the state and academic programmes across the State in fulfillment of the aims and objectives of the organization.

Registration No: 4097 of 1991-92 under Societies Reg. Act. XXI of 1860.

Website: aamonline.org.in

সূচীপত্ৰ



'গণিত বিকাশ'খন ই-মেইলযোগে পাবলৈ ইয়াত ক্লিক কৰি ফৰ্মখন পূৰ কৰিবলৈ অনুৰোধ জনালোঁ।

Image Courtesy: Clay Mathematics Institute, Anna Ileby, Kim Kulish, Subhankar Biswas, MacTutor History of Mathematics archive, Konrad Jacobs (MFO), Mathigon, Charis Tsevis, Simons Foundation, International Mathematics Union.

সম্পাদকীয়

ভাৰত চৰকাৰৰ 'বিজ্ঞান আৰু প্ৰযুক্তিবিদ্যা বিভাগ' (DST)-এ তিনি বছৰ পূৰ্বে AWSAR বঁটা নামেৰে এটা প্ৰতিযোগিতামূলক পুৰস্কাৰ প্ৰতিষ্ঠা কৰিছে। AWSAR হ'ল Augmenting Writing Skills for Articulating Research ৰ সংক্ষেপণ। ভাৰতীয় ডক্টৰেট ডিগ্ৰী আৰু পোষ্ট-ডক্টৰেট ডিগ্ৰীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে এই প্ৰতিযোগিতাত অংশ ল'ব পাৰে। ইয়াৰ বাবে তেওঁলোকে নিজৰ চলি থকা গৱেষণাৰ বিষয়-বস্তুটোৰ সম্পৰ্কত সাধাৰণ মানুহক উদ্দেশ্য কৰি একোটা প্ৰবন্ধ ইংৰাজী বা হিন্দীত লিখি প্ৰেৰণ কৰিব লাগে। কেইটামান শাখা মিলাই প্ৰতি বছৰে এশৰো অধিক লেখা নিৰ্বাচন কৰি ৰাষ্ট্ৰীয় বিজ্ঞান দিৱসৰ দিনা পুৰস্কৃত কৰা হয়। প্ৰতিযোগিতাখনত প্ৰতিবাৰে কেইবা হাজাৰকৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অংশ লৈছে। এতিয়ালৈকে, অসমৰো তিনিগৰাকীমান ছাত্ৰীয়ে এই পুৰস্কাৰ লাভ কৰিছে। গণিতৰ কোনো অসমীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে লাভ কৰাৰ তথ্য আমাৰ হাতত নাই।

সাধাৰণ মানুহে ভাৰতত চলি থকা বৈজ্ঞানিক কৰ্মৰাজিৰ সম্পৰ্কে জনাৰ ক্ষেত্ৰত যিটো দূৰত্ব সেয়া আঁতৰোৱাৰ এটা প্ৰচেষ্টা চলোৱা; সাধাৰণজনৰ মাজলৈ বৈজ্ঞানিক মানসিকতা আৰু সজাগতা অনা; বিজ্ঞান জনপ্ৰিয়কৰণৰ বাবে লেখা-মেলা কৰাৰ আগ্ৰহ গৱেষকসকলৰ মাজত সৃষ্টি কৰা ইত্যাদি এই প্ৰতিযোগিতাৰ অন্যতম উদ্দেশ্য।

ডিএছটি (DST) বুলি কোৱাৰ লগে লগে এটা সন্মান জড়িত হৈ আছে। সেয়েহে ইয়াৰ মোহৰ থকা মান-পত্ৰ এখনৰ বাবে বহুতে নিশ্চয় আশা কৰিব; আৰু কিছু প্ৰচেষ্টা চলাই এটা প্ৰবন্ধ লিখি সেইখন পোৱাৰ পিছত বহুতে পুনৰ একো নিলিখাৰ সম্ভাৱনাই অধিক। কিন্তু এই প্ৰতিযোগিতা তথা গোটেই ব্যৱস্থাটোৱে, নতুন বৈজ্ঞানিক বিষয়-বস্তুৰ সম্পৰ্কে সাধাৰণ মানুহৰ বাবে লিখাৰ গুৰুত্বটো পুনৰ প্ৰতিষ্ঠা কৰিছে। এই পুৰস্কাৰৰ লগতে সংগতি ৰাখি, কেইবাশ নিৰ্বাচিত গৱেষক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক জনপ্ৰিয় বিজ্ঞান প্ৰবন্ধ লিখাৰ দক্ষতা বৃদ্ধিৰ বাবে প্ৰশিক্ষণো দিয়া হয়।

বিজ্ঞান লেখা লিখোতে গুৰুত্ব দিবলগীয়া বহুতো কথা থাকে। এই সম্পৰ্কত তেওঁলোকৰ কৰ্মশালাসমূহৰ কিছুমান তথ্য আৰু সমল ৱেবছাইটতো সন্নিবিষ্ট কৰি ৰাখিছে। সকলোৱে ইয়াৰ পৰা বহু কথা শিকিব পাৰিব। আমাৰ স্বনামধন্য বিজ্ঞান-লেখক ড° দীনেশ চন্দ্ৰ গোস্বামীয়ে দিয়া এটি বক্তৃতাও সন্নিবিষ্ট কৰা হৈছে। তেখেতে বক্তৃতাত 'Reader's Digest' আলোচনীখনৰ পূৰ্বৰ এগৰাকী মুখ্য-সম্পাদক এডৱাৰ্ড টি. থম্পছনৰ এটা বিখ্যাত লেখা 'How to write clearly'ৰ পৰা কেইটামান উদাহৰণ দিছিল। তাৰে দুটা উদাহৰণ পাঠকৰ কৌতুহলৰ বাবে ইয়াত দিব বিচাৰিছোঁ।

ধৰক আপুনি লিখিছে যে– "The biota exhibited a one hundred percent mortality response." বিষয়টোৰ লগত জড়িত মানুহৰ বাবে বৰ ভাল যেন লগা বাক্য এইটো। কিন্তু আপুনি সাধাৰণ পাঠকৰ বাবে লিখিব বিচাৰিছে। সেইটো বাক্যৰ পৰিৱৰ্তে আপুনি লিখিব পাৰিলেহেঁতেন "All the fish died."

আমেৰিকাৰ এজন ৰাষ্ট্ৰপতিৰ ভাষণ লিখি দিয়া ব্যক্তিজনে এটা বাক্য লিখিছিল এই বুলি– "We are endeavouring to construct a more inclusive society." এটা খুব ভাল যেন লগা বাক্য। কিন্তু অৰ্থহীনভাৱে কঠিন শব্দকেইটামান বঢ়োৱালে বা অৰ্থহীনভাৱে জটিল ভাৱৰ সৃষ্টি কৰিলে কোনো লাভ নহয়। ইয়াৰ দ্বাৰা জনসাধাৰণৰ মাজত সোমাব নোৱাৰি। ৰাষ্ট্ৰপতিজনে বক্তৃতাটোৰ সেই বাক্যটো সলনি কৰি লিখিলে যে– "We're going to make a country in which no one is left out."

এতিয়া আমি, নতুন বিষয়-বস্তুৰ সম্পৰ্কে লিখাৰ গুৰুত্ব আৰু সেইসমূহ লিখাৰ শৈলী – এই দুই প্ৰসংগৰ পৰা আঁতৰি আন এটা প্ৰসংগলৈ যাব খুজিছোঁ। লেখাসমূহ কোন কোন স্তৰত লিখিব লাগে?

দুবছৰ পূৰ্বে এটা খবৰ ব্যাপকভাৱে জনাজাত হৈছিল যে ৩৩ ক তিনিটা ঘন সংখ্যাৰ যোগফল ৰূপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি বুলি প্ৰমাণ হৈছে, তাৰ বাবে এটা উদাহৰণ পোৱা গৈছে, আৰু এই উদাহৰণটো ৬৪ বছৰৰ মূৰত পোৱা গৈছে। আন ভাষাৰে ক'বলৈ গ'লে, $x^৩ + y^৩ + z^৩ = ৩৩$ সমীকৰণটোৰ এটা অখণ্ড সমাধান পোৱা গ'ল। সেই সমাধানটো হ'ল:

$(৮৮৬৬১২৮৯৭৫২৮৭৫২৮)^৩ + (-৮৭৭৮৪০৫৪৪২৮৬২২৩৯)^৩ + (-২৭৩৬১১১৪৬৮৮০৭০৪০)^৩ = ৩৩$।

এই সম্পৰ্কত তেতিয়া শ শ লেখা ওলাইছিল। কিন্তু, সেই গোটেইবোৰ লেখাই প্ৰায় একেই। সেইধৰণৰ সংবাদ বা প্ৰবন্ধ লিখিবলৈ বিশেষ একো পঢ়িব লগা নহয়। ইতিমধ্যে ওলোৱা দুটামান সংবাদ পঢ়িলেই হয়, বা তাৰ লগতে আন দুই-এটা তথ্য কেতিয়াবা বিচাৰিব লগা হয়। যিসকলে খবৰটো মৌলিকভাৱে লিখে, তেওঁলোকেও কেৱল দুই-এজন বিশিষ্ট ব্যক্তিৰ মন্তব্য গ্ৰহণ কৰি সেইসমূহ উক্তি ৰূপে সন্নিবিষ্ট কৰে। আনহাতে, এই সমাধানটো উলিওৱাতকৈয়ো আন অসাধাৰণ কাম বহুতো হৈছে, কিন্তু সেইসমূহে ইয়াৰ তুলনাত সামান্য অংশও সংবাদ দখল কৰা নাছিল।

তাৰ কেইমাহমান পিছত পট্ৰিক হ'নাৰ (Patrick Honner) নামৰ লেখকজনে 'Why the sum of three cubes is a hard math problem' শীৰ্ষক এটা সম্পূৰ্ণ সুকীয়া প্ৰবন্ধ লিখিলে। সেই সমাধানটো যিটো পদ্ধতিৰে উলিওৱা হৈছে সেই পদ্ধতিৰ পিনে কিয় যাব লগা হয়, তাৰ এটা সুন্দৰ ব্যাখ্যা সেই প্ৰবন্ধটোৱে আগবঢ়ালে। ওপৰত উল্লেখ কৰা সংবাদ বা প্ৰবন্ধসমূহৰ দৰে এইটো প্ৰবন্ধ বুজিবলৈয়ো হাইস্কুলীয়া জ্ঞানেই যথেষ্ট; কিন্তু ই এটা গভীৰ স্তৰলৈ গ'ল। এই প্ৰবন্ধটোৱে সেই বিষয়-বস্তুটোৰ সম্পৰ্কত পাঠকৰ চিন্তাৰ গভীৰতা আৰু পৰিসৰ বৃদ্ধি কৰে।

তাৰ পিছতো কিন্তু এটা স্তৰ থাকি গ'ল। কাৰণ, সেই সমাধানটো উলিওৱা নায়কজন যি মুহূৰ্তত প্ৰৱেশ কৰিলে সেই মুহূৰ্ততে প্ৰবন্ধটো শেষ হৈ গ'ল।

তৃতীয় স্তৰৰ প্ৰবন্ধ একোটাত সমাধানটো নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতিৰ সম্পৰ্কেও থাকিব লাগিব। সেয়া লিখিবৰ বাবে সমাধানটো সম্পৰ্কীয় গৱেষণা-পত্ৰখন পঢ়িব লাগিব। দ্বিতীয় স্তৰতো এইটো প্ৰয়োজনীয়। কিন্তু তৃতীয় স্তৰত আটাইতকৈ প্ৰয়োজনীয় কথাটো হ'ল গৱেষণা-পত্ৰখন লেখকজনৰ সম্পূৰ্ণ আয়ত্বত থাকিব লাগিব।

বিবিধ বিষয়-বস্তুক লৈ আমাক এই তিনিওটা স্তৰৰ লেখাৰ অতি প্ৰয়োজন।

— পংকজ জ্যোতি মহন্ত

কাগজত অসমৰ মেপ এখন আঁকি লৈ অসমৰ মাটিৰ কোনোবা এঠাইত পাৰি দিয়ক। তেতিয়া মেপখনত এনেকুৱা এটা বিন্দু পোৱা যাব, যিটো বিন্দু সি প্ৰকাশ কৰা ভূমিৰ একদম সঠিক বিন্দুটোত লগ লাগি আছে।

(বীজগণিতীয় সংস্থিতি বিজ্ঞানৰ এজন বিশেষজ্ঞ এলেন য়ুৰানৰ একেধৰণৰ এষাৰ কথাৰ আলমত।)

Symmetry শব্দটো এক ধৰণৰ সমমিতি (symmetry) ৰূপত অঁকাৰ এটা আৰ্হি হ'ল:

এইটো ১৮০ ডিগ্ৰী ঘূৰাই দিলে একেটা ৰূপেই পোৱা যাব। এনেদৰে শব্দ একোটাক কিছুমান বিশেষ বৈশিষ্টপূৰ্ণ ৰূপ দি অংকণ কৰা ৰূপক এম্বিগ্ৰাম (ambigram) বুলি কোৱা হয়। ওপৰৰ উদাহৰণটো হৈছে এটা সমমিতীয় এম্বিগ্ৰাম। ambigram শব্দটোৰ নিজৰে এটা সমমিতীয় এম্বিগ্ৰাম হ'ল:

গণিতজ্ঞ

জন ভন নয়মেন • অনুবাদ : প্ৰিয়াংকুশ ডেকা

অনুবাদক: অষ্টম ষাণ্মাসিকৰ ছাত্ৰ, যান্ত্ৰিক অভিযান্ত্ৰিক বিভাগ (মেকানিকেল ইঞ্জিনিয়াৰিং বিভাগ), যোৰহাট অভিযান্ত্ৰিক মহাবিদ্যালয়, গড়মূৰ, যোৰহাট-৭৮৫০০৭

কুৰি শতিকাৰ শ্ৰেষ্ঠ গণিতজ্ঞসকলৰ যদি এখন তালিকা প্ৰস্তুত কৰিবলগীয়া হয়, তেন্তে সেই তালিকাখনত প্ৰথমেই নাম আহিবলগীয়া গণিতজ্ঞসকলৰ এগৰাকী হ'ব জন ভন নয়মেন (২৮ ডিচেম্বৰ, ১৯০৩ - ৮ ফেব্ৰুৱাৰী, ১৯৫৭)। অধিকাংশ লোকৰ মতে তেওঁৰ জীৱনকালছোৱাত তেৱেঁই আছিল বিশ্বৰ শ্ৰেষ্ঠতম গণিতজ্ঞ। কিন্তু এগৰাকী গণিতজ্ঞ হিচাপেই তেওঁৰ পৰিচয় সীমাবদ্ধ নহয়। পদাৰ্থবিজ্ঞান, কম্পিউটাৰ বিজ্ঞান, অভিযান্ত্ৰিকী, অৰ্থনীতি আদি বিভিন্ন ক্ষেত্ৰতো তেওঁৰ সমানেই ব্যুৎপত্তি আছিল, আৰু সেইবাবে তেওঁক এগৰাকী সৰ্ববিদ্যাবিশাৰদ (polymath) হিচাপে গণ্য কৰা হৈছিল।

জন ভন নয়মেনৰ জন্ম হৈছিল হাংগেৰীৰ এটা আঢ্যৱন্ত ইহুদী পৰিয়ালত। অসাধাৰণ স্মৃতিশক্তি আৰু মেধাৰ বাবে শৈশৱতে বিস্ময় বালকৰূপে পৰিচিত হোৱা নয়মেনে ত্ৰিশৰ দেওনা পাৰ হোৱাৰ পূৰ্বেই বিশ্বৰ আগশাৰীৰ গণিতজ্ঞ হিচাপে প্ৰতিষ্ঠা লাভ কৰিছিল। বিশুদ্ধ আৰু প্ৰায়োগিক গণিতৰ প্ৰায়বোৰ ক্ষেত্ৰতে তেওঁ উল্লেখনীয় অৱদান আগবঢ়াইছিল। এইসমূহৰ ভিতৰত সংহতি তত্ত্ব, এৰগ'ডিক তত্ত্ব (ergodic theory), সংকাৰক তত্ত্ব (operator theory), জালিকা তত্ত্ব (lattice theory), জ্যামিতি, গাণিতিক পৰিসংখ্যাবিজ্ঞান, আদি বিষয়সমূহত কৰা অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ গৱেষণাৰাজিৰ বাবে তেওঁ সুপৰিচিত।

গাণিতিক গৱেষণাৰাজিক বিভিন্ন ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰত সফলভাৱে প্ৰয়োগ কৰাৰ অপূৰ্ব দক্ষতা আছিল বাবেই তেওঁ কোৱাণ্টাম তত্ত্ব, অৰ্থনীতি, প্ৰতিৰক্ষা, জলগতিবিজ্ঞান, আদি বিভিন্ন ক্ষেত্ৰতো অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ অৱদান আগবঢ়াব পাৰিছিল। কোৱাণ্টাম বিজ্ঞানৰ গাণিতিক ভেটি উন্নয়নৰ বাবে তেওঁ 'rings of operators' ধাৰণাটোৰ সূচনা কৰিছিল, যি পিছলৈ 'ভন নয়মেন বীজগণিত' (Von neumann algebra) নামেৰে পৰিচিত হ'ল। ১৯২৮ চনত নয়মেনে প্ৰকাশ কৰা 'Theory of Parlor Games' শীৰ্ষক গৱেষণা-পত্ৰখন 'খেলতত্ত্ব'ৰ বিকাশৰ বাবে অতি তাৎপৰ্য্যপূৰ্ণ বুলি প্ৰতিপন্ন হৈছিল। দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধৰ সময়ত তেওঁ মানহাট্টান প্ৰকল্পৰ লগতো জড়িত আছিল।

জাৰ্মানীৰ বাৰ্লিন বিশ্ববিদ্যালয় আৰু হেমবাৰ্গ বিশ্ববিদ্যালয়ত অধ্যাপনাৰে কৰ্মজীৱনৰ পাতনি মেলাৰ পিছত ১৯৩০ চনত তেওঁ আমেৰিকাৰ প্ৰিন্সটনত অৱস্থিত 'ইনষ্টিটিউট ফৰ এডভান্সড ষ্টাডি'ত যোগদান কৰিছিল। নাজী বাহিনীৰ আগ্ৰাসনৰ সময়ত অশান্ত-জৰ্জৰ ইউৰোপ ত্যাগ কৰি আমেৰিকালৈ যোৱা ইহুদী গণিতজ্ঞ আৰু বিজ্ঞানীসকলৰ মাজত তেৱোঁ আছিল অন্যতম। জীৱনৰ পৰৱৰ্তী কালছোৱা তেওঁ আমেৰিকাতে কটাইছিল আৰু নাগৰিকত্বও গ্ৰহণ কৰিছিল। ১৯৫৭ চনৰ ৮ ফেব্ৰুৱাৰীত কৰ্কট ৰোগত আক্ৰান্ত হৈ তেওঁৰ মৃত্যু হৈছিল।

জন ভন নয়মেনে তেওঁৰ জীৱনকালত ১৫০ খনতকৈ অধিক গৱেষণা-পত্ৰ প্ৰকাশ কৰিছিল। ইয়াৰে প্ৰায় ৬০ খন বিশুদ্ধ গণিতৰ, ৬০ খন প্ৰায়োগিক গণিতৰ, ২০ খন পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ, আৰু বাকীকেইখন বিশেষ কোনো গাণিতিক বিষয় অথবা আন বিষয়ৰ আছিল। তেওঁৰ প্ৰকাশিত গ্ৰন্থসমূহৰ ভিতৰত Mathematical Foundations of Quantum Mechanics (১৯৩২), Functional Operators (প্ৰথম খণ্ড- ১৯৩৫, দ্বিতীয় খণ্ড- ১৯৫০), Continuous Geometry (১৯৩৬), Theory of Games and Economic Behavior (১৯৪৪), The Computer and the Brain (১৯৫৮), Theory of Self-Reproducing Automata (১৯৬৬) ইত্যাদি উল্লেখনীয়।

'গণিত বিকাশ'ৰ এই সংখ্যাত অনুদিত ভন নয়মেনৰ মূল 'The Mathematician' শীৰ্ষক প্ৰবন্ধটো 'Works of the Mind Vol. I' ত (ইউনিভাৰ্ছিটী অব চিকাগ' প্ৰেছ, চিকাগ', ১৯৪৭) প্ৰকাশ পাইছিল। পিছলৈ এই প্ৰবন্ধটো 'John Von Neumann's Collected Works' গ্ৰন্থতো সন্নিৱিষ্ট হৈছে।

যিকোনো ক্ষেত্ৰতে বৌদ্ধিক চিন্তা-চৰ্চাৰ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে আলোচনা কৰাটো এক কঠিন কাম। আনকি গণিতৰ দৰে যিসমূহ ক্ষেত্ৰ এতিয়াও মানুহৰ সাৰ্বজনীন বৌদ্ধিক চিন্তাৰ কেন্দ্ৰীয় অংশৰ পৰা আঁতৰা নাই, তাতো এই কাম কঠিন। মুঠতে যিকোনো বৌদ্ধিক চিন্তা-চৰ্চাৰ প্ৰকৃতি আলোচনা কৰা কামটোৱেই কঠিন; সেই বিশেষ ক্ষেত্ৰখনত বৌদ্ধিক চিন্তা-চৰ্চা কৰাতকৈয়ো ই কঠিন। উৰাজাহাজ এখনত উঠা, পৰিভ্ৰমণ কৰা বা আনকি নিজেই নিয়ন্ত্ৰণ কৰি চলোৱাতকৈয়ো উৰাজাহাজখনৰ কাৰ্য্যপ্ৰণালী বুজা আৰু ইয়াক ওপৰলৈ তুলি নিয়া আৰু আগুৱাই নিয়া বলসমূহৰ তত্ত্ব বুজাটো বেছি টান। কোনো প্ৰক্ৰিয়া এটাত পূৰ্বে কাম কৰাৰ গভীৰ অভিজ্ঞতা আহৰণ কৰাৰ আগতে, ব্যৱহাৰ কৰাৰ আগতে, আৰু ইয়াক নিজৰ প্ৰবৃত্তিগত আৰু ব্যৱহাৰিক অভ্যাসৰ লগত জীণ নিওৱাৰ আগতে কোনোবাই যে প্ৰক্ৰিয়া এটা বুজি উঠিছে - তেনে ঘটনা বৰ ব্যতিক্ৰম।

গতিকে যেতিয়ালৈকে নেকি এখন ক্ষেত্ৰৰ সৈতে এক উজু, নিয়মীয়া পৰিচয় আছে বুলি আগতীয়াকৈ ধৰি লোৱা নহয়, যিকোনো ক্ষেত্ৰতে বৌদ্ধিক চিন্তাৰ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কীয় কোনোধৰণৰ আলোচনা কৰা কামটোৱেই কঠিন। গণিতৰ ক্ষেত্ৰত এই সীমাবদ্ধতাটো অধিক গুৰুতৰ হৈ পৰে, যদি এই আলোচনা গণিতৰ ব্যৱহাৰ নোহোৱাকৈ কৰিবলগীয়া হয়। তেনেক্ষেত্ৰত এই আলোচনাটোৱে নিশ্চিত ৰূপত কিছুমান বেয়া দিশ প্ৰকট কৰিব, এনে কিছুমান বৈশিষ্ট্য সামৰি ল'ব যিবোৰ সঠিকভাৱে তথ্যভুক্ত কৰিব নোৱাৰি। লগতে এই আলোচনাত কিছু অন্তঃসাৰশূন্য কথা সোমাই পৰাটো অৱধাৰিত।

মই ক'বলৈ ওলোৱা কথাখিনিত থকা এইধৰণৰ সীমাবদ্ধতা সম্পৰ্কে খুব ভালদৰে অৱগত। তাৰ বাবে মই আগতীয়াকৈ ক্ষমা বিচাৰিছোঁ। মই আগবঢ়াবলগীয়া দৃষ্টিভংগীবোৰৰ সৈতে হয়তো বহু গণিতজ্ঞৰ মতবিৰোধ থাকিব, লগতে ইয়াত আপোনালোকে এজন মানুহৰ বৰ বিশেষ প্ৰণালীবদ্ধ নোহোৱা সাঁচ আৰু ব্যাখ্যাহে পাব। মোৰ কথাখিনি কিমান প্ৰাসংগিক হৈছে, সেই সিদ্ধান্ত লোৱাতো মই বিশেষ সহায় কৰিব নোৱাৰিম।

ইমানবোৰ প্ৰতিবন্ধকতা সত্ত্বেও মই স্বীকাৰ কৰিব লাগিব যে গণিতত বৌদ্ধিক প্ৰচেষ্টাৰ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে ক'বলৈ প্ৰয়াস কৰাটো এটা আকৰ্ষণীয় আৰু প্ৰত্যাহ্বানমূলক কাম। মই এটাই আশা কৰিম যে এই কামত মই অতি শোচনীয়ভাৱে ব্যৰ্থ নহওঁ।

মোৰ দৃষ্টিত গণিতৰ সবাতোকৈ বৈশিষ্ট্যপূৰ্ণ গুণ হৈছে প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ সৈতে থকা ইয়াৰ অতি বিশিষ্ট সম্পৰ্ক। বা অধিক সাধাৰণীকৰণ কৰি ক'ব গ'লে, পৰিঘটনাসমূহক সম্পূৰ্ণ বৰ্ণনামূলক পৰ্য্যায়তকৈ উচ্চভাৱে বিশ্লেষণ কৰা যিকোনো বিজ্ঞানৰ সৈতে থকা সম্পৰ্ক।

অধিকাংশ লোকে, গণিতজ্ঞ আৰু আনসকলেও এই কথাত সন্মত হ'ব যে গণিত এক ব্যৱহাৰিক বা অভিজ্ঞতানিৰ্ভৰ বিজ্ঞান নহয়। নাইবা অন্ততঃ এইটো কথাত মান্তি হ'ব যে গণিতৰ চৰ্চা এনেভাৱে কৰা হয়, যিটো পৰীক্ষালব্ধ বিজ্ঞানৰ পদ্ধতিসমূহতকৈ বহু দিশৰ পৰা সম্পূৰ্ণৰূপে বেলেগ। তৎসত্ত্বেও ইয়াৰ বিকাশ প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ সৈতে অতি ঘনিষ্ঠভাৱে জড়িত হৈ আছে। ইয়াৰ মূল শাখাসমূহৰ অন্যতম হৈছে জ্যামিতি, যিটো আচলতে প্ৰাকৃতিক, পৰীক্ষালব্ধ বিজ্ঞান হিচাপে আৰম্ভ হৈছিল। স্পষ্টভাৱে আধুনিক গণিতৰ শ্ৰেষ্ঠতম অনুপ্ৰেৰণাসমূহৰ (মোৰ বিশ্বাস, সেইসমূহ শ্ৰেষ্ঠতম) কেইটামান প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ মাজতে সূচনা হৈছিল। প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ তাত্ত্বিক ক্ষেত্ৰখনত গণিতৰ পদ্ধতিসমূহ ব্যাপ্ত হৈ আছে আৰু গণিতেই নিয়ন্ত্ৰণ কৰি ৰাখিছে। আধুনিক ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানসমূহত সাফল্যৰ এইটো এক গুৰুত্বপূৰ্ণ চৰ্ত হ'বলৈ ধৰিছে যে বিষয় এটা গণিতৰ পদ্ধতিসমূহেৰে বা পদাৰ্থবিজ্ঞানত ব্যৱহৃত পাৰ্শ্ব-গাণিতিক পদ্ধতিসমূহেৰে ঢুকি পাব পাৰিনে নোৱাৰি। দৰাচলতে সমগ্ৰ প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানতে নিৰৱচ্ছিন্নভাৱে হোৱা এক আভ্যন্তৰীণ পৰিৱৰ্তনৰ শৃংখল ক্ৰমান্বয়ে অধিক পৰিস্ফুট হ'বলৈ ধৰিছে। এই পৰিৱৰ্তনসমূহ গণিতৰ দিশে ঢাল খাইছে, আৰু ইয়াক প্ৰায়েই বৈজ্ঞানিক প্ৰগতিৰ ধাৰণাটোৰ সৈতে ৰিজোৱা হয়। জীৱবিজ্ঞান ক্ৰমবৰ্ধমান ৰূপত ৰসায়নবিজ্ঞান আৰু পদাৰ্থবিজ্ঞানেৰে ভৰি পৰিছে; ৰসায়নবিজ্ঞান ক্ৰমান্বয়ে ব্যৱহাৰিক আৰু তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানেৰে; আৰু পদাৰ্থবিজ্ঞানো তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ গাণিতিক ৰূপেৰে ভৰি পৰিছে।

গণিতৰ আচৰণত ইয়াৰ এক অতি আচহুৱা জাল প্ৰতিৰূপ আছে। কোনোৱে বিষয়টোৰ চৰ্চা কৰিলে এই নকল প্ৰতিৰূপটোৰ কথা উপলব্ধি কৰিব লাগিব, গ্ৰহণ কৰিব লাগিব, আৰু বিষয়টো সম্পৰ্কীয় চিন্তাধাৰাত ইয়াক আত্মীকৰণ কৰি ল'ব লাগিব। এই দুমুখীয়া চৰিত্ৰই গণিতৰ আচল ৰূপ। মই বিশ্বাস নকৰোঁ যে গণিতৰ প্ৰকৃত সাৰমৰ্মক অৱহেলা নকৰাকৈ ইয়াৰ কোনো এমুখীয়া, সৰল ৰূপ আগবঢ়োৱা সম্ভৱ।

গতিকে আপোনালোকক মই এটা অদ্বৈত ৰূপ আগবঢ়াবলৈ চেষ্টা নকৰোঁ। মোৰ সাধ্য অনুসাৰে মই গণিতৰ বহুমুখী ৰূপৰ ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱাৰ প্ৰয়াস কৰিম।

এইটো অনস্বীকাৰ্য্য যে গণিতৰ শ্ৰেষ্ঠতম অনুপ্ৰেৰণাসমূহৰ কেইটামান, মানুহে কল্পনা কৰিব পৰা সবাতোকৈ বিশুদ্ধ গণিতৰ কিছুমান অনুপ্ৰেৰণা প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ পৰাই আহিছে। আমি ইয়াৰে সবাতোকৈ যুগমীয়া দুটা কীৰ্তি সম্পৰ্কে উল্লেখ কৰিম।

উচিতভাৱেই ইয়াৰ প্ৰথমটো উদাহৰণ হৈছে জ্যামিতি। জ্যামিতিয়েই প্ৰাচীন গণিতৰ প্ৰধান অংশ আছিল। বিভিন্ন শাখা-প্ৰশাখাৰে সৈতে ই এতিয়াও আধুনিক গণিতৰ এটা প্ৰধান বিভাগ। ইয়াত কোনো সন্দেহ থাকিব নালাগে যে প্ৰাচীনকালত ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰৰ পৰাহে ইয়াৰ উৎপত্তি হৈছিল। এয়া আজিৰ তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ নিচিনাকৈ হোৱা নাছিল। আন বহু সাক্ষ্যৰ

লগতে 'জ্যামিতি' নামটোৱেও তাৰ ইংগিত দিয়ে। ইউক্লিডৰ স্বতঃসিদ্ধকেইটাই ব্যৱহাৰিক দিশৰ পৰা বহুপৰিমাণে ফালৰি কাটি অহাৰ কথা সূচায়। কিন্তু এই পৰম ব্যৱধান সৃষ্টিৰ ক্ষেত্ৰত এইটোৱেই চূড়ান্ত আৰু নিৰ্ণায়ক পদক্ষেপ আছিল বুলি থকা স্থিতিটোক সত্য প্ৰতিপন্ন কৰা সহজ নহয়। ইউক্লিডৰ স্বতঃসিদ্ধমূলক কৰ্মৰাজিয়ে কিছুমান সৰু সৰু দিশত যে আধুনিক স্বতঃসিদ্ধসমূহৰ চূড়ান্ত কঠোৰতাৰ প্ৰয়োজনীয়তাটো পূৰণ নকৰে, সেইটো এইক্ষেত্ৰত বিশেষ গুৰুত্বপূৰ্ণ কথা নহয়। তাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ কথা এইটোহে যে বলবিজ্ঞান আৰু তাপগতিবিজ্ঞানৰ দৰে বিষয়বোৰো, যিসমূহ নিঃসন্দেহে ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান, কম-বেছি পৰিমাণে স্বতঃসিদ্ধমূলক ধৰণেৰেই উপস্থাপন কৰা হয়। কিছুমান লেখকৰ উপস্থাপনত ইয়াক ইউক্লিডৰ পদ্ধতিৰ পৰা পৃথক কৰি উলিওৱা টান। আমাৰ দিনত তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ ধ্ৰুপদী গ্ৰন্থ নিউটনৰ প্ৰিন্সিপিয়াখন সাহিত্যিক ধৰণত বা ইয়াৰ সবাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ অংশ কিছুমানৰ সাৰমৰ্মৰ ক্ষেত্ৰত বহু পৰিমাণে ইউক্লিডৰ নিচিনাই আছিল। এটা কথা ঠিক যে এই গোটেইবোৰ উদাহৰণত স্বতঃসিদ্ধসমূহক ভৌতিক অন্তৰ্দৃষ্টিয়ে সমৰ্থন কৰি ৰাখিছে আৰু তত্ত্ববোৰক ব্যৱহাৰিক পৰীক্ষাই সমৰ্থন কৰিছে। কিন্তু ইউক্লিডৰ ক্ষেত্ৰতো এনেধৰণৰ ব্যাখ্যা সম্ভৱ বুলি যুক্তি দিব পাৰি, বিশেষকৈ জ্যামিতিয়ে আজিৰ দুহাজাৰ বছৰীয়া স্থিৰতা আৰু কৰ্তৃত্ব পোৱাৰ আগতে পাৰ কৰি অহা প্ৰাচীন কালছোৱাৰ আলমত এই কথা ক'ব পাৰি। স্পষ্টভাৱে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ আধুনিক ভেটিটো এনেধৰণৰ দীঘলীয়া কৰ্তৃত্বৰ পৰা বঞ্চিত।

তদুপৰি ইউক্লিডৰ দিনৰে পৰা জ্যামিতি ক্ৰমান্বয়ে অভিজ্ঞতাৰহিত হ'বলৈ ধৰিছে যদিও এই প্ৰক্ৰিয়া কেতিয়াও সম্পূৰ্ণ হোৱা নাই; আনকি আধুনিক কালতো হৈ উঠা নাই। অ-ইউক্লিডীয় জ্যামিতিৰ চৰ্চাই ইয়াৰ এক ভাল ব্যাখ্যা আগবঢ়ায়। লগতে ই গাণিতিক চিন্তাধাৰাৰ স্ববিৰোধিতা সম্পৰ্কেও ব্যাখ্যা আগবঢ়ায়। যিহেতু অধিকাংশ আলোচনাই এক উচ্চ পৰ্য্যায়ৰ বিমূৰ্ত ৰূপত হৈছিল, ই ইউক্লিডৰ 'পঞ্চম স্বতঃসিদ্ধ'টো আনকেইটা স্বতঃসিদ্ধৰ পৰিণাম হয়নে নহয় - এই সম্পূৰ্ণ যৌক্তিক প্ৰশ্নটোৰ সৈতে লাগি থাকিবলগীয়া হৈছিল। আনুষ্ঠানিক মতবিৰোধটো এফ. ক্লেইনৰ সম্পূৰ্ণ গাণিতিক উদাহৰণ এটাৰ দ্বাৰা সমাপ্তি ঘটিছিল। তেওঁ দেখুৱাইছিল যে কেইটামান সাধাৰণ ধাৰণাৰ নতুন সংজ্ঞা নিৰ্ধাৰণ কৰি কিদৰে ইউক্লিডীয় সমতলক অ-ইউক্লিডীয় সমতললৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰি। তথাপি আৰম্ভণিৰ পৰা শেষলৈ ইয়াত ব্যৱহাৰিক দিশৰ ৰেশ এটা আছিল। **ইউক্লিডৰ আটাইবোৰ স্বতঃসিদ্ধৰ ভিতৰত কেৱল পঞ্চম স্বতঃসিদ্ধটোহে প্ৰশ্নৰ সন্মুখীন হোৱাৰ মূল কাৰণ আছিল অসীম সমতলৰ ধাৰণাটোৰ অব্যৱহাৰিক চৰিত্ৰ, যিটো কেৱল মাত্ৰ সেই স্বতঃসিদ্ধটোতহে সোমাই পৰিছে।** সকলোধৰণৰ গাণিতিক-যৌক্তিক বিশ্লেষণৰ পাছতো ইউক্লিডৰ পক্ষে বা বিৰুদ্ধে যাবলগীয়া সিদ্ধান্তটো যে হয়তো ব্যৱহাৰিক দিশৰ পৰাই আহিব লাগিব, সেই ধাৰণাটো নিশ্চয়কৈ মহান গণিতজ্ঞ গাউছৰ মনতো খেলিছিল। বল্যাই (Bolyai), লবাচেভস্কি (Lobachevsky), ৰিমানৰ পাছত, আৰু ক্লেইনে অধিক বিমূৰ্ত ধাৰণা আহৰণৰ পাছত; আমি এতিয়া যিটোক মূল মতবিৰোধটোৰ সমাধান বুলি মানি লৈছোঁ, সেইটো ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰ বা ক'ব গ'লে পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ পৰাই আহিছিল। সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদৰ আৱিষ্কাৰে জ্যামিতিৰ সম্পৰ্কটো এক সম্পূৰ্ণ নতুন ভেটিত আৰু বিশুদ্ধ গাণিতিক গুৰুত্বৰ এক নতুন বিতৰণেৰে পুনৰীক্ষণ কৰি চাবলৈ আমাক বাধ্য কৰালে। এতিয়া স্ববিৰোধিতাৰ ছবিখন সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ শেষ অভিমত এটা আগবঢ়াইছোঁ। ইয়াৰ শেষ বিকাশ সেইটো প্ৰজন্মৰ দিনতে হৈছিল যেতিয়া আধুনিক স্বতঃসিদ্ধবাদী-যৌক্তিক গণিতজ্ঞৰ হাতত ইউক্লিডৰ স্বতঃসিদ্ধতাৰ পদ্ধতিয়ে সম্পূৰ্ণ অভিজ্ঞতাৰহিত আৰু বিমূৰ্ত ৰূপ পাইছিল। এই পৰস্পৰ বিৰোধী যেন লগা দুই মনোভাব একেজন গণিতজ্ঞৰ মনতে নিখুঁতভাৱে সহাৱস্থান কৰিব পাৰে। সেইবাবে হিলবাৰ্টে স্বতঃসিদ্ধমূলক জ্যামিতি আৰু সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদ - উভয় ক্ষেত্ৰতে গুৰুত্বপূৰ্ণ অৱদান আগবঢ়াব পাৰিছিল।

দ্বিতীয়টো উদাহৰণ হৈছে কলন গণিত, অথবা ইয়াৰ পৰা উদ্ভৱ হোৱা সকলোধৰণৰ বিশ্লেষণ। কলন গণিত আধুনিক গণিতৰ প্ৰথম কৃতিত্ব আছিল, আৰু ইয়াৰ গুৰুত্বৰ প্ৰকৃত মূল্যায়ন কৰাটো কঠিন কাম। মই ভাবোঁ যে আন সকলোতকৈ কলন গণিতেই বেছি স্পষ্ট ৰূপত আধুনিক গণিতৰ আৰম্ভণিৰ সীমা নিৰ্ধাৰণ কৰিব পাৰে। লগতে গাণিতিক বিশ্লেষণৰ প্ৰক্ৰিয়া, যিটো কলন গণিতৰেই যৌক্তিক বিকাশ; সিয়েই যথাৰ্থ চিন্তাধাৰাৰ ক্ষেত্ৰত সৰ্বোৎকৃষ্ট কাৰিকৰী অগ্ৰগতিখিনিক গঢ় দিছে।

কলন গণিতৰ আৰম্ভণি স্পষ্টভাৱে ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰৰ (পৰ্য্যৱেক্ষণভিত্তিক) পৰা আহিছে। কেপলাৰে কৰা অনুকলন গণিতৰ চৰ্চাক ঢোল আকৃতিৰ সৰু পাত্ৰ জোখাৰ আৰ্হিৰে 'dolichometry' বোলা হৈছিল। অৰ্থাৎ সামগ্ৰিকভাৱে ই বক্ৰপৃষ্ঠৰ অৱয়বৰ আয়তন উলিওৱাক বুজাইছিল। এয়া উত্তৰ-ইউক্লিডীয় (post-Euclidean) জ্যামিতি, আৰু মূল কথাটো হ'ল ই অ-স্বতঃসিদ্ধমূলক, ব্যৱহাৰিক জ্যামিতি। এই কথাটো কেপলাৰে ভালদৰে জানিছিল। নিউটন আৰু লেইবনিৎজৰ মূল প্ৰচেষ্টা আৰু আৱিষ্কাৰখিনিৰ উৎস স্পষ্টভাৱে ভৌতিক জগতৰ পৰা আহিছিল। নিউটনে তাৎক্ষণিক পৰিৱৰ্তনৰ কলন গণিত (calculus of fluxions) বলবিজ্ঞানৰ প্ৰয়োজনীয়তাতহে উদ্ভাৱন কৰিছিল। আচলতে কলন গণিত আৰু বলবিজ্ঞান - এই দুয়োখন ক্ষেত্ৰ তেওঁ কম-বেছি পৰিমাণে প্ৰায় একেলগে বিকাশ সাধন কৰিছিল। কলন গণিতৰ প্ৰথম সূত্ৰবদ্ধকৰণখিনি আনকি গাণিতিকভাৱে বৰ কঠোৰো নাছিল। এই যথাৰ্থহীন, অৰ্দ্ধ-ভৌতিক সংজ্ঞাখিনিয়েই নিউটনৰ পিছত প্ৰায় ডেৰশ বছৰধৰি প্ৰচলন হৈ থকা একমাত্ৰ সংজ্ঞা আছিল! কিন্তু এই যথাৰ্থহীন, গাণিতিকভাৱে অসম্পূৰ্ণ ভেটি এটাৰ পিছতো বিশ্লেষণাত্মক গণিতৰ বহুখিনি গুৰুত্বপূৰ্ণ

উন্নয়ন এই সময়ছোৱাতে হৈছিল। এই সময়ছোৱাৰ আগশাৰীৰ কিছুমান গণিতজ্ঞ ইউক্লিডৰ দৰে কঠোৰ নাছিল, কিন্তু আন কিছুমান আগশাৰীৰ গণিতজ্ঞ কঠোৰ আছিল। যেনে গাউছ আৰু জেকবি। এই প্ৰগতিখিনি যিমান সম্ভৱ বিভ্ৰান্তিকৰ আৰু দ্ব্যৰ্থক আছিল, আৰু ব্যৱহাৰিক দিশটোৰ সৈতে ইয়াৰ সম্পৰ্ক স্পষ্টভাৱে বিমূৰ্ততা আৰু কঠোৰতা সম্পৰ্কে থকা আমাৰ আজিৰ ধাৰণাৰ (বা ইউক্লিডৰ) নিচিনা নাছিল। তথাপি কোনো গণিতজ্ঞই ইয়াক বাদ দিব নিবিচাৰিব - সেই সময়ছোৱাই আজিলৈকে বিকশিত হোৱা সবাতোকৈ উৎকৃষ্টমানৰ গণিতৰ জন্ম দিলে! আনকি ক'ছিৰ জৰিয়তে গাণিতিক কঠোৰতাৰ ৰাজত্ব পুনৰ্প্ৰতিষ্ঠা হোৱাৰ পাছতো অতি আচহুৱাভাৱে ৰিমানৰ জৰিয়তে পুনৰ অৰ্ধ-ভৌতিক পদ্ধতিলৈ ঘূৰি গৈছিল। ৰিমানৰ বৈজ্ঞানিক ব্যক্তিত্বটো নিজেই গণিতৰ দুতৰপীয়া প্ৰকৃতিৰ সবাতোকৈ উজ্জ্বল নিদৰ্শন, ঠিক ৰিমান আৰু ৱেইৰ্ষ্ট্ৰাছৰ মাজৰ মতবিৰোধৰ নিচিনা। কিন্তু মই এই বিষয়ে সবিশেষ ক'বলৈ গ'লে যথেষ্ট কাৰিকৰী কথাৰ মাজত সোমাব লাগিব। ৱেইৰ্ষ্ট্ৰাছৰ পিছৰ পৰা বিশ্লেষণ সম্পূৰ্ণৰূপে বিমূৰ্ত, কঠোৰ আৰু অভিজ্ঞতাৰহিত হৈ পৰা যেন লাগে। কিন্তু সেয়াও আনকি পৰম সত্য নহয়। যোৱা দুটা প্ৰজন্মত গণিত আৰু যুক্তিৰ 'আধাৰ' সম্পৰ্কে হোৱা বিতৰ্কই এইবিষয়ৰ বহুখিনি ভ্ৰান্তি দূৰ কৰিছে।

এতিয়া মই তৃতীয়টো উদাহৰণলৈ আহিছোঁ, যিটো সমস্যাটো নিৰ্মূলৰ বাবে প্ৰাসংগিক। এই উদাহৰণটোৱে অৱশ্যে গণিতৰ প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ সৈতে থকা সম্পৰ্কৰ পৰিৱৰ্তে দৰ্শন আৰু আধ্যাত্মিক জ্ঞানৰ সৈতে থকা সম্পৰ্কৰহে চৰ্চা কৰে। ই এক অভাৱনীয় উপায়েৰে দেখুৱায় যে পৰম গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাটোৱেই আচলতে অপৰিৱৰ্তনীয় নহয়। গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাটোৰ পৰিৱৰ্তনশীলতাই ইয়াকে সূচায় যে গণিতক পূৰ্ণ কৰিবলৈ গাণিতিক বিমূৰ্ত ৰূপৰ বাহিৰেও আন কিহবাৰ প্ৰয়োজন আছে। আধাৰ সম্পৰ্কীয় বিতৰ্কটোৰ বিশ্লেষণ কৰিবৰ সময়ত মই নিজকে পতিয়ন নিয়াব পৰা নাই যে সিদ্ধান্তটো এই অতিৰিক্ত উপাংশটোৰ ব্যৱহাৰিক প্ৰকৃতিৰ সমৰ্থনত যাব লাগিব। অন্ততঃ আলোচনাটোৰ কিছু অংশত হ'লেও পৰিস্থিতিটো এনে ব্যাখ্যাৰ সপক্ষে যোৱাৰ সম্ভাৱিতা অতি বেছি। কিন্তু মই ইয়াক অতি যুক্তিযুক্ত বুলি গণ্য নকৰোঁ। দুটা কথা অৱশ্যে স্পষ্ট। প্ৰথম কথা, ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান, দৰ্শন বা দুয়োটাৰ লগতে কিবা প্ৰকাৰে জড়িত হৈ থকা অ-গাণিতিক কিবা এটাৰ নিশ্চিতভাৱে প্ৰৱেশ ঘটিছে; আৰু ইয়াৰ অব্যৱহাৰিক চৰিত্ৰটো তেতিয়াহে অক্ষুণ্ণ ৰাখিব পাৰি যেতিয়া ধৰি লোৱা হয় যে অভিজ্ঞতাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল নোহোৱাকৈও দৰ্শন (হয়তো অধিক নিৰ্দিষ্টভাৱে ক'ব গ'লে এয়া আধ্যাত্মিকতা) বৰ্তি থাকিব পাৰে (এই স্বীকাৰ্য্যটো প্ৰয়োজনীয়, কিন্তু একমাত্ৰ এইটোৱেই পৰ্য্যাপ্ত নহয়)। দ্বিতীয়তে, আধাৰ সম্পৰ্কীয় বিতৰ্কটোৰ শ্ৰেষ্ঠ ব্যাখ্যা যিয়েই নহওক কিয়; গণিতৰ পৰীক্ষালব্ধ আৰম্ভণি সম্পৰ্কে পূৰ্বৰ উদাহৰণ দুটাই (জ্যামিতি আৰু কলন গণিত) খুব ভালদৰে সমৰ্থন কৰে।

গাণিতিক কঠোৰতাৰ পৰিৱৰ্তনশীলতা সম্পৰ্কে বিশ্লেষণ কৰোতে পূৰ্বে উল্লেখ কৰাৰ দৰেই মই মূল গুৰুত্বটো আধাৰৰ বিতৰ্কটোত দিব বিচাৰোঁ। কিন্তু প্ৰথমে মই এই বিষয়টো সম্পৰ্কে দ্বিতীয় দৃষ্টিভংগী এটা বিবেচনা কৰি চাব বিচাৰোঁ। এই দিশটোৱেও যুক্তিটোক সবল কৰে, কিন্তু মই ইয়াক দ্বিতীয় স্থানত ৰখাৰ কাৰণ এয়াই যে 'আধাৰ' বিতৰ্কৰ বিশ্লেষণতকৈ ই সম্ভৱতঃ কম সিদ্ধান্তমূলক। মই গাণিতিক শৈলীৰ পৰিৱৰ্তনৰ কথা বুজাইছোঁ। **এইটো ভালদৰে জনাজাত যে গাণিতিক প্ৰমাণ লিখা শৈলীটোৰ যথেষ্টখিনি উত্থান-পতন হৈছে।** এটা ধাৰা সম্পৰ্কে আলোচনা কৰাৰ সলনি এই উত্থান-পতন সম্পৰ্কে আলোচনা কৰা বেছি ভাল; কাৰণ কিছুমান দিশৰ পৰা চাব গ'লে আজিৰ আৰু অষ্টবিংশ বা ঊনবিংশ শতিকাৰ কিছুমান লেখকৰ মাজৰ পাৰ্থক্যটো, আজিৰ আৰু ইউক্লিডৰ মাজত থকা পাৰ্থক্যতকৈ বেছি। আন এফালৰ পৰা চাব গ'লে, কিছু উল্লেখনীয় স্থায়িত্বও লক্ষ্য কৰিব পাৰি। যিবোৰ ক্ষেত্ৰত পাৰ্থক্য আছে, সেইবোৰ মূলতঃ বিষয়টো উপস্থাপনৰ ক্ষেত্ৰতহে আছে। এনেবোৰ পাৰ্থক্য কোনো নতুন ধাৰণাৰ সহায় নোলোৱাকৈ আঁতৰাব পাৰি। কিন্তু বহুসময়ত এই পাৰ্থক্যটো ইমান বেছি হয় যে মনত এনেধৰণৰ সন্দেহৰ সৃষ্টি হয় - ইমান বৈচিত্ৰ্যপূৰ্ণভাৱে বিষয় উপস্থাপন কৰা লেখকসকলৰ মাজত কেৱল লিখনশৈলী, আগ্ৰহ আৰু শিক্ষাৰেই পাৰ্থক্য আছেনে; যদিও গণিতক কঠোৰতাৰ ফালৰ পৰা তেওঁলোকে হয়তো একেটা ধাৰণাকে উপস্থাপন কৰিছে। সৰ্বশেষত কিছুমান চূড়ান্ত ঘটনাৰ ক্ষেত্ৰত (উদাহৰণস্বৰূপে, ওপৰত উল্লেখ কৰি অহা অষ্টবিংশ শতিকাৰ শেষৰভাগত সম্পন্ন হোৱা অধিকাংশ বিশ্লেষণাত্মক গণিতৰ কাম) এই পাৰ্থক্যটো প্ৰয়োজনীয়। যদি কেতিয়াবা এইসমূহ আঁতৰোৱা সম্ভৱো হৈছে, সেয়া নতুন আৰু গভীৰ তত্ত্বৰ সহায়তহে; যিবোৰ উলিয়াবলৈ এটা শতিকা লাগি গৈছে। তেনে কিছুসংখ্যক গণিতজ্ঞ, যিয়ে আমাৰ দৃষ্টিত (বা তেওঁলোকক সমালোচনা কৰা সমসাময়িক আন কিছুমান গণিতজ্ঞ) শিথিল পদ্ধতিৰে কাম কৰিছিল; তেওঁলোকে নিজ কৰ্মত কঠোৰতাৰ অভাৱ সম্পৰ্কে জানিছিল। বা অধিক বস্তুনিষ্ঠভাৱে ক'ব গ'লে - গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া এটা যিধৰণৰ হ'ব লাগে, সেইসম্পৰ্কে তেওঁলোকৰ আকাংক্ষাটোৱো নিজৰ কামতকৈ আমাৰ এতিয়াৰ দৃষ্টিভংগীৰ সৈতেহে মিল আছিল। কিন্তু আনসকল, উদাহৰণস্বৰূপে সেই সময়ছোৱাৰ মহানতম বিশাৰদ ইউক্লিডে সম্পূৰ্ণ বিশ্বাসেৰে তেওঁৰ কাম কৰা যেন লাগিছিল আৰু তেওঁৰ মানদণ্ডক লৈ সম্পূৰ্ণ সন্তুষ্ট আছিল যেন লাগিছিল।

যি নহওক, এই সম্পৰ্কে মই আৰু বহলাব নোখোজোঁ। তাৰ পৰিৱৰ্তে মই অতি সুস্পষ্ট বিষয় এটালৈ আহিব বিচাৰিছোঁ, যিটো হৈছে 'গণিতৰ আধাৰ' সম্পৰ্কীয় বিতৰ্ক। **ঊনবিংশ শতিকাৰ শেষৰফালে আৰু কুৰি শতিকাৰ প্ৰথমভাগত বিমূৰ্ত গণিতৰ এটি নতুন শাখা - জৰ্জ কেণ্টৰৰ সংহতি তত্ত্বই কিছু সমস্যাৰ সৃষ্টি কৰিছিল।** সমস্যাটো এয়াই যে বিশেষ কেইটামান যুক্তিয়ে

কিছুমান স্ববিৰোধিতাৰ সৃষ্টি কৰিছিল। যদিও সেই যুক্তিকেইটা সংহতি তত্ত্বৰ কেন্দ্ৰীয় বা উপযোগী অংশত নাছিল, আৰু বিশেষ কেইটামান চৰ্ত ব্যৱহাৰ কৰি তাক ধৰা পেলোৱাটো সহজ আছিল; তথাপি এইটো স্পষ্ট নাছিল যে সংহতি তত্ত্বৰ সফল অংশখিনিতকৈ এইখিনি অংশক কিহৰ ভিত্তিত কম গুৰুত্বপূৰ্ণ বুলি গণ্য কৰা উচিত। সিহঁতৰ বাবেই যে গোটেই গণ্ডগোলটো হৈছে, সেইসম্পৰ্কে প্ৰকৃত অন্তৰ্দৃষ্টি থকাৰ বাহিৰে এয়া স্পষ্ট নাছিল যে আৰম্ভণিৰ পৰা কিধৰণৰ উদ্দেশ্য লৈ, পৰিস্থিতিটোত কেনেধৰণৰ স্থিৰ দৰ্শনেৰে আগবাঢ়ি গ'লে কোনোবাই সংহতি তত্ত্বৰ বচাবলগীয়া অংশখিনিৰ পৰা এইখিনি অংশক পৃথক কৰি উলিয়াব পাৰিব। এই পৰিস্থিতিটো সম্পৰ্কে প্ৰধানকৈ ৰাছেল আৰু ৱেইলে (Weyl) চলোৱা, আৰু ব্ৰাউৱাৰে (Brouwer) সামৰণি পেলোৱা অধ্যয়নে দেখুৱাইছিল যে কেৱল সংহতি তত্ত্বই নহয়, আধুনিক গণিতৰ প্ৰায়বোৰ অংশত যিধৰণে 'সাধাৰণ বৈধতা' আৰু 'অস্তিত্ব'ৰ ধাৰণাটো ব্যৱহাৰ হৈ আহিছে; সেইটো যুক্তিৰ ফালৰ পৰা আপত্তিজনক। ব্ৰাউৱাৰে এনেধৰণৰ অবাঞ্চনীয় বৈশিষ্ট্যৰ পৰা মুক্ত 'স্বজ্ঞাবাদ' (intuitionism) নামৰ গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া এটাৰ বিকাশ সাধন কৰিছিল। এই প্ৰক্ৰিয়াটোত সংহতি তত্ত্বৰ সমস্যা আৰু স্ববিৰোধিতাৰ উদ্ৰেক হোৱা নাছিল। কিন্তু এই 'শুদ্ধিকৰণ'ৰ ফলত আধুনিক গণিতৰ প্ৰায় পঞ্চাশ শতাংশ ক্ষেত্ৰতে ইয়াৰ সবাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ, আৰু তেতিয়ালৈ প্ৰশ্নৰ ঊৰ্ধ্বত থকা অংশ, বিশেষকৈ বিশ্লেষণ অংশটো প্ৰভাৱান্বিত হৈছিল। সেইবোৰ হয় অবৈধ হৈ পৰিছিল, আৰু নহ'লেবা বৰ জটিল পৰিপূৰক সিদ্ধান্তৰে যুক্তিযুক্ততা প্ৰমাণ কৰিবলগীয়া হৈছিল। ইয়াৰে দ্বিতীয়টো প্ৰক্ৰিয়াত প্ৰায়েই বৈধতাৰ সাধাৰণীকৰণ ৰূপটো আৰু অৱৰোহণৰ (deduction) ৰুচিবোধ চকুত লগা ধৰণে হেৰাই গৈছিল। তথাপি ব্ৰাউৱাৰ আৰু ৱেইলে এই ধাৰণাসমূহৰ ভিত্তিত গাণিতিক কঠোৰতাৰ ভাবধাৰাটো পুনৰীক্ষণৰ প্ৰয়োজন আছে বুলি বিবেচনা কৰিছিল।

এই ঘটনাসমূহৰ গুৰুত্বৰ সঠিক মূল্যায়ন কৰা কঠিন। কুৰি শতিকাৰ তৃতীয় দশকত দুগৰাকী প্ৰথম শ্ৰেণীৰ গণিতজ্ঞই, যিয়ে গণিত কি, কিহৰ বাবে, কি সম্পৰ্কে হয় সেইবিষয়ে গভীৰভাৱে আৰু সম্পূৰ্ণৰূপে সচেতন; তেওঁলোক দুজনে আচলতে প্ৰস্তাৱ দিছিল যে গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাটো, এটা সঠিক প্ৰমাণত কি থাকে - ইত্যাদি কথাবোৰ সলনি হোৱা উচিত! ইয়াৰ পিছত যিখিনি উন্নয়ন হ'ল, সেয়াও সমানেই লক্ষণীয়।

১) অতি কমসংখ্যক গণিতজ্ঞইহে দৈনিক ব্যৱহাৰৰ বাবে এই নতুন, অত্যাৱশ্যকীয় মানদণ্ড গ্ৰহণ কৰিবলৈ আগ্ৰহী আছিল। অৱশ্যে বহুতেই স্বীকাৰ কৰিছিল যে যদিও ৱেইল আৰু ব্ৰাউৱাৰ প্ৰথম দৰ্শনত শুদ্ধ আছিল, কিন্তু তেওঁলোকে সেই পূৰ্বৰ ভুলটোকে অব্যাহত ৰাখিছিল। মানে তেওঁলোকে সেই পুৰণি, 'সহজ' শৈলীৰেই গণিতচৰ্চা কৰি গৈছিল। হয়তো তেওঁলোকৰ মনত এটা আশা আছিল যে আন কোনোবাই, আন কোনো সময়ত স্বজ্ঞাবাদী সমালোচককেইজনৰ বাবে প্ৰত্যুত্তৰ বিচাৰি পাব আৰু তাৰ দ্বাৰা পিছলৈ তেওঁলোক পুনৰায় শুদ্ধ প্ৰমাণিত হ'ব।

২) 'ধ্ৰুপদী' (অৰ্থাৎ প্ৰাক-স্বজ্ঞাবাদী দিনৰ) গণিতক ন্যায্যতা দিবলৈ হিলবাৰ্টে তলৰ উদ্ভাৱনশীল ধাৰণাটো আগবঢ়াইছিল: স্বজ্ঞাবাদী প্ৰক্ৰিয়াতো আনকি ধ্ৰুপদী গণিত কিদৰে পৰিচালিত হয়, তাৰ এটা নিখুঁত কটকটীয়া হিচাপ দিয়া সম্ভৱ। অৰ্থাৎ ধ্ৰুপদী প্ৰক্ৰিয়াই কিদৰে কাম কৰে ব্যাখ্যা কৰিব পাৰি, যদিও ইয়াৰ কাৰ্য্যপ্ৰণালীৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰমাণ কৰিব নোৱাৰি। সেইবাবে হয়তো স্বজ্ঞাবাদৰ জৰিয়তে এয়া প্ৰমাণ কৰা সম্ভৱ যে ধ্ৰুপদী কাৰ্য্যপদ্ধতিয়ে কেতিয়াও বিসংগতি বা পৰস্পৰ-বিৰোধী অৱস্থাৰ সৃষ্টি কৰিব নোৱাৰে। এয়া স্পষ্ট আছিল যে তেনে প্ৰমাণ এটা কৰাটো যথেষ্ট কঠিন কাম হ'ব, কিন্তু প্ৰমাণটো কৰিবলৈ কিদৰে প্ৰয়াস কৰা উচিত তাৰ নিৰ্দিষ্ট কেইটামান ইংগিত আছিল। এই আঁচনিটোৰে কাম কৰা হ'লে ই বিৰোধী পক্ষত থকা স্বজ্ঞাবাদী প্ৰক্ৰিয়াৰ সহায়তেই ধ্ৰুপদী গণিতক সবাতোকৈ উল্লেখনীয় ন্যায্যতা প্ৰদান কৰিব পাৰিলেহেঁতেন! অন্ততঃ এই ব্যাখ্যাটো গণিতৰ দৰ্শন ব্যৱস্থাৰ বাবে ন্যায়সন্মত হ'লহেঁতেন, যিটোক অধিকাংশ গণিতজ্ঞই গ্ৰহণ কৰিবলৈ আগ্ৰহী আছিল।

৩) এই কাৰ্য্যক্ৰমটো চলাই নিবলৈ প্ৰায় এটা দশকজুৰি চলা প্ৰচেষ্টাৰ পাছত গডেলে সবাতোকৈ উল্লেখনীয় ফলাফল এটাত উপনীত হ'ল। বহুকেইটা দফা আৰু সতৰ্ক যুক্তিৰ অবিহনে এই ফলাফলটো ইয়াত সম্পূৰ্ণ নিখুঁতভাৱে উপস্থাপন কৰিব নোৱাৰি। ইয়াত সূত্ৰবদ্ধ কৰিব পৰাতকৈ ফলাফলটোত বহু বেছি কাৰিকৰী প্ৰকাশৰাশি আছে। অৱশ্যে ইয়াৰ মূল সাৰমৰ্মটো এনেকুৱা আছিল: যদি গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া এটাই পৰস্পৰ-বিৰোধী স্থিতিৰ সন্মুখীন নহয়, তেন্তে এই কথাটোকে সেই প্ৰক্ৰিয়াটোৰ অন্তৰ্গত কাৰ্য্যবিধিৰে প্ৰমাণ কৰিব নোৱাৰি। গডেলৰ প্ৰমাণে গাণিতিক কঠোৰতাৰ সবাতোকৈ কাঢ়া চৰ্তটো পূৰণ কৰিছিল, যিটো হৈছে স্বজ্ঞাবাদৰ চৰ্ত। হিলবাৰ্টৰ কাৰ্য্যক্ৰমত ইয়াৰ প্ৰভাৱ কিছুপৰিমাণে বিবাদজনক, কিন্তু ইয়াৰ কাৰণসমূহো যথেষ্ট কাৰিকৰী বাবে ইয়াত প্ৰকাশ কৰা নহ'ল। মোৰ ব্যক্তিগত মত, আৰু লগতে আন বহুতৰো মতামত এয়াই যে গডেলে হিলবাৰ্টৰ কাৰ্য্যক্ৰমটো সম্পূৰ্ণৰূপে ভৱিষ্যৎহীন বুলি সাব্যস্ত কৰিছিল।

৪) হিলবাৰ্ট, বা ব্ৰাউৱাৰ আৰু ৱেইলৰ সংজ্ঞাৰে ধ্ৰুপদী গণিতক ন্যায্যতা প্ৰদানৰ প্ৰত্যাশা নাইকিয়া হোৱাৰ পিছতো অধিকাংশ গণিতজ্ঞই সেই পদ্ধতিটোকে ব্যৱহাৰ কৰি যোৱাৰ সিদ্ধান্ত লৈছিল। যি নহ'লেও, ধ্ৰুপদী গণিতে সৌন্দৰ্য্যপূৰ্ণ আৰু লাগতিয়াল ফলাফল প্ৰকাশ কৰি গৈছিল। আনকি ইয়াৰ নিৰ্ভৰযোগ্যতা সম্পৰ্কে কোনেও পুনৰ সম্পূৰ্ণ নিশ্চিত হ'ব নোৱাৰিলেও ইলেকট্ৰনৰ অস্তিত্ব থকাৰ নিচিনাকৈয়ে ইও এক সবল আধাৰত অৱস্থান কৰিছিল। ফলত বিজ্ঞানক আঁকোৱালি ল'ব বিচৰাসকলে গণিতৰ ধ্ৰুপদী প্ৰক্ৰিয়াকো আঁকোৱালি ল'ব পাৰিছিল। আনকি এনেধৰণৰ দৃষ্টিভংগী স্বজ্ঞাবাদী ব্যৱস্থাৰ মূল নায়ক কেইজনমানৰ বাবেও গ্ৰহণযোগ্য আছিল।

নিশ্চিতভাৱে 'আধাৰ' সম্পৰ্কীয় বিতৰ্কৰ এতিয়াও অৱসান ঘটা নাই, কিন্তু মুষ্টিমেয় কিছুসংখ্যকৰ বাহিৰে কোনেও ধ্ৰুপদী প্ৰক্ৰিয়াক ত্যাগ কৰাৰ সম্ভাৱনা নাই।

এই বিতৰ্ক সম্পৰ্কীয় কাহিনীটো মই ইমান বিস্তাৰিতভাৱে ক'লোঁ। কাৰণ মই ভাবোঁ যে অকণো লৰচৰ নকৰা দৃঢ় গাণিতিক কঠোৰতাক সম্পূৰ্ণ সঁচা বুলি ধৰি লোৱাৰ বিপক্ষে ই এটা ভাল সকীয়নি দিছে। এইটো আমাৰ জীৱনকালতে ঘটি গৈছে, আৰু এই কালছোৱাত পৰম গাণিতিক সত্য সম্পৰ্কে মোৰ নিজৰ দৃষ্টিভংগীও কিমান সহজে আৰু লজ্জাজনকভাৱে সলনি হৈছিল, মই ভালদৰে জানোঁ। আৰু এবাৰ দুবাৰো নহয়, ক্ৰমাগতভাৱে তিনিবাৰকৈ মোৰ দৃষ্টিভংগী সলনি হৈছিল!

মই আশা কৰোঁ যে ওপৰৰ তিনিটা উদাহৰণে মোৰ পত্ৰখনৰ (thesis) অৰ্ধেক অংশ খুব ভালদৰে ব্যাখ্যা কৰিলে। আমি পালোঁ যে উৎকৃষ্টমানৰ বেছিভাগ গাণিতিক অনুপ্ৰেৰণা অভিজ্ঞতাৰ পৰা আহে আৰু সকলোধৰণৰ মানৱীয় অভিজ্ঞতাৰ পৰা নিলগত এক পৰম, কাঢ়া গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাত বিশ্বাস কৰিবলৈ কঠিন। এই বিষয়ে মই এটা অত্যন্ত ৰুচিহীন মনোভাব ল'বলৈ চেষ্টা কৰিছোঁ। এই সম্পৰ্কে কাৰোবাৰ দাৰ্শনিক বা আধ্যাত্মিক যেনেকুৱাই অগ্ৰাধিকাৰ নাথাকক কিয়, গাণিতিক সমাজখনৰ বাস্তৱ অভিজ্ঞতাই গাণিতিক কঠোৰতাৰ ধাৰণাটোৰ অস্তিত্ব থকাৰ স্বীকাৰ্য্যটোক বিশেষ সমৰ্থন নকৰে। যি নহওক, মোৰ পত্ৰখনৰ এটা দ্বিতীয় ভাগো আছে, আৰু এতিয়া মই এই দ্বিতীয় ভাগটোলৈ আহিছোঁ।

গণিত এক বিশুদ্ধ ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান বুলি বিশ্বাস কৰাটো, বা সকলো গাণিতিক ধাৰণা ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ পৰা উৎপত্তি হোৱা বুলি বিশ্বাস কৰাটো এজন গণিতজ্ঞৰ বাবে অত্যন্ত কঠিন কাম। প্ৰথমে এই বিবৃতিটোৰ দ্বিতীয় অংশটোকে বিবেচনা কৰা যাওঁক। আধুনিক গণিতত বহুতো গুৰুত্বপূৰ্ণ অংশ আছে য'ত এই ব্যৱহাৰিক উৎপত্তিৰ মূল শিপাডাল সন্ধান কৰিব নোৱাৰি; আৰু যদি সন্ধান উলিয়াব পাৰিও, ই ইমান গভীৰ যে ব্যৱহাৰিক মূলৰ পৰা বিচ্ছিন্ন হোৱাৰ পিছত বিষয়টোৰ এক সম্পূৰ্ণ ৰূপান্তৰ ঘটিছে। বীজগণিতৰ চিহ্নবোৰ ঘৰুৱা, গাণিতিক ক্ষেত্ৰত সহায়ক হোৱাকৈ উদ্ভাৱন কৰা হৈছিল; কিন্তু ব্যৱহাৰিক দিশৰ সৈতে যে ইয়াৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ বান্ধোন আছিল সেয়া যুক্তিপূৰ্ণভাৱে দাবী কৰিব পাৰি। অৱশ্যে আধুনিক বিমূৰ্ত বীজগণিতত যিমানখিনি বিকাশ সাধন হৈছে, তাৰ অধিকাংশ ক্ষেত্ৰতে ব্যৱহাৰিক দিশৰ লগত বিশেষ সম্পৰ্ক নাই। একেটা কথা সংস্থিতি বিজ্ঞানৰ ক্ষেত্ৰতো ক'ব পাৰি। এই গোটেইবোৰ ক্ষেত্ৰতে গণিতজ্ঞ এজনৰ বাবে মনোগত সাফল্যৰ চৰ্ত, তেওঁৰ প্ৰচেষ্টাৰ মূল্য প্ৰায় স্বয়ং-সম্পূৰ্ণ আৰু ই সৌন্দৰ্য্যৰ দ্বাৰাহে নিৰূপণ হয়। ই ব্যৱহাৰিক সম্পৰ্কৰ পৰা মুক্ত (বা প্ৰায় মুক্ত) (মই এইবিষয়ে অধিক বহলাই ক'ম)। সংহতি তত্ত্বত এইটো এতিয়াও বহুপৰিমাণে স্পষ্ট। অসীম সংহতিৰ 'ঘাত' আৰু 'ক্ৰম' হয়তো সসীম সাংখ্যিক ধাৰণাটোৰ সাধাৰণীকৰণ ৰূপ হ'ব পাৰে, কিন্তু অসীম ৰূপটোৰ (বিশেষকৈ 'ঘাত') এই বিশ্বৰ লগত চাগে কোনোধৰণৰ সম্পৰ্কই নাই। মই কাৰিকৰী কথাবোৰ বাদ দিবলৈ ইচ্ছা নকৰা হ'লে এতিয়া 'চয়নৰ স্বতঃসিদ্ধ' (axiom of choice), 'অসীম ঘাতৰ তুলনা' (comparability of infinite powers), 'অপৰিবৰ্তনশীলতাৰ সমস্যা' (continuum problem) আদিৰ দৰে অজস্ৰ সংহতি তত্ত্বৰ উদাহৰণ সবিস্তাৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰিলোহেঁতেন। একেটা কথাই বাস্তৱ ফলন তত্ত্ব আৰু বাস্তৱ বিন্দু-সংহতি তত্ত্বৰ অধিকতৰ অংশতো প্ৰযোজ্য। **দুটা আচহুৱা উদাহৰণ আহিছিল অৱকলজ সমীকৰণ আৰু সংঘ তত্ত্বৰ পৰা। সেইকেইটাক নিঃসন্দেহে বিমূৰ্ত, অপ্ৰায়োগিক বিষয় বুলি ধাৰণা কৰা হৈছিল আৰু সদায় তেনেভাৱেই বিকাশ সাধনো কৰা হৈছিল। ইয়াৰে এটাত এক দশকজোৰা আৰু আনটোত এটা শতিকাজুৰি কৰ্ষণৰ পাছত দুয়োটাই পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ বাবে অতি প্ৰয়োজনীয় বুলি প্ৰমাণিত হ'ল। এই দুই শাখাক এতিয়াও উল্লেখিত বিমূৰ্ত, অপ্ৰায়োগিক বিষয় বুলি ধৰি লৈয়েই আগুৱাই লৈ যোৱা হৈছে।**

এই গোটেইবোৰ অৱস্থা আৰু ইহঁতবোৰৰ বিভিন্ন সংযোজনৰ ভিত্তিত উদাহৰণবোৰো বঢ়াই গৈ থাকিব পাৰি, কিন্তু সেইটো কৰাৰ পৰিৱৰ্তে মই ওপৰত উল্লেখ কৰা প্ৰথম প্ৰসংগটোলৈ ঘূৰি যাব বিচাৰিছোঁ: গণিত এক ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান নেকি? বা অধিক শুদ্ধকৈ ক'ব গ'লে: ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ বিষয় এটা যিদৰে চৰ্চা কৰা হয়, গণিতো আচলতে ঠিক তেনে ধৰণেৰেই চৰ্চা কৰা হয় নেকি? বা অধিক সাধাৰণীকৰণ কৰি এনেকৈয়ো ক'ব পাৰি: এগৰাকী গণিতজ্ঞৰ তেওঁৰ বিষয়টোৰ সৈতে স্বাভাৱিক সম্পৰ্ক কেনেকুৱা? তেওঁৰ বাবে সাফল্যৰ, আকাংক্ষিত ফল পোৱাৰ চৰ্ত কি? কোনবোৰ প্ৰভাৱ আৰু বিবেচনাই তেওঁৰ প্ৰচেষ্টাক নিয়ন্ত্ৰণ আৰু দিশ নিৰূপিত কৰে?

তেনেহ'লে গণিতজ্ঞৰ স্বাভাৱিক কাম-কাজ প্ৰাকৃতিক বিজ্ঞানৰ লগত জড়িত লোকৰ কৰ্মপদ্ধতিৰ পৰা কিধৰণে বেলেগ, সেইটোকে চোৱা যাওঁক। এহাতে গণিতক ৰাখি, আৰু আনফালে তাত্ত্বিক ক্ষেত্ৰৰপৰা ক্ৰমান্বয়ে প্ৰায়োগিক ক্ষেত্ৰ আৰু প্ৰায়োগিক ক্ষেত্ৰৰ পৰা বৰ্ণনাত্মক ক্ষেত্ৰলৈ যোৱাৰ লগে লগে স্পষ্টভাৱে দুয়োফালৰ পাৰ্থক্যও বৃদ্ধি পাবলৈ ধৰে। গতিকে গণিতৰ লগত সবাতোকৈ বেছি মিল থকা ক্ষেত্ৰখন, অৰ্থাৎ তাত্ত্বিক ক্ষেত্ৰৰ লগতে ইয়াৰ তুলনা কৰি চোৱা যাওঁক। আৰু ইয়াৰ মাজৰ পৰাও সেইটো বিষয় নিৰ্বাচন কৰা হওঁক, যিটো গণিতৰ সবাতোকৈ নিকটৱৰ্তী। মই আশা কৰোঁ যে আপোনালোকে মোক অতি নিদাৰুণভাৱে বিচাৰ নকৰিব, যদিহে মই মোৰ গাণিতিক আত্মগৌৰৱক নিয়ন্ত্ৰণ কৰিব নোৱাৰোঁ আৰু এনেদৰে কওঁ - যিহেতু তাত্ত্বিক বিজ্ঞানৰ বিষয়সমূহৰ ভিতৰত তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানেই সবাতোকৈ বিকশিত ক্ষেত্ৰ, গতিকে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানেই সেইটো বিষয়। গণিত আৰু তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ মাজত আচলতে ভালেখিনি সাদৃশ্য আছে।

মই ইতিপূৰ্বে উল্লেখ কৰাৰ দৰেই, ইউক্লিডৰ জ্যামিতীয় পদ্ধতি ধ্ৰুপদী বলবিজ্ঞানৰ স্বতঃসিদ্ধভিত্তিক উপস্থাপনৰ বাবে বুনিয়াদী আৰ্হি আছিল। একেধৰণৰ প্ৰয়োগে ঘটনাগত (phenomenological) তাপগতিবিজ্ঞান, মেক্সৱেলৰ বিদ্যুতগতিবিজ্ঞানৰ বিশেষ কিছু অংশ আৰু বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদতো আধিপত্য বিস্তাৰ কৰিছে। তদুপৰি তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানে যে কোনো পৰিঘটনা ব্যাখ্যা নকৰে, কেৱল শ্ৰেণীবিভক্ত কৰে আৰু পাৰস্পৰিক সম্পৰ্ক দেখুৱায় - তেনে এটা মনোভাব আজিৰ অধিকাংশ তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানীয়ে গ্ৰহণ কৰি লৈছে। ই এইটোকে বুজায় যে এনে এটা তত্ত্বৰ সাফল্যৰ চৰ্ত হ'ব, তত্ত্বটোৱে এটা সৰল আৰু ৰুচিপূৰ্ণ শ্ৰেণীবিভাজন আৰু পাৰস্পৰিক সম্পৰ্ক উলিওৱা আঁচনিৰ জৰিয়তে বহু পৰিঘটনাক সামৰি ল'ব পাৰেনে নোৱাৰে; যিবোৰ পৰিঘটনা এই আঁচনিটোৰ অবিহনে হয়তো জটিল আৰু বৈচিত্ৰ্যপূৰ্ণ যেন লাগিলহেঁতেন। লগতে এই আঁচনিটো বিকাশৰ সময়ত যিবোৰ পৰিঘটনা বিবেচনা কৰা হোৱা নাছিল বা যিবোৰৰ অস্তিত্ব সম্পৰ্কে জনাই হোৱা নাছিল, তেনে পৰিঘটনাকো ই সামৰি ল'ব পাৰিছেনে নাই (ইয়াৰ শেষৰ দুটা মন্তব্যই নিঃসন্দেহে তত্ত্ব এটাৰ একত্ৰীকৰণ আৰু পূৰ্বানুমান শক্তিক সূচায়)। স্পষ্টভাৱে ইয়াত উল্লেখ কৰা চৰ্তটো বহু পৰিমাণে নান্দনিক প্ৰকৃতিৰ। এইটো কাৰণতে গাণিতিক সাফল্যৰ চৰ্তৰ সৈতে ইয়াৰ নিকট সম্পৰ্ক আছে, কিয়নো গাণিতিক ক্ষেত্ৰতো এই চৰ্তটো সম্পূৰ্ণ নান্দনিক ধৰ্মী। গতিকে আমি গণিতক ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ সেই বিষয়টোৰ সৈতে তুলনা কৰিলোঁ, যিটো গণিতৰ সবাতোকৈ ওচৰৰ, আৰু যিটোৰ গণিতৰ সৈতে সবাতোকৈ বেছি সাদৃশ্য আছে। মই নিশ্চয়কৈ দেখুৱাব পাৰিছোঁ যে সেই বিষয়টো হৈছে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞান। কিন্তু বিষয় দুটাৰ মাজত আচল কাৰ্য্যপদ্ধতিৰ পাৰ্থক্য যথেষ্ট বেছি আৰু মৌলিক পৰ্য্যায়ৰ। তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ লক্ষ্যসমূহ মূলতঃ বাহিৰৰ পৰা আহে, বেছিভাগ সময়তে আহে ব্যৱহাৰিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ প্ৰয়োজনীয়তা পূৰাবলৈ। প্ৰায় সকলো সময়তে ইয়াৰ উদ্ভৱ হয় একোটা সমস্যা সমাধানৰ প্ৰয়োজনত। সাধাৰণতে পূৰ্বানুমান আৰু একত্ৰীকৰণৰ কৃতিত্ব একেবাৰে শেষতহে আহে। যদি আমি উপমা এটাৰ সহায় লওঁ - অগ্ৰগতিখিনি (ভৱিষ্যৎবাণী আৰু একত্ৰীকৰণৰ সামৰ্থ) প্ৰয়াসৰ সময়ত আহে, আৰু ই পূৰ্বৰে পৰা বিৰাজমান সমস্যা (সাধাৰণতে প্ৰচলিত ব্যৱস্থাটোতে থকা কোনো আপাত স্ববিৰোধিতা) কিছুমানৰ বিৰুদ্ধে যুঁজ দিয়াৰ পিছতহে আহে। তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলৰ অন্যতম কাম হৈছে এনেধৰণৰ কোনো প্ৰতিবন্ধকতাৰ সন্ধান কৰা, কিয়নো এইবোৰেও কোনো গুৰুত্বপূৰ্ণ আৱিষ্কাৰৰ সম্ভাৱনা বহন কৰে। মই উল্লেখ কৰি অহা ধৰণেৰেই, এই সমস্যাবোৰ সাধাৰণতে সম্পৰীক্ষাৰ পৰা উদ্ভৱ হয়। কিন্তু কেতিয়াবা ই তত্ত্বটোৰ প্ৰতিষ্ঠিত অংশৰেই বিভিন্ন ভাগৰ মাজত হোৱা বিৰোধিতাও হ'ব পাৰে। নিঃসন্দেহে ইয়াৰ অলেখ উদাহৰণ আছে।

মাইকেলছনৰ সম্পৰীক্ষাটোৰ পৰা বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ, কিছুমান আয়নীকৰণ বিভৱ (ionization potential) আৰু বৰ্ণালীবীক্ষণিক গাঁথনিত (spectroscopic structure) দেখা দিয়া সমস্যাৰ পৰা কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ উদ্ভাৱন প্ৰথমটোৰ উদাহৰণত পৰে; বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ আৰু নিউটনীয় মহাকৰ্ষণিক তত্ত্বৰ মাজত দেখা দিয়া সংঘাতৰ ফলত সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদৰ উদ্ভৱ হোৱাটো দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰৰ এক বিৰল উদাহৰণ। যিকোনো ক্ষেত্ৰতে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ সমস্যাবোৰ বস্তুনিষ্ঠভাৱে উপস্থাপন কৰা হয়, আৰু যদিওবা ইয়াৰ সাফল্য নিৰ্ধাৰণকাৰী চৰ্তসমূহ পূৰ্বতে উল্লেখ কৰাৰ দৰেই মূলতঃ সৌন্দৰ্য্যবোধৰ লগত জড়িত; তথাপি সমস্যাটোৰ সবাতোকৈ 'গুৰুত্বপূৰ্ণ আৱিষ্কাৰ' অংশ কঠিন, বস্তুনিষ্ঠ তথ্য। সেইবাবে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞান বিষয়টো প্ৰায় সকলো সময়তে যথেষ্ট কেন্দ্ৰীভূত হৈ আছিল। প্ৰায় সকলো সময়তে সকলো তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানীৰ সৰহভাগ প্ৰচেষ্টা এখন বা দুখন কঠোৰভাৱে সীমিত ক্ষেত্ৰত কেন্দ্ৰীভূত হৈ আছিল। উদাহৰণস্বৰূপে, ১৯২০ৰ দশক আৰু ১৯৩০ৰ দশকৰ প্ৰথমছোৱা কোৱাণ্টাম পদাৰ্থবিজ্ঞানত, আৰু ১৯৩০ৰ দশকৰ মাজভাগৰ পৰা মৌলিক কণিকা আৰু নিউক্লিয়াছৰ গঠনত এই প্ৰচেষ্টা কেন্দ্ৰীভূত হৈছিল।

গণিতৰ ক্ষেত্ৰত পৰিস্থিতিটো সম্পূৰ্ণ বেলেগ। **গণিতৰ কেবাটাও উপবিভাগ আছে; ইয়াৰে এটাৰ আনটোৰ লগত বৈশিষ্ট্য, শৈলী, লক্ষ্য আৰু প্ৰভাৱৰ দিশৰ পৰা যথেষ্ট পাৰ্থক্য আছে। তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ চূড়ান্ত কেন্দ্ৰীভূতকৰণৰ পৰা ই সম্পূৰ্ণ বিপৰীত মেৰুত অৱস্থান কৰে।** এজন ভাল তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানীয়ে আজিৰ দিনতো তেওঁৰ বিষয়ৰ আধাতকৈ বেছি অংশত কাম চলি যোৱাকৈ জ্ঞান আয়ত্ত কৰি ল'ব পাৰে। এতিয়াৰ জীৱিত কোনো গণিতজ্ঞৰ ভিতৰত কাৰোবাৰ গণিতৰ এক চতুৰ্থাংশ বিষয়ৰ লগতো যে সম্পৰ্ক থাকিব পাৰে, তাত মোৰ সন্দেহ আছে। বস্তুনিষ্ঠভাৱে ক'ব গ'লে, গণিতৰ উপবিভাগ এটাৰ যথেষ্টখিনি বিকাশ হোৱাৰ পিছত ই ডাঙৰ কোনো সমস্যাৰ সন্মুখীন হ'ব পাৰে, বা সমস্যা এটাই ইয়াৰ অগ্ৰগতি ব্যাহত কৰি ৰাখিব পাৰে। কিন্তু তেনে পৰিস্থিতিতো গণিতজ্ঞ এজনে ইচ্ছা কৰিলে সেই বিষয়টোত লাগি থাকিব পাৰে, বাদ দিব পাৰে বা অন্য কিবা বিষয়ত মন দিবৰ বাবেও তেওঁৰ স্বাধীনতা আছে। আনহাতে তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানত গুৰুতৰ সমস্যা বুলিলে সাধাৰণতে কোনো বিসংগতি বা স্ববিৰোধিতাক বুজায়, যিটো সমাধান হ'বই লাগিব। এজন গণিতজ্ঞই গৱেষণাৰ বাবে বাছি ল'বলৈ ভিন্নপ্ৰকাৰৰ অনেক ক্ষেত্ৰ আছে, আৰু তেওঁ সেই ক্ষেত্ৰবোৰত কি কাম কৰিব সেয়া বাছি ল'বলৈও যথেষ্ট স্বাধীনতা আছে। **গতিকে আমি চূড়ান্ত সিদ্ধান্ত হিচাপে ক'ব পাৰোঁ: মোৰ বোধেৰে গণিতজ্ঞ এজনৰ বাবে নিৰ্বাচন আৰু সাফল্যৰ চৰ্ত মূলতঃ নান্দনিক বুলি কোৱাটো সমীচীন হ'ব।** মই অনুভৱ কৰোঁ যে এনেধৰণৰ দৃঢ়তাপূৰ্ণ মন্তব্য বিতৰ্কমূলক, আৰু এইটো প্ৰমাণ কৰাটোও অসম্ভৱ; বা বহুকেইটা নিৰ্দিষ্ট কাৰিকৰী উদাহৰণৰ বিশ্লেষণ নকৰাকৈ ইয়াক সত্যাপণ কৰাও দুৰূহ। তাকে কৰিবলৈ

পুনৰায় এটা অতি উচ্চস্তৰৰ কাৰিকৰী পৰ্য্যায়ৰ আলোচনাৰ প্ৰয়োজন হ'ব, যিটো কৰিবলৈ এয়া সঠিক স্থান নহয়। মাথোঁ এনেকৈ কৈ থ'লেই যথেষ্ট যে ওপৰত উল্লেখ কৰি অহা তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ উদাহৰণতকৈও ইয়াত নান্দনিক চৰিত্ৰৰ ভূমিকা বেছি। গাণিতিক উপপাদ্য বা গাণিতিক তত্ত্ব এটাৰ দ্বাৰা কেৱল পূৰ্বে সম্পূৰ্ণ পৃথক বস্তু কিছুমান সৰল আৰু সৌন্দৰ্য্যপূৰ্ণভাৱে ব্যাখ্যা আৰু শ্ৰেণীভুক্ত কৰাটোৱেই আশা কৰা নাযায়, ইয়াৰ স্থাপত্য আৰু গাঁথনিগত ৰূপতো সৌন্দৰ্য্যৰ উপাদান আশা কৰা হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, সমস্যাটো উত্থাপনৰ সুচলতা, ইয়াক ধৰি ৰখাত দেখা দিয়া জটিলতা আৰু সমস্যাটো সমাধানৰ দিশে অগ্ৰসৰ হ'বলৈ প্ৰচেষ্টা চলাই থকাৰ সময়তে আচম্বিতভাৱে পোৱা কিছু উপযোগী শুংসূত্ৰ, যিয়ে আগবাঢ়ি যোৱাৰ গোটেই প্ৰক্ৰিয়াটোক বা ইয়াৰ কিছু অংশ সহজ কৰি তোলে - ইত্যাদি উপাদানসমূহৰ কথা ক'ব পাৰি। লগতে সমস্যাটো নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতিটো যদি যথেষ্ট জটিল আৰু দীঘলীয়া হয়, তাৰ অন্তৰালত কিবা সৰল সাধাৰণ নিয়ম সোমাই থকা উচিত; যিয়ে জটিলতাখিনি আৰু দীঘলীয়া বক্ৰপথ অৱলম্বনৰ কাৰণ ব্যাখ্যা কৰিব পাৰে, আপাত যাদৃচ্ছিকতাসমূহক কেইটামান সৰল পথ প্ৰদৰ্শক প্ৰেৰণালৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰে। এইধৰণৰ আৱশ্যকীয় চৰ্তসমূহ স্পষ্টভাৱে যিকোনো সৃষ্টিশীল কলাৰ সৈতে একে। পটভূমিত থকা কিবা অন্তৰ্নিহিত ব্যৱহাৰিক, পাৰ্থিৱ বিষয়ৰ উপস্থিতিক সৌন্দৰ্য্যবৰ্ধন আৰু জটিল ৰূপৰ সমাহাৰে ঢাকি পেলায়। এই সকলোখিনি কলাৰ বাতাবৰণ এটাৰ লগতহে সাদৃশ্য আছে, আৰু ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ বাতাবৰণতকৈ ই বিশুদ্ধ আৰু সৰল।

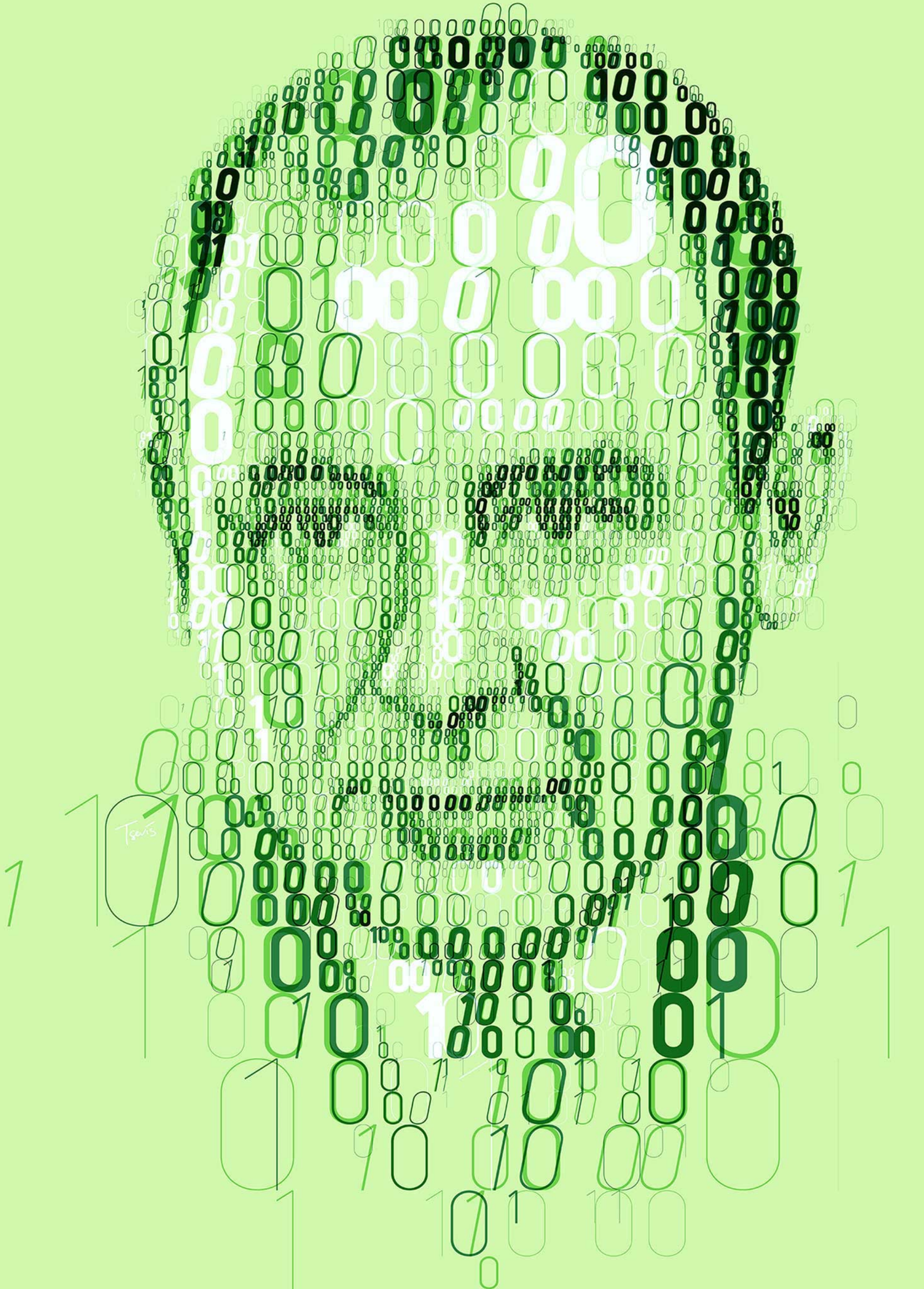
আপোনালোকে লক্ষ্য কৰিব যে মই এতিয়ালৈকে আনকি ব্যৱহাৰিক বা বৰ্ণনাত্মক বিজ্ঞানৰ সৈতে গণিতৰ তুলনাৰ কথা উল্লেখো কৰা নাই। ইয়াত পদ্ধতি আৰু সাধাৰণ বাতাবৰণটোৰ মাজৰ পাৰ্থক্য দেখদেখকৈ ওলাই আছে।

বিষয়টোৰ জটিলতালৈ চাই যিহেতু আমি আসন্ন হিচাপতকৈ বেছি ওচৰ চাপিব নোৱাৰোঁ, মই ভাবোঁ এইটো সত্যৰ তুলনামূলকভাৱে ভাল আনুমানিক হিচাপ এটা হ'ব যে গাণিতিক ধাৰণাসমূহ ব্যৱহাৰিক আৰু পৰ্য্যৱেক্ষণভিত্তিক ক্ষেত্ৰৰ পৰাই উদ্ভৱ হয়, যদিও ইয়াৰ বংশানুক্ৰমিক তালিকাখন কেতিয়াবা দীঘলীয়া আৰু বৰ স্পষ্ট নহয়। কিন্তু এবাৰ তেনেদৰে ভাবি লোৱাৰ পিছত বিষয়টোৱে ইয়াৰ এক নিজস্ব বৈশিষ্ট্যপূৰ্ণ জীৱন কটাবলৈ ধৰে আৰু ইয়াক এটা সৃষ্টিশীল জীৱনৰ লগতহে তুলনা কৰিব পাৰি। লগতে ই ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞান বা যিকোনো বিষয়ৰ দ্বাৰা পৰিচালিত হোৱাৰ পৰিৱৰ্তে সম্পূৰ্ণৰূপে নান্দনিক প্ৰেৰণাৰেহে চালিত হয়। অৱশ্যে আন এটা কথাত বিশেষ জোৰ দিয়াটো প্ৰয়োজনীয় বুলি মই ভাবোঁ। গাণিতিক ক্ষেত্ৰ এখন যেতিয়া ব্যৱহাৰিক উৎসটোৰ পৰা বহুদূৰ আঁতৰি আহে, যদি ক্ষেত্ৰখন বাস্তৱ জগতৰ ধাৰণাৰ দ্বাৰা কেৱল পৰোক্ষভাৱে অনুপ্ৰাণিত দ্বিতীয় বা তৃতীয় প্ৰজন্মৰ ক্ষেত্ৰ হয়; ইয়াক চৌদিশৰ পৰা ডাঙৰ সংকটে আগুৰি ধৰে। ই মাত্ৰাধিক পৰিমাণে কেৱল বিশুদ্ধ নান্দনিকধৰ্মী ক্ষেত্ৰ হৈ পৰে, সম্পূৰ্ণৰূপে 'কলাৰ স্বাৰ্থত কলা' হৈ পৰে। যদি সেই ক্ষেত্ৰখন ব্যৱহাৰিক দিশৰ সৈতে সম্পৰ্কিত বিষয়ে আগুৰি আছে, বা যদি সেই ক্ষেত্ৰখন অসাধাৰণ সু-ৰুচিপূৰ্ণ স্বাদৰ অধিকাৰী ব্যক্তিৰ প্ৰভাৱত আছে, তেনেক্ষেত্ৰত ইয়াক বেয়া বুলি ক'ব নোৱাৰি। কিন্তু এটা ডাঙৰ সংকটৰ সম্ভাৱনা আছে যে বিষয়টো কম ৰোধৰ দিশেৰে বিকশিত হৈ মূল উৎসৰ পৰা বহু দূৰত ভালেমান তাৎপৰ্য্যহীন শাখা সৃষ্টি কৰিব পাৰে, আৰু সেই ক্ষেত্ৰখনে সূক্ষ্ম বিৱৰণ আৰু জটিলতাৰ এক বিশৃংখল থূপ গঠন কৰিব পাৰে। আন কথাত, ব্যৱহাৰিক উৎসৰ পৰা বহু দূৰত বা বিমূৰ্ত ৰূপৰ বহুবাৰ অন্তঃপ্ৰজনন হোৱাৰ পিছত গাণিতিক বিষয় এটাই ইয়াৰ গুণাগুণ হেৰুৱাই পেলোৱাৰ আশংকা থাকে। সাধাৰণতে আৰম্ভণিৰ শৈলীটো ধ্ৰুপদী হয়, কিন্তু যেতিয়াই ই অলংকাৰ-বহুল হ'বলৈ ধৰাৰ ইংগিত দিয়ে, বিপদৰ আশংকা ঘনীভূত হয়। অলংকাৰ-বহুল শৈলীৰ পৰা অতি অলংকাৰ-বহুল শৈলীলৈ হোৱা বিৱৰ্তনৰ পথছোৱা বিচাৰি উলিয়াবলৈ উদাহৰণ দিয়াটো সহজ, কিন্তু সেইটো কৰিব গ'লেও বহু বেছি কাৰিকৰী কথা সোমাই পৰিব।

যিকোনো পৰিস্থিতিতে এই পৰ্য্যায় এটাত উপনীত হোৱাৰ পিছত, মোৰ দৃষ্টিত তাৰ একমাত্ৰ প্ৰতিকাৰ হৈছে মূল উৎসলৈ ঘূৰি গৈ পুনৰুজ্জীৱিত কৰা; অৰ্থাৎ চিধাই ব্যৱহাৰিক ধাৰণাৰ পুনৰবাৰ প্ৰৱেশ ঘটোৱা। মই পতিয়ন গৈছোঁ যে বিষয়টোৰ সজীৱতা আৰু প্ৰাণশক্তি বৰ্তাই ৰাখিবলৈ এনে কৰাতো প্ৰয়োজনীয়, আৰু ভৱিষ্যতেও সমানেই প্ৰয়োজনীয় হৈ থাকিব।

"পাটীগণিতীয় চিহ্নবোৰ হ'ল লিখিত নক্সা আৰু জ্যামিতীয় চিত্ৰবোৰ হ'ল অংকিত সূত্ৰ।"

– **ডেভিদ হিলবাৰ্ট** (২৩ জানুৱাৰী, ১৮৬২ - ১৪ ফেব্ৰুৱাৰী, ১৯৪৩)

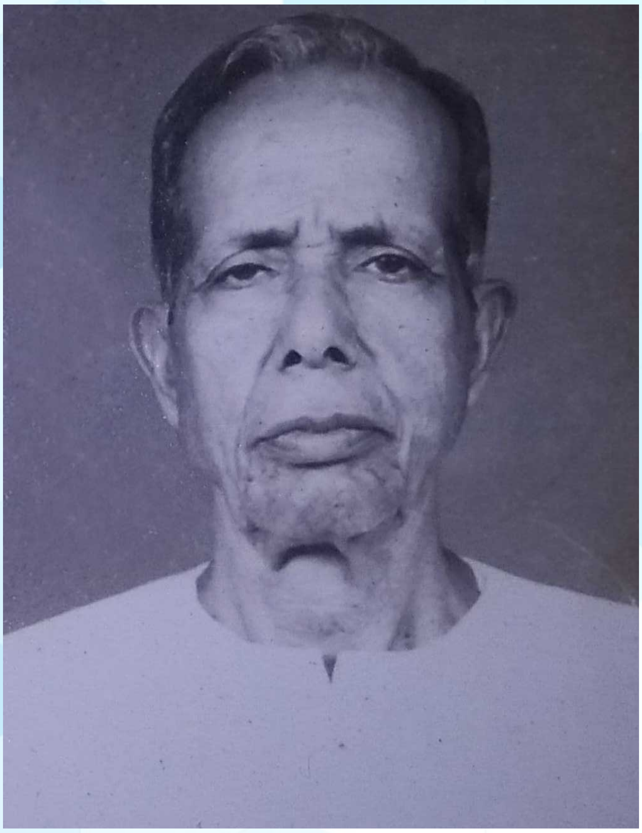


জন ভন নয়মেন

Image courtesy: Charis Tsevis

অধ্যাপক ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্ত্তীৰ সৈতে এটি সাক্ষাৎকাৰ

(‘গণিত বিকাশ’ৰ পূৰণি পৃষ্ঠাৰ পৰা তুলি অনা এই সাক্ষাৎকাৰটি আজিও প্ৰাসংগিক বা অধিক প্ৰাসংগিক।)



[কটন মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ প্ৰাক্তন মুৰব্বী অধ্যাপক ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্ত্তীৰ নাম অসমত গণিতৰ সৈতে আওপকীয়া সম্বন্ধ থকা, নাইবা তেনে সম্বন্ধ নথকা মানুহৰ মাজতো অতি পৰিচিত। ছাত্ৰ-ছাত্ৰী, গণিতৰ শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীৰ কথা নকলোৱেইবা। এনে এজন ব্যক্তিৰ সৈতে সশৰীৰে চিনাকি হোৱাৰ আশা নেথাকিলেও আলোচনীৰ মাধ্যমেৰে চিনাকি হ’বলৈ পালেও এটা ৰোমাঞ্চ অনুভৱ কৰা হয়। ‘গণিত বিকাশ’ৰ পঢ়ুৱৈ সমাজক সেই ৰোমাঞ্চৰ ভাগ দিয়াটোৱেই চক্ৰৱৰ্ত্তী ছাৰৰ সৈতে সম্পাদিকা অমলা বেজবৰুৱাৰ এই কথোপকথনৰ উদ্দেশ্য।]

অমলা বেজবৰুৱা: ছাৰ, আপোনাৰ কৰ্মজীৱনৰ বিষয়ে নৌ সোধোতেই আপোনাৰ ক’ত, কেতিয়া জন্ম হৈছিল, স্কুল-কলেজৰ শিক্ষা ক’ত আহৰণ কৰিছিল, কৰ্মজীৱন ক’ত কেনেকৈ আৰম্ভ কৰিছিল, এইবোৰ জানিবলৈ কৌতুহল হ’বই দিয়কচোন। গতিকে পুৰণি কথা কওক অলপ।

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্ত্তী: বুজিছা, কামৰূপ জিলাৰ নলবাৰী থানাৰ পৰা দুমাইল দক্ষিণে আৰিকুছি গাঁৱত ১৯১৪ চনৰ ডিচেম্বৰ মাহত মোৰ জন্ম। গাঁৱৰে পাঠশালা আৰু ছাত্ৰবৃত্তি স্কুলৰ শিক্ষা শেষ কৰি নলবাৰী গৰ্ডন হাইস্কুলত নৱমমানলৈ পঢ়োঁ। গোৱালপাৰা জিলাৰ বগৰিবাৰী এইচ এন চেমিনাৰীৰ পৰা মেট্ৰিক পাছ কৰি ১৯৩৫ চনত কটন মহাবিদ্যালয়ৰ আই এচ চি ক্লাচত ভৰ্ত্তি হওঁ। ১৯৩৯ চনত বি এ পাছ কৰি গুৱাহাটীৰ কামৰূপ একাডেমীত প্ৰায় এবছৰ কাল শিক্ষকতা কৰোঁ, আৰু আৰ্ল ল কলেজত পঢ়োঁ। ১৯৪৪ চনত কলিকতা বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা Applied Mathematics বিষয়ৰ এম এ পাছ কৰি প্ৰায় এবছৰ কাল বৰপেটা আৰু নগাওঁ মহাবিদ্যালয়ত শিক্ষকতা কৰাৰ পিছত ১৯৪৬ চনৰ আগষ্ট মাহত কটন মহাবিদ্যালয়ত শিক্ষকতা আৰম্ভ কৰোঁ। ১৯৭২ চনত মুৰব্বী অধ্যাপক পদৰ পৰা অৱসৰ পাওঁ।

অমলা বেজবৰুৱা: মোৰ এটা ভুল ধৰণা আছিল। মই ভাবিছিলো আপুনি কলেজ শিক্ষকতা প্ৰথমেই কটনতে আৰম্ভ কৰে। আপুনি শিক্ষকতা বাছি লোৱাৰ বিশেষ কাৰণ আছিল নেকি?

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্ত্তী: আমাৰ দেশত কোনেও শিক্ষকতা বাছি নলয়। নিৰুপায় হ’লে শিক্ষক হয়। শিক্ষক হোৱাৰ পিছতো অন্য চেষ্টা চলি থাকে। পাঠশালাত পঢ়োতে শিক্ষকতাৰ এটা প্ৰেৰণা পাইছিলোঁ। আমাৰ দিনত ছাত্ৰক শিক্ষক আৰু চেকনি উভয়ে শিকাইছিল। চেকনিৰ যোগাৰো পণ্ডিতক ছাত্ৰই দিব লাগিছিল। দৈহিক শাস্তিৰ সমৰ্থক মই নহওঁ। মোৰ ক্ষেত্ৰত, দুটা ভাল চেকনিৰ কোবৰ কাৰণেই আজি তোমাৰ এই প্ৰশ্নৰ সন্মুখীন হ’ব লগা হৈছোঁ। কোব খাই ভাবিছিলো ময়ো শিক্ষক হ’লে কোবাব পাৰিম। আজিকালি চেকনিৰ অভাৱত অকল জীৱিকাই শিক্ষকতাৰ প্ৰেৰণা।

আন চাকৰিৰ কাৰণেও মই চেষ্টা কৰিছিলোঁ। কিছুমান চাকৰিৰ কাৰণে বয়সো উকলিল। মহাবিদ্যালয়ত অধ্যাপনা কৰাৰ এটা ইচ্ছা আছিল। প্ৰেৰণা পাইছিলো কটন মহাবিদ্যালয়ৰ কেইজমান কৃতী শিক্ষকৰ পৰা। কটন মহাবিদ্যালয়ত সোমাব নোৱাৰিলে গুৱাহাটীত ওকালতি কৰা খাটাং আছিল।

অমলা বেজবৰুৱা: ছাৰ, আপুনি মহাবিদ্যালয়ত প্ৰথমে কি কি বিষয় পঢ়ুৱাইছিল?

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্তী: মহাবিদ্যালয়ত সোমায়ে কেইবাটাও বিষয় শিকাব লগা হৈছিল। B. Sc. (Pass) ক্লাছত Integral Calculus, Differential Equations, আৰু অনাৰ্চ ক্লাছত Statics, Dynamics, Hydrostatics শিকাইছিলোঁ। আৰম্ভণিতে মই দুজন মেধাৱী ছাত্ৰ শৰৎ চন্দ্ৰ বৰুৱা[1] আৰু ৰাজেন সিঙক[2] অনাৰ্চ ক্লাছত পাইছিলোঁ। তেওঁলোকতকৈ ময়ে বেছি উপকৃত হৈছিলোঁ।

অমলা বেজবৰুৱা: কেতিয়াবা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ একোটা প্ৰশ্ন শিক্ষকৰ বাবে অনুপ্ৰেৰণা স্বৰূপ হয়। আনহাতে নতুন অৱস্থাত এনে প্ৰশ্নই কেতিয়াবা শিক্ষকক বিপাঙতো পেলায়। তেনেই নবীন শিক্ষক হৈ থাকোতে আপুনি কেতিয়াবা ফান্দত পৰিছিল নেকি?

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্তী: মোৰ ধাৰণা যে প্ৰথম অৱস্থাত চেহেৰা আৰু পোছাকৰ[3] বাবেই ছাত্ৰসকলে মোক গণিতৰ শিক্ষক ৰূপে বৰ ভাল পোৱা নাছিল। মোৰ এজন অতি প্ৰিয় ছাত্ৰই এবাৰ সুধিছিল, মই সংস্কৃতত M.A. পাছ কৰাৰ পিছত কেতিয়া অংক পঢ়িলোঁ। গণিতৰ ক্লাছত ছাত্ৰক অংকই শাসন কৰে। অংকৰ প্ৰশ্ন কৰি শিক্ষকক ফান্দত পেলোৱা ছাত্ৰ অতি কম। ফান্দত পৰাটো নবীন শিক্ষকৰ পক্ষে ভাল। তেতিয়া তেওঁ ভাল শিক্ষক হ’ব পাৰে– যদি তেওঁৰ সেই ইচ্ছা থাকে।

সৌভাগ্যক্ৰমে মই এবাৰ এটা ভাল ফান্দত পৰিছিলোঁ। সেই ফান্দত নপৰা হ’লে গতানুগতিক ভাবেই মোৰ শিক্ষকতাৰ অন্ত পৰিলহেঁতেন। প্ৰথম বাৰ্ষিক বীজগণিতৰ ক্লাছত এজন ছাত্ৰই হঠাৎ মোক প্ৰশ্ন কৰিলে– দুটা নিগেটিভ সংখ্যাৰ গুণফল কিয় পজিটিভ হয়। এই ছাত্ৰজনে সেইবছৰ মণিপুৰৰ পৰা মেট্ৰিক পৰীক্ষাত প্ৰথম স্থান লাভ কৰিছিল। মই কৈছিলোঁ, মেট্ৰিক ক্লাছৰ কথা কলেজত শিকোৱা নহয়।

যদি $(-)\times(-) = (-)$ ধৰা হয়, তেন্তে বাস্তৱ প্ৰশ্ন সমাধানত বিজুতি ঘটে– এনে ধৰণৰ সাধাৰণ জ্ঞানৰ যুক্তিৰেও গণিতৰ এই নিয়মৰ যুক্তিযুক্ততা দেখুৱাব পাৰি। এই প্ৰশ্নৰ সন্মুখীন হৈ উচ্চ গণিতৰ শিক্ষকক বিব্ৰত হোৱা দেখিছিলোঁ। অজ্ঞতা প্ৰকাশ হোৱাৰ ভয়ত আমি কৃত্ৰিম জ্ঞানৰ ভাৰ বহন কৰোঁ।

অমলা বেজবৰুৱা: ছাৰ, আপোনাৰ নিজৰ শিক্ষাগুৰুসকলৰ ভিতৰত কেইগৰাকীমানে নিশ্চয় আপোনাৰ মনত বিশেষভাৱে ৰেখাপাত কৰিছিল। তেনে স্মৰণীয় শিক্ষকৰ কথা কওকচোন।

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্তী: এই প্ৰসঙ্গত মোৰ মনত পৰিছে কেইজনমান আদৰ্শ গণিত শিক্ষকৰ কথা। কটন মহাবিদ্যালয়ৰ নমস্য হৰ্ষনাথ সেনৰ ক্লাছ হৰ্ষময় আছিল। মৰমসনা হাঁহিমুখে ছাত্ৰৰ গধুৰ মন পাতল কৰি দিয়ে। “Very easy, extremely easy” বুলি হাঁহিমুখে বোৰ্ডত মুগৰ গাজীৰ দৰে স্পষ্ট সুন্দৰ আখৰ θ, ϕ, ল, লিখে, আমি ৰ লাগি বোৰ্ডৰ পিনে চাই থাকোঁ। বিশেষভাৱে অনুপ্ৰাণিত কৰা আন দুজন শিক্ষক হ’ল কলিকতা বিশ্ববিদ্যালয়ৰ প্ৰায়োগিক গণিত বিভাগৰ অধ্যাপক শুদ্ধোধন ঘোষ আৰু নৃপেন্দ্ৰনাৰায়ণ সেন। ঘোষে Analysis আৰু Complex Variable পঢ়ুৱায়, বোৰ্ডত লিখি স্পষ্ট ভাষাত অনৰ্গল ব্যাখ্যা কৰে, ভ্ৰূক্ষেপ নাই সময়-প্ৰৱাহৰ। সেনে কোনো খুঁত নৰখাকৈ গতিবিজ্ঞানৰ উপপাদ্য আৰু প্ৰশ্নবোৰ ব্যাখ্যা কৰে। কেতিয়াও ছাত্ৰক হতাশ নকৰে। মাজে সময়ে ছাত্ৰক অংক কৰিবলৈ দিয়ে, ওচৰলৈ গৈ চায়। অলপ কিবা লিখা দেখিলেই “Very good, that’s right” বুলি কয়। কিতাপত “clearly it follows, it is obvious” লিখা থাকিলে মিচিকিয়া হাঁহিৰে “it’s not that clear, that obvious” বুলি মন্তব্য কৰে। বিনা প্ৰস্তুতিৰে নোট অৱলম্বন কৰি বোৰ্ডত লিখি অসুবিধাত পৰিলে মোৰ হৰ্ষবাবু আৰু নৃপেনবাবুক মনত পৰিছিল। যিসকল শিক্ষকে এনে শিক্ষকৰ তলত পঢ়ে তেওঁলোকক কোনো প্ৰশিক্ষণৰ আৱশ্যক নহয়।

অমলা বেজবৰুৱা: যিবোৰ পাঠ প্ৰথমে ড্ৰিল জাতীয় হৈ থাকে, Integration, differentiation, সেইবোৰ কেনেকৈ আৰু কোন স্তৰত মনোগ্ৰাহী কৰিছিল?

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্তী: Drill স্তৰত ছাত্ৰক বেছিদিন আবদ্ধ ৰাখিলে differentiation আৰু integration নিৰস হয়। নতুনত্বৰ স্বাদ থাকোতেই ছাত্ৰক তাৰ প্ৰয়োগ স্তৰলৈ নিলে বিষয় মনোগ্ৰাহী হয়।

অমলা বেজবৰুৱা: কটন মহাবিদ্যালয়ৰ পৰা বহু শিক্ষক পাছলৈ অসম চৰকাৰৰ শিক্ষা বিভাগতে নানা প্ৰশাসনীয় ভাৰ লয়গৈ। আপুনি ইন্সপেক্টৰ জাতীয় চাকৰি কিয় নল’লে?

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্তী: প্ৰশ্নটোৰ পোনতে উত্তৰ হ’ব মোক ইন্সপেক্টৰ নাপাতিলে। স্বাধীনতাৰ আগলৈ কটন মহাবিদ্যালয়ৰ অধ্যাপকসকলৰ পৰা Seniority basis অত D.P.I., Inspector নিয়োগ কৰিছিল। মোৰ চাকৰি কালত কটন মহাবিদ্যালয়ৰ প্ৰফেচৰ সকলৰপৰা ইনস্পেক্টৰ নিৰ্বাচন কৰা হৈছিল। ষাঠিৰ দশকত মই যেতিয়া প্ৰফেচৰ পদলৈ উন্নীত হলোঁ, তেতিয়া মোক Inspector পাতিলে মই খুব সম্ভৱ গলোহেঁতেন। সৌভাগ্যক্ৰমে মই ৰক্ষা পৰিলোঁ।

মোৰ বাবে ইন্সপেক্টৰ পদটোৰ এটা glamour আছিল। তাৰ কাৰণ পূজ্যপাদ শৰৎ চন্দ্ৰ গোস্বামীদেৱৰ আদৰ্শ। তেখেত আছিল অসমৰ একমাত্ৰ স্কুল পৰিদৰ্শন কৰা ইন্সপেক্টৰ। এবাৰ তেখেতে স্কুল পৰিদৰ্শন কৰা দেখিছিলোঁ। মই তেতিয়া নলবাৰী গৰ্ডন

[1] শৰৎ বৰুৱাই ইঞ্জিনিয়াৰিঙৰ ডক্তৰেট লৈ অসম চৰকাৰৰ বিষয়া হিচাপে নানা স্থানত কাম কৰি শেষত উচ্চতৰ মাধ্যমিক শিক্ষা সংসদৰ চেয়াৰমেন পদৰ পৰা অৱসৰ লয়।

[2] ড° কে ৰাজেন্দ্ৰ সিঙেও নানা ঠাইত অধ্যাপনা কৰি গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ মুৰব্বী অধ্যাপক পদৰ পৰা অবসৰ লয়।

[3] ছাৰে সদায় চুৰিয়া-পাঞ্জাবী পিন্ধিছিল।

হাইস্কুলৰ নৱম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ। ইন্সপেক্টৰ ক্লাছত সোমাল; ধুনীয়া মানুহজন, লগত হেডমাষ্টৰ মণিবাবু আৰু এচিষ্টেণ্ট হেডমাষ্টৰ কেশৱবাবু। মণিবাবু আছিল নামকৰা ইংৰাজী শিক্ষক; কেশৱবাবু আছিল সকলো ছাত্ৰৰে terror গণিত শিক্ষক। ইন্সপেক্টৰে ক্লাছৰ এজন ছাত্ৰক ইংৰাজী পঢ়িবলৈ দিলে। নিজে পঢ়ি বুজাই দিছিল কেনেকৈ পঢ়িব লাগে। মোক এটা জ্যামিতিৰ ৰাইডাৰ (rider) প্ৰমাণ কৰিব দিছিল। এইদৰে তিনিদিন একেৰাহে গোটেই স্কুল পৰিদৰ্শন কৰি দুই-এদিন পিছতে পৰিদৰ্শন ৰিপ'ৰ্ট পঠিওৱা মোৰ মনত পৰে। এইদৰে স্কুল পৰিদৰ্শন কৰি গোস্বামীদেৱে শিক্ষকসকলক যি প্ৰশিক্ষণ দিছিল তাৰ তুলনাত আজিকালি ঢাক-ঢোল বজোৱা এমাহৰ শিক্ষক প্ৰশিক্ষণ, প্ৰশিক্ষণৰ উপহাস।

যদিও মই ইন্সপেক্টৰ নহ'লো, তেতিয়া স্কুল ইন্সপেক্টৰ অধ্যাপক দণ্ডেশ্বৰ গগৈৰ বে-চৰকাৰী সহ-ইন্সপেক্টৰ ৰূপে অসমৰ বহু স্কুল পৰিদৰ্শন কৰিছিলোঁ, বহু শিক্ষকক গণিত প্ৰশিক্ষণ দিছিলোঁ, কেতিয়াবা ক্লাছত পঢ়ুৱাইছিলোঁ। এবাৰ দিল্লীত কুটুব মিনাৰৰ বিপৰীতে থকা উচ্চতৰ মাধ্যমিক স্কুলখন পৰিদৰ্শন কৰিছিলোঁ, স্ব-নিয়োজিত আকস্মিক দৰ্শক ৰূপে। স্কুলত ভূগোলৰ ক্লাছৰ ছাত্ৰই চাণ্টিয়াগো ক'ত কৈছিল, কিন্তু শ্বিলং ক'ত ক'ব নোৱাৰিলে।

অমলা বেজবৰুৱা: আপুনি কিতাপ কিয় লিখিবলৈ ল'লে ছাৰ? কেৱল ধন ঘটিবলৈকে নে?

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্ত্তী: প্ৰশ্নটোৰ ইংগিত হৈছে সাধাৰণতঃ শিক্ষকে কিতাপ লিখে ধন ঘটিবলৈ। মোৰ ক্ষেত্ৰত ব্যতিক্ৰম হ'বনে? অকল ধনেই লক্ষ্য নহ'ব পাৰে বুলিও প্ৰশ্নত অলপ সন্দেহ আছে! উচ্চ স্তৰত ভাৰতীয় গ্ৰন্থকাৰৰ কিতাপৰ সংখ্যা নিচেই কম। আমি পঢ়া কালত গণিতৰ আটাইবোৰ কিতাপ ইংৰাজ লিখকৰ। স্বাধীনতাৰ পিছত ভাৰতীয় গ্ৰন্থকাৰে লিখা গণিতৰ কিতাপ বেছিভাগ নোট জাতীয়। স্কুল গণিতৰ কিতাপৰ সংখ্যাও বেছি নাছিল। মই কিতাপ লিখাৰ সময়লৈকে উনবিংশ শতাব্দীতে লিখা বীজগণিত আৰু পাটীগণিতৰ দুখন কিতাপ অসমৰ স্কুলৰ পাঠ্য আছিল।

দুটা নিগেটিভ সংখ্যাৰ গুণফল কিয় পজিটিভ তাৰ সন্তোষজনক উত্তৰ দিব নোৱাৰি বৰ লাজ পাই Teaching of mathematics সম্পৰ্কে মই কিছুমান কিতাপ পঢ়িলোঁ। কিতাপবোৰ পঢ়ি দেখিলো, আমাৰ স্কুলৰ গণিত শিক্ষাৰ সংস্কাৰ অতি আৱশ্যক। সেই সময়তে গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ে আই. এছ-ছি ক্লাছত Calculus পাঠ্য ৰূপে সুমাই দিছিল। সেই পাঠ্যক্ৰম অনুযায়ী মই এখন Calculus অৰ কিতাপ লিখাৰ কথা দুই-এজনক কৈছিলোঁ। তেওঁলোকৰ পৰা বৰ উৎসাহ নাপাই মই এটা প্ৰত্যাহ্বান হিচাপে কিতাপখন লিখি উলিয়ালোঁ। ১৯৫৪ চনত আই. এছ-ছি পৰীক্ষাৰ্থীৰ সংখ্যা আছিল সাতশ। কোনো প্ৰকাশকে ইমান কম সংখ্যক ছাত্ৰৰ কাৰণে এখন কিতাপ প্ৰকাশ কৰিবলৈ সাহ নকৰে। ভাগ্যক্ৰমে এজন উদ্যোগী যুৱকে মই লিখা স্কুলৰ বীজগণিতখন প্ৰকাশৰ আশাত এই কিতাপখন ছপা কৰি উলিয়ালে ১৯৫৪ চনত। আজি ত্ৰিশ বছৰৰ অধিক কাল কিতাপখন চলি আছে। কিতাপ লিখোতে Teaching of Secondary Mathamatics, Teaching of Calculus, আদি ভালমান কিতাপ পঢ়িছিলোঁ। অকল ধন ঘটাৰ কাৰণেই লিখা হ'লে কিতাপৰ ধৰণ সম্পূৰ্ণ পৃথক হ'লহেঁতেন।

অমলা বেজবৰুৱা: আপুনি শিক্ষকতা কৰি থাকোতেই পাঠ্যক্ৰম সলনি হৈছে। এই সাল-সলনিবোৰৰ বিষয়ে আপোনাৰ মতামত কি?

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্ত্তী: সময়ৰ পৰিৱৰ্তনৰ লগে লগে স্কুল-কলেজৰ পাঠ্যৰ সাল-সলনিৰ আৱশ্যক আছে। পাঠ্য পৰিবৰ্তন আৰু নতুন পাঠ্য প্ৰবৰ্তনৰ ক্ষেত্ৰত তিনিটা বিষয় বিশেষভাৱে চিন্তা কৰিবলগীয়া– পাঠ্য গ্ৰহণ কৰোতা, পাঠদাতা, আৰু পাঠদানৰ ব্যৱস্থা। এইবোৰ চিন্তা নকৰাকৈ পাঠ্য পৰিবৰ্তন কৰিলে জাতিৰ মানৱ সম্পদৰ অপচয় হয়।

স্বাধীনতাৰ পিছত আজিলৈ তিনিটা শিক্ষা আয়োগ পতা হৈছে। প্ৰতিটো আয়োগৰ পিছতে শিক্ষাৰ গঠন আৰু পাঠ্য পৰিবৰ্তন কৰা হয়। এটা আয়োগৰ অনুমোদন সাপেক্ষে প্ৰৱৰ্তিত পাঠ্যক্ৰমে গঢ় নৌ লওঁতেই আন এটা আয়োগৰ জন্ম হয়। সঘনে পৰিবৰ্তিত পাঠ্যক্ৰমে ছাত্ৰ-শিক্ষক উভয়কে অতিষ্ঠ কৰি তুলিছে।

বিগত পাঠ্য পৰিবৰ্তনৰ পৰা ভীষণভাৱে ক্ষতিগ্ৰস্ত হৈছে মাধ্যমিক স্তৰ। এটা জাতিৰ শিক্ষা ক্ষেত্ৰত মাধ্যমিক স্তৰৰ শিক্ষাৰ গুৰুত্ব বেছি।

সৰ্ব্বসাধাৰণ নাগৰিকৰ শিক্ষাৰ বাবে কেইটামান বিষয়ৰ শিক্ষা অপৰিহাৰ্য। সেইকেইটা বিষয় হ'ল– ভাষা, সাহিত্য, ইতিহাস, ভূগোল, গণিত, আৰু বিজ্ঞান। পৰম্পৰাগত পাঠ্যক্ৰমত বিজ্ঞানৰ বাহিৰে আন বিষয়কেইটাৰ শিক্ষাদানৰ এটা স্থিৰতা আছিল। পাঠ্য পৰিবৰ্তনৰ ফলত বিজ্ঞান আৰু গণিতৰ বাহিৰে আন বিষয়ৰ শিক্ষা লোপ পালে। বিজ্ঞানৰ পাঠদান হাস্যাস্পদ, গণিতকো ক্ষত-বিক্ষত কৰা হৈছে। ভাষাশিক্ষাত ব্যাকৰণ নাই। ইতিহাস আৰু ভূগোলৰ পৰিবৰ্তে সমাজবিদ্যা নামৰ এটা কিম্ভূত-কিমাকাৰ বিষয়ৰ সৃষ্টি হৈছে। কোঠাৰী আয়োগে ইতিহাস আৰু ভূগোল পৃথক বিষয় ৰূপে ৰখাৰ কথাই কৈছিল।

অকালতে তত্ত্বমূলক (premature abstraction) শিক্ষাৰ বিধান শিক্ষানীতি বিৰুদ্ধ। এতিয়া কিন্তু সেইটোৱে হৈছে। ইয়াৰ ফলত শিক্ষাৰ্থীয়ে কম বয়সতে দুৰ্বহ পাঠৰ ভাৰ বহন কৰিছে। আয়ত্ব কৰিব নোৱাৰা জ্ঞানৰ হেঁচাত শিক্ষাৰ্থীৰ শাৰীৰিক-মানসিক স্বাস্থ্য ভংগ হৈছে। নিৰুপায় হৈ ছাত্ৰসকলে পঢ়া-শুনা বাদ দি শিক্ষাৰ দোকানলৈ (teaching shops) লৰ দিছে। বিদ্যালয়বোৰ বিত্তালয় হৈছে। দুৰ্নীতিৰ কৰাল গ্ৰাসত সমগ্ৰ শিক্ষা বিভাগ নিমজ্জিত।

অমলা বেজবৰুৱা: এইটো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিবলৈ গৈ আপোনাৰ mood বেয়া হৈ গ'ল যেন লাগিছে। আজিলৈ আহোঁ ছাৰ।

ৰজনীকান্ত চক্ৰৱৰ্ত্তী: বাৰু যোৱা। সুবিধা পালে আকৌ কথা-বতৰা হ'ম কেতিয়াবা।

Mathematics and Chemistry

Dr. Anjumani Talukdar

E-mail: `Anjumani4U@Rediffmail.com`

> No human investigation can be called true science which has not passed through mathematical demonstrations.
>
> – Leonardo da Vinci

> The great book of nature is written in the mathematical language, ... without whose help it is impossible to comprehend a single word of it.
>
> – Galileo

> I believe that one may ascribe to every study of nature only so much scientific character as it contains mathematics.
>
> – Immanuel Kant

The chemistry world encompasses the discovery of molecules to the atoms that occur in nature. There are 92 naturally occurring types of atoms that elements come in, where the atoms differ in their atomic weight. Since the beginnings of chemistry, mathematics was used to create quantitative and qualitative (non-numerical) models for helping to know the world of chemistry by understanding the elements that make up molecules. Numbers have been used to understand the structure of these elements and to classify them into families with similar kinds of chemical properties. This leads to the idea of the periodic table - to try to organize the elements into "clusters" which have similar properties, and then use this information to understand the properties of these elements.

An atom is made up of particles which are known as protons, neutrons, and electrons. The big issue is the measurement of these tiny sub atomic particles. Protons, neutrons, and electrons have mass and they have electrical charge (or are electrically neutral), and mass and charge can be measured. Relationships between the mass and charge of atomic particles helped chemists get insight into the nature of atoms and the molecules these atoms can form. Mathematics is an essential and integral component of all of the scientific disciplines, and its applications within chemistry are numerous and widespread. Mathematics allows a chemist to understand a range of important concepts, model physical scenarios, and solve problems. Chemists, also follow patterns just like mathematicians do to find a result.

Chemistry is a rich and complex science, exhibiting a diversity of reproducible and precisely describable predictions. Many predictions are quantitative numerical predictions and also many are of a qualitative nature, though both are susceptible to sophisticated mathematical formalization. People have encountered the use of the use of mathematics within chemistry in the early stage of chemistry learning, for example the use of ratios in mixing solutions and making dilutions or the use of logarithms in understanding the pH scale. As moving to higher studies it has been seen that mathematics has increasingly been used to explain chemistry concepts in more sophisticated ways, for example the use of vectors in understanding the structures of crystals, or numerical approximations of ordinary differential equations (ODEs) in kinetics to predict the rates and mechanisms of chemical reactions. The mathematics may be from any of many diverse mathematical areas, and some areas of mathematics such as ordinary differential equations; partial differential equations; group theory Lie algebras; combinatorics; graph theory; the theory of partially ordered sets and lattices; linear algebra and matrix theory; probability theory and statistics; might naturally prove more fruitful for chemistry.

The ability to understand and apply mathematics will be important regardless of the branch of chemistry one is studying, be it the more traditional areas of inorganic, organic and physical chemistry or some of the newer areas of the subject such as biochemistry, analytical and environmental chemistry. The relations of mathematical chemistry to the different fields of chemistry and especially to physical chemistry and chemical physics bear further examination. But these relations have much to do with broad historical trends of development not only in chemistry, but also in physics and in mathematics.

We now look at some of the different ways in which mathematics is used in chemistry.

Balancing

One interaction of mathematics and chemistry that is so familiar now that it is taken for granted, is the way certain quantities are balanced or preserved when a chemical reaction occurs. In a chemical reaction the masses of the inputs to the reaction must be the same as the masses of the products produced by the reaction.

A good example of the complex ways mathematics helps one to understand chemical issues is the recent concern with rising levels of carbon dioxide in the atmosphere, and the pollution that comes from using coal as a source of energy. One way to deal with the issue of the negative aspects of burning coal is to use more natural gas, whenever possible, as a source of energy. One of the major components of natural gas is methane. Methane is an example of a hydrocarbon, a molecule made up of hydrogen and carbon atoms. Methane when ignited undergoes a chemical reaction that releases energy. The energy is in part stored in the bonds that keep the molecule from separating into the components that make up methane - the hydrogen and carbon atoms.

$$1\mathrm{CH}_4 + 2\mathrm{O}_2 \longrightarrow 1\mathrm{CO}_2 + 2\mathrm{H}_2\mathrm{O}$$

In the above chemical reaction, if one knows that methane and oxygen mix to produce carbon dioxide and water, the question is how much of each of the "reagents" are involved? Where do the coefficient numbers shown for the chemical reaction above, the $1, 2, 1, 2$ respectively, come from?

It turns out that one can use ideas from the algebra learned in high school (or in a linear algebra class) to use systems of linear equations to "balance" chemical reactions in this spirit. The idea is to introduce letters for the molecules involved and then to use chemical principles for producing these equations. For example, in the equation above we have four molecules $\mathrm{CH}_4, \mathrm{O}_2, \mathrm{CO}_2$, and $\mathrm{H}_2\mathrm{O}$. Suppose we use the letters x, y, z, w for the numbers of these molecules, respectively. We can then deduce relationships between the values of x, y, z and w. Since C (carbon) appears on the left and right of the "equation" we can say that $x = z$. What about O (oxygen)? We have $2y = 2z + w$ because there are two oxygen atoms on the left, and two atoms in the carbon dioxide and one in the water. Finally, for Hydrogen (H), we have $4x = 2w$. Notice here we have more "unknowns" than equations and if there is a way to balance this reaction we will need to use nonnegative integers as the values for x, y and z.

Graph theory in chemistry

The value of graph theory to chemistry started to become apparent in the 19th century. Work by two British mathematicians, Arthur Cayley and James Joseph Sylvester, laid the ground for a long tradition of successful use of graph theoretical ideas in chemistry. It was Sylvester that we have to thank for introducing this second sense of the word "graph".

It is Cayley's work in using what are today called graphs in chemistry that is quite significant in terms of what he accomplished and what it inspired people, who followed him to do. Cayley, pioneer that he was here, had to develop his own terminology. He used the terms plerograms and kenograms for the two kinds of graphs that one might consider when studying hydrocarbons which are trees (graphs in one piece, with no circuits) when drawn as graphs. The plerogram would show all of the atoms of the molecule involved, hydrogen as well as carbon atoms. The kenogram would show only the carbon atoms.

Spectroscopy

Spectroscopic theory with a strong mathematical flavor developed enormously during the 20th century, with foundational work on rotational, vibrational, and electronic spectra, as well as molecular excitonic spectra, electron-spin resonance, and nuclear magnetic resonance. The Nobel prize to G. Herzberg was for (implicitly mathematical) deductions from electronic spectra of features of electronic potential curves or surfaces. With the availability of suitable high-performance electronics, there has further followed mathematical (and experimental) development of general Fourier-transform, multi-photon, nonlinear, and multi-dimensional spectroscopies (which indeed have garnered a Nobel prize). Further there are different (e.g., mass) spectroscopies based on other than electromagnetic waves. Various important applications of mathematics to chemistry involve spectra. When a molecule transfers from one energy state to another, some "mark" of the molecule can be determined, i.e. different molecules can be identified because the measurements in energy changes are characteristic of specific molecules.

This work involves the idea of eigenvalues of matrices (array or table of numbers) and other topics in linear algebra and operator theory. One goal of this work is to be able to see what molecules are present in different parts of the visible universe. Molecules of different kinds far away from Earth can be determined by a technique called spectroscopy. Mathematics has played a big role in helping with spectroscopy.

Quantum mechanics

Quantum mechanics has proved to be exceedingly successful in understanding the physical world. Chemistry, as much as physics, has benefited from insights from quantum mechanics, and mathematics plays an important role in quantum mechanics.

Thermodynamics

Foundational equilibrium thermodynamics was begun long ago in a mathematical mode, e.g., by A. Avogadro and H.L. Le Chatelier and most especially by R. Clausius, then also by J.H. van 't Hoff, W. Ostwald, S. Arrhenius, J.W. Gibbs, W. Nernst, F. Haber, and G.N. Lewis. This early work received several Nobel prizes.

Statistical mechanics

Equilibrium statistical mechanics was also begun a little over a century ago by Gibbs and many others (often physicists, like Maxwell and Boltzmann), all in a highly mathematical mode. Later (mathematical) developments arise with J. Mayer's and others graphical cluster expansions for statistical-mechanical thermodynamic properties, with E. Montroll's powerful transfer-matrix methodology for the solution of partition functions.

Electrochemistry

In the field of electrochemistry different notable Scientist like H. Davy, M. Faraday and G. Kirchhoff have developed many theories using mathematical ideas. (Especially Kirchoff's work is accepted as mathematical, while the mathematically uneducated Faraday ended up founding 'field theory'.) More recent mathematical contributions are encountered with P. W. Debye and E. Hückel in their theory of ionic solutions (and activity coefficients), or with R. M. Fuoss and L. Onsager and others in the theory of conduction in ionic solutions, or with R. Marcus in his Nobel-Prize winning work on structure-mediated charge transfer.

Crystallography

Mathematical crystallography developed classically with the identification of the Bravais lattices and crystal classes, followed by the seminal identification of crystallographic space groups by Schoenflies and Fedorov. An especially nice (and extremely useful) pure mathematical development is that of J. Karle and P. Hauptmann (who shared a Nobel prize for their joint work on the inversion of x-ray scattering data to crystal structures.

Diffractive methods include both electron and x-ray diffraction methodologies, and in application to crystals has much overlap with mathematical crystallography. There is mathematical work on molecular excitons, on Burdett's characterizations of band structure, and on yet other notable aspects of solid-state theory.

The main fundamental mathematical equation of X-ray crystallography is the Bragg's equation

$$2d \sin \theta = n\lambda,$$

where n is an integer determined by the order given, λ is the wavelength of x-rays, and moving electrons, protons and neutrons, d is the spacing between the planes in the atomic lattice, and θ is the angle between the incident ray and the scattering planes.

A diffraction pattern is obtained by measuring the intensity of scattered waves as a function of scattering angle. Applying Bragg's law, each dot (or reflection) in the diffraction pattern above forms from the constructive interference of X-rays passing through a crystal. The data can be used to determine the crystal's atomic structure.

Stereochemistry

The stereochemistry area includes Pauling's fundamental molecular geometric hybridization rules, informative analyses of inversions or internal rotations or pseudorotations (as in cyclopentane), and Lipscomb's Nobel-prize winning work as well as that of others treating boranes (as a prototypical case manifesting the effects of non-classical bonding) and related novel structures. Also, there is continuing work with isomers, with molecular geometry characterization, with the Ruch-Schönhofer chirality characterization, with degrees of achirality and asymmetry, with extensions of chirality characterizations, with molecular shape, and with molecular knottedness.

Polymer statistics

Polymer statistics concerns the conformation-mediated and structure mediated properties of polymers (especially high polymers), with foundational mathematical chemical (Nobel-prize-winning) work both by P. J. Flory and by P. G. DeGennes, particularly as to the manner of polymer size-scaling as a function of their length, and other control parameters. Monte-Carlo methods have been developed and have proved useful. But there are many further mathematical approaches. Also, the field has further blossomed with the development of dendrimers, supramolecular structures, and other large-scale morphological characterizations.

Nanotechnology

Recently, chemical nanotechnology has emerged as an interesting and greatly promising separate field, following the development of carbon nanotubes and focused on organic syntheses of novel interconnected nanostructures; there being notable theoretical work and different mathematically oriented articles, some concerning general theory. As examples for particular nanostructures, there are considerations of nanoknots, nano-links, nanotubes, their caps, nano-tori, nano-cones, nanobelts, Möbius nano-strips, and various negatively curved structures, and yet further there are more elaborate molecular devices, such as molecular motors. Most recently there is incredible activity (with reviews) concerning graphene (including a Nobel prize).

The application mathematics in the field of chemistry is broad with a long and incredibly rich history of over a century of developments. It is emphasized that mathematics is an integral part of fundamental science in general, and chemistry in particular, so that a subdiscipline such as mathematical chemistry is naturally anticipated – or perhaps even demanded. Reflecting chemistry as a whole, it is not surprising that the field is rich and diverse. Mathematical and theoretical chemistry are seen to be at the foundation of the science of chemistry A substantial part of mathematical chemistry has been embedded in physical chemistry (where the connection to physics rather than mathematics has been emphasized), and other substantial portions of mathematical chemistry have been embedded in chemical structure, notation, and concepts – where often the nonnumerical and non-geometrical nature of the relevant mathematics has led many to view such ideas as non-mathematical. Mathematical chemistry is seen to contact all 'classical' chemical fields: inorganic, organic, analytical, biochemical, and physical. Evidently some areas of mathematical chemistry have much contact with chemical physics, physics, mathematical physics, or even with biology or mathematical biology. Indeed, the appearance of mathematical chemistry in different chemical fields, the general relevance of mathematical chemistry is well recognized in terms of the numerous examples of associated Nobel prizes awarded. Those who contribute to chemistry have training in chemistry, they can still put to use the mathematics they learn in support of their research into chemistry. However, it is also true that people who start as mathematics majors can become very distinguished research chemists. One dramatic example is the career of Herbert Hauptman, who started out as a mathematics major (at City College in New York) but eventually went on to win the Nobel Prize in Chemistry.

Primes and Privacy!

Ritwik Prabin Kalita

Student, Mathematics and Computing (M.Sc.), Indian Institute of Technology Guwahati

E-mail: ritwikkalita88@gmail.com

"What is the application of Mathematics in real life?" In our life, at least once, we have been asked this question, or we have asked it to ourselves. In this short article we show one application of mathematics in real life.

Suppose you live in a different city than your parents and you want to send your newly acquired debit card number and its pin to your parents, how can you be so sure that the number doesn't get leaked on its way to your parents inbox? Well, the prime numbers are behind the process by which a text we send to someone through the internet is secure.

Cryptography is the method that is behind the protection of our information so that only those for whom the information is intended to can read and access it. One of the algorithms that cryptography works on, is the RSA algorithm. The three letters in the name represent the names of three cryptographers who invented it. In 1977, *Ronald Rivest, Adi Shamir and Leonard Adleman*, these three cryptographers came up with a public-key cryptography algorithm. Encryption is the process of converting your information to some specific code to prevent unwanted access. The RSA algorithm consists of one encryption key (N, e) and one decryption key (N, d). What are these e, N and d? They are nothing but some very large real numbers. We will explain the process briefly in this article.

Say you want to send a text T to your friend. Your friend (well, his device actually) will choose two prime numbers p and q. Now these two primes are known to your friend only. Why? Because he doesn't want your message to him get leaked on the way to him. He will multiply the primes to get N, where $N = p \times q$ and another number e, where e is less than and co-prime number to $(p-1) \times (q-1)$. These N and e together form a key, called, the public key (N, e). As its name says, it then gets published on the server, that is, anyone can access (N, e).

Now it's your turn. You will access (N, e) (remember that it is a public key, that is why you can access it). You will then first convert your text to number format, say, a number M, and will find $M^e \pmod{N}$. Let $K = M^e \pmod{N}$. Now your original text has been encrypted to a completely new number. Hence, you will send your encrypted message to your friend.

The last step is again done by your friend. Now it?s his turn to decrypt the encrypted message sent by you and thus access the original message that he was supposed to get. What he will do is find a number d, such that $e \times d = 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$ and then calculate $K^d \pmod{N}$ to get the original text.

Let us work with proper numbers and see this process in action. Let us suppose, you want to send a text "Hi" to your friend.

Step 1: Making public and private key

(i) First, your friend will choose two primes, in this case, say, $p = 11, q = 13$.

(ii) $N = p * q = 11 * 13 = 143$.

(iii) e is any number less than and co-prime number to $(p-1) \times (q-1) = (11-1) \times (13-1) = 120$. Let your friend choose e as 7 which is co-prime to 120.

(iv) Then he will make these two numbers $(N, e) = (143, 7)$ public.

Step 2: Encrypting your text

(i) You will get the public key $(143, 7)$, as it is public and everyone has access to it.

(ii) You will then convert your text 'Hi' to a number. Say, in this case, we assume,

$$a = 1, b = 2, \ldots, z = 26.$$

Then $H = 8$, and $i = 9$. Then 'Hi' will be simply 89 (value of M in our case).

(iii) $M^e \pmod{N} = 89^7 \pmod{143} = 67$.

(iv) Your system will then send 67 to your friend.

Step 3: Decrypting your text

(i) Your friend will find out the value of d, such that $e \times d = 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$, that is, $7d = 1 \pmod{120}$. A simple algorithm can be made to solve d, which in our case will be 103, as $7 \times 103 \pmod{120} = 721 \pmod{120} = 1$.

(ii) Taking $d = 103$, he calculates $K^d \pmod{N} = 67^{103} \pmod{143} = 89$.

(iii) Convert number to text using the same technique, assuming $a = 1, b = 2$ and so on. For 89, your friend then gets the original message "Hi".

Algorithm for finding d

We have, $e \times d = 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$, that is, $(e \times d - 1) \pmod{(p-1)(q-1)} = 0$, where e, p and q are known.

```
for (i = 2 ; i > 0 ; i++)
{
if ((e*i - 1) mod (p-1) * (q-1) ==0)
{
d = i;
break;
}
}
```

Role of Primes

Now comes the question, what the actual role of primes in this algorithm is. Suppose, your friend publishes the public key (N, e). Now not only you, but everyone has access to it. When you encrypt your message and send it to your friend, say, a stranger wants to access your secret message. So basically, in the above-mentioned example, he wants to convert the encrypted message 67 to the original message 'Hi'. Can he do it? Remember, he has also access to the public key $(143, 7)$ and he knows how the RSA algorithm works. So, all he needs to do is to find the value of d.

He has $N = 143, e = 7$, encrypted code 67. But to find d, he must know the value of p and q. Because the only formula to get the value of d is $e \times d = 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$. But p and q are nothing but two prime factors of 143. And the stranger knows the number 143. He will therefore try to factorize 143. If he succeeds in factorizing it to 11×13, he gets the value of d, consequently the secret text. The question is, then how is this algorithm secure. Well, for 143, it is not very difficult. But, what if, instead of 11 and 13 as primes, your friend chooses $p = 7907$ and $q = 7919$, hence $N = 7907 \times 7919 = 62615533$. Will the stranger be able to find the prime factors so easily as earlier? It is easier to multiply two large primes to get a larger N than to factorize a large N. And if someone can't find p and q, then they can't find the value of d, and so can't access the secret text. As p and q are known only to your friend, only he will be able to decrypt your secret text using the value of d in the specified formula. So, the key point of this algorithm is to choose two prime numbers as large as possible to get another larger number so that the process can't be reversed, that is, no one can break it into the original two prime numbers.

In the modern century, technology is developed so fast. There are powerful super computers which can factorize a large number to its prime factors. But everything has its limit. Even in the current decade, only 1024-bit primes can be prime factorized. So, now-a-days, many of the banks or websites like Twitter, etc. are using 2048-bit number which can't be factorized at the current time. But soon, as technology develops, someone will find some efficient algorithm to find prime factors of these large numbers too. The goal, therefore, for us is to find larger primes as they play a huge role in the process.

Finding large primes

The density of prime numbers decreases as we move to the right in the real line. So, it becomes difficult to find new prime numbers. There are several methods to find new primes or check if a number is prime or not. Mersenne Prime are one class of prime numbers which yields such a method. These primes are of the form $2^P - 1$, where P is also a prime. To check if for some prime P and $2^P - 1$ are primes or not, a test called Lucas-Lehmer Primality Test is used. It states that: *For any prime* $p > 2, 2^P - 1$ *is prime if and only if it divides* a_{p-2}*, where* $a_o = 4$ *and* a_n *is recursively defined by* $a_n = (a_{n-1})^2 - 2$*, for* $n \geq 1$*.*

If $2^P - 1$ is prime, then it is obviously much larger then the prime P. In the 17th century, when French mathematician Marin Mersenne discovered these primes, it might seem like they were of no use. But the whole privacy system in this modern world depends on these primes! Numbers are interesting indeed!

Ronald Rivest, Adi Shamir and Leonard Adleman

The Economics of Small Things : A book everyone can connect to

Prof. Surajit Borkotokey

Professor, Department of Mathematics, Dibrugarh University

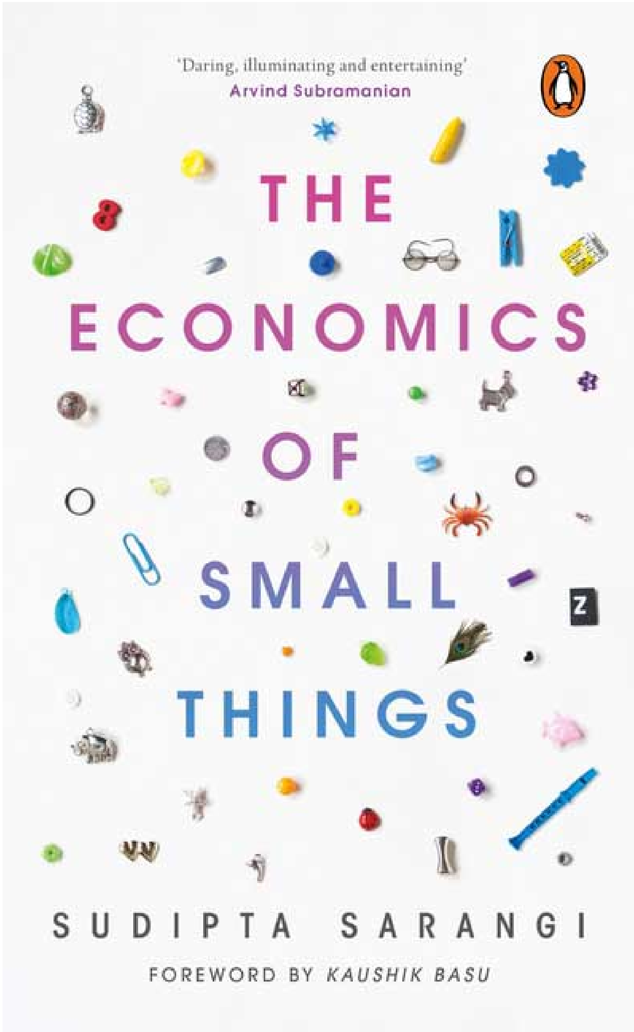
Why are too many choices and incentives bad for an individual? How does everybody in a gathering hesitate to reach out for the last piece of cake? What motivates a driver to worship the God for saving him from an accident rather than wearing the seatbelt? Can a poor person be trusted to be making good decisions? Could the Citizenship Amendment Act in India be averted by including an MP from the communities persecuted in the countries listed in it? Can Economics give answers to all these questions? Yes, it can! More importantly, such are the concepts, that they need neither a graph nor an equation to understand!

The Small things: It is always exciting to read a friend in print. The excitement intrigues when the friend starts his book with something close to one?s family, place, and culture. Prof. Sudipta Sarangi was my supervisor at Louisiana State University, USA during my PostDoctoral stint. He is currently the Head of the Department of Economics at Virginia Tech University, USA. He has visited Dibrugarh University on several occasions. Every time he visits me or I meet him somewhere in the world, we discuss the "Economics of Small Things". He tries to draw analogies of the "small things?" that happen around us with the hard to appreciate theory that exists in the textbooks of Economics and by doing this, he wants to build an organic connection between theory and practice. These ideas have recently culminated in a compilation of essays first he wrote in the Hindu business line and now as a book called the "Economics of Small Things" published by Penguin. The book features twenty-five essays on various sociological and behavioural aspects of human activities. The key ideas of the book can be traced back to some very fundamental principles of Economics. In the following, I would like to briefly mention these principles and their connections to the small things around us.

Why incentives are important? Economics is mostly about incentives: be it material or psychological. Citing many examples that the common audience can relate with, Prof. Sarangi justifies why providing incentives has both good and bad outcomes. While giving incentives to the domestic help in India can ease out, to some extent the common issue of their retention, their unmonitored and unsolicited use may lead to situations like “moral hazards?”. A typical example is providing reservation benefits to a section of people in the society may invite more undeserving people as beneficiaries. Similar is the case with the provision of car insurance or wearing of a seatbelt that may make the driver drive more and more recklessly. Prof. Sarangi suggests that there should be a balance between “incentives?” and their “unintended consequences”.

The heterogeneity that makes a difference! The society we live in is full of heterogeneity: heterogeneity of choice, preference, information, and tastes, etc. For each of these attributes, there arises a nice story to portray intuitive human behaviour. The idea of product differentiation, for example, is efficiently used by the big marketing firms to exploit heterogeneity in consumer characteristics. One way of doing this is by producing several types of commodities with little or no differences in tastes or qualities. This explanation beautifully fits to the abundance of several variants of toothpaste or breakfast cereals in the market with slightly different tastes that appeal to different market segments characteristic of their income and taste differentials.

Complementarity matters! The notion of complementarity can be observed in many economic situations. A very interesting metaphor is the human instincts that is compared with the “crabs in a big bucket with no lid”. The story tells that no crab in the bucket would allow the other crabs to forge ahead and therefore, the chance of rising high by individual crabs is significantly low. This behaviour in general is synonymous with peer jealousy whereas Prof. Sarangi argues that the possibility of reduced group performance by losing the rising crab would be the driving force of such crabby behaviour! There are many more such interesting sorties in the book to explain the complementarity prevalent in the society around us. He has a very interesting solution to the common problem of chappal theft in the Indian temples that uses the idea of complementarity.



Why Information asymmetry makes a difference? The word is full of information asymmetry. Despite living in such an asymmetric world, one has to take decisions, predict others? behaviours, or build an impression of something which is not fully known to one. Is carrying a fountain pen in the front pocket a signal of an educated person? What connection does it have with the last piece of pizza that visibly remains on the table in a gathering? Prof. Sarangi argues that this can be explained by the notion of common knowledge that everybody wants to grab the opportunity of showing her/his superiority by simply announcing that she/he does not want the last piece. The success of the Grameen Bank in Bangladesh initiated by the Economist and Nobel Laureate Md. Yunus has a fair share of the idea of information asymmetry. The responsibility of repaying the bank loans by a group of individuals is shared equally and by this, they would minimize the risk of not paying their individual loans even though all these agents possess different level of information about each other.

Poor people are bad decision maker? Prof. Sarangi has referred to several experimental studies to show that our decision-making capacity is affected by poverty. Thus, being poor affects our cognitive ability for which he suggests that while making plans for the development programs for the poor section of the society, sufficient measures should be taken to educate them, to make them aware of these programs in an as simple as possible manner. Moreover, age is another factor that affects our cognitive capacity. Therefore, too many options for choosing from can never be better, especially for the older generation. This idea is exploited by the marketing firms to have benefited from poor decisions by the customers. This essentially explains why we have so many insurance plans or pension plans to choose from.

Strategic Behaviour makes a difference: When two or more people interact for their own benefits, it is important for them to think strategically and plan to maximize their utilities accordingly. Trust and reputation are some of the attributes that complement the strategic behavior of individuals. Imagine two people sitting on a dual and trying to hold their breadths as long as possible. Whoever holds his breadth for a period longer than the other will be the winner. But by holding breadth for ever one can die. This is indeed the situation, Game Theorists would call the Game of Chicken! It is the honour and reputation of the individuals that matters more than their lives. A typical example can be the longtime stand-off between the Indian and the Chinese army in Ladakh where no one wants to play a back-foot in order to keep their honour and reputation in front of the citizens back in their respective countries.

Simple law of supply and demand: This story was told by Prof. Sarangi during his visit to Dibrugarh last year when I asked him why the best tea produced in Assam could not be accessed in Assam, but somewhere else in the world? He addressed my question indirectly by answering an augmented question: why the best mangoes of India are never found in India but are exported to the first world countries? This according to him is a clear application of the simple laws of supply and demand. Then there are similar explanations of why the Indian drivers are reluctant to wear seatbelts and rather would like to worship the Gods for saving them from accidents.

The beauty of the book lies in its bringing different analogies of economic situations with the subsequent unconventional explanations through the lenses of the subject Economics. The Introduction provides a bunch of small stories that are neatly woven to the subsequent chapters. It was a sheer delight to go back to the introduction after I had finished the book. This made further strengthening of the relations between those sorties and their explanations in the subsequent chapters. I felt speechless when I first saw that the Introduction started with my reference in Dibrugarh describing my luxury of the morning tea on a fine bone china cup. Such an unusual style of introducing a subject, I have rarely come across! This is essentially the essence of the book and I am sure, the reader will not be deprived of it till the end. Happy reading!

Diophantine Approximation and Its Importance

Abhishek Sarma

Numbers have always fascinated human beings. The world of science would certainly not be able to do anything without numbers. So it is very important for us to understand them. The first numbers known to humans were the natural numbers, that is, the numbers 1, 2, 3, …. As Leopold Kronecker famously said "God created the natural numbers. All else is the work of man." In this article, we will learn about understanding real numbers and their behaviour.

The reason we are interested in it is because we want to understand how real numbers behave, especially the irrational numbers. We know that an irrational number is a real number that cannot be expressed in the form $\frac{p}{q}$, where p and q are integers. The properties of natural numbers, integers, rational numbers are easy to be understood, but the problem lies in the understanding of irrational numbers. These are the numbers that are non terminating and non recurring, i.e., their decimal expansion never ends and that too without any pattern. In these circumstances it is really difficult to predict the behaviour of irrational numbers. So, mathematicians tried to understand them by approximating them with the help of rational numbers. The study of approximating real numbers with the help of rational numbers is called Diophantine approximation. Also, many important ideas in Number Theory stem from notions of Diophantine approximation.

We begin by defining the notion of a simple continued fraction expansion.

Definition 1. A simple continued fraction expansion for a real number a is given by:

$$a = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{\ddots + \cfrac{1}{a_n}}}},$$

where n is a nonnegative integer and a_0 is an integer and a_i is positive for $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

The numbers $a_0, a_1, \ldots, a_n$ are called partial denominators. For simplicity, conventionally, the simple continued fraction above is denoted by $[a_0; a_1, \ldots, a_n]$. The simple continued fraction made from $[a_0; a_1, \ldots, a_n]$ by cutting off the expansion after the kth partial denominator a_k is called the kth convergent of the given simple continued fraction and is denoted by C_k; in symbols, $C_k = [a_0; a_1, \ldots, a_k]$.

Convergents are very mportant in the theory of Diophantine approximation. This is because covergents are the closest approximations to any real number. This is explained in the following theorem:

Theorem 2. *For any rational number $\frac{a}{b}$ such that $1 \le b \le q_k$, we have*

$$\left| x - \frac{p_k}{q_k} \right| \le \left| x - \frac{a}{b} \right|.$$

Equality in the last relation holds if $p_k = a$ and $q_k = b$.

This helps us to find targets for making better approximations of a real number. We'll take a look at how this works with the help of a few examples.

Example. Let us take the example of π. The simple continued fraction for π is given by [3; 7, 15, 1, 292, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 14, ...], with 3, $\frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}$, and $\frac{103993}{33102}$ being the first few convergents. For a better understanding let us write π as

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{\ddots}}}.$$

Clearly, the first convergent is 3. The second convergent is calculated as follows: We cut down the expression at the point where 7 is the denominator. So, the second convergent is $3 + \frac{1}{7} = \frac{21+1}{7} = \frac{22}{7}$. Similarly, other convergents can be calculated.

Next we observe the following: Consider the convergent $\frac{22}{7}$ of π. From the above theorem, We have

$$\left| x - \frac{22}{7} \right| \le \left| x - \frac{a}{b} \right|.$$

for any $a, b \in \mathbb{Z}$. That is, the fraction $\frac{22}{7}$ is closer to π than any other rational number whose denominator b is such that $1 \le b \le 7$. A natural question now is what happens when the denominator b of $\frac{a}{b}$ is greater than 7. In that case we choose the next convergent of π, i.e., $\frac{333}{106}$ and now this is a better approximation of π than $\frac{22}{7}$ as now it is closer to any other rational number whose denominator b is such that $1 \le b \le 106$. From here we can understand that as we go searching for more convergents we end up with better approximations of π. For other irrational numbers too, the same idea can be applied to approximate them.

Another interesting theorem is the Dirichlet approximation theorem. The theorem is as follows:

Theorem 3. *(Dirichlet approximation theorem). Let $x \in \mathbb{R}$ and let Q be a real number exceeding 1. Then there exist integers p and q with $1 \leq q < Q$ and $(p,\ q)$ = 1 such that*

$$|qx - p| \leq \frac{1}{Q}.$$

Proof. This proof is a beautiful application of the box theorem or the pigeonhole principle. Write N = [Q], and consider the N + 1 real numbers

$$0, 1, \{x\}, \{2\}, \cdots, \{(N-1)x\},$$

where {x} is the fractional part of x. These N + 1 real numbers all lie in the interval [0, 1]. But if we divide this unit interval into N disjoint intervals of length 1/N, it follows that there must be two numbers from the above set which necessarily lie in the same interval. The difference between these two real numbers has the form $qx - p$ where p and q are integers such that $1 < q < N$ Thus we deduce that there exist integers p and q with $1 \leq q < Q$ such that $|qx - p| \leq \frac{1}{Q}$. The reason (p, q) = 1, is because we want $\frac{p}{q}$ in lowest terms. Otherwise, the coprimality can be seen if we divide both sides of the inequality by (p, q).

Corollary. For any irrational number x, there exist infinitely many pairs of integers p, q for which

$$\left|x - \frac{p}{q}\right| \leq \frac{1}{q^2}.$$

From the above corollary, we can see that if we want to approximate an irrational number with the help of a rational number within a distance of $\frac{1}{100}$, then we have to make sure that the convergent we are choosing should not have a denominator greater than 10.

As one can observe, the continued fraction expansion of π is infinite. A natural question that comes to our mind is whether this will happen for all irrational numbers! The answer is indeed true. Another question that might come to our mind is whether the continued fraction expansion of rational numbers is finite! The situation in this case is that, in case of rational numbers the continued fraction expansion is finite. Which brings us to the following theorem:

Theorem 4. *A real number is rational if and only if the continued fraction expansion associated with it is finite and, a real number is an irrational number if and only if the continued fraction expansion associated with it is infinite.*

The case of an irrational number is π. Let us now understand what happens in the case of a rational number with the help of an example.

Example. Let us choose the rational number $\frac{15}{7}$. Now we can write

$$\frac{15}{7} = 2 + \frac{1}{7}.$$

This will happen with all the rational numbers. Now, as the example shows that all the rational numbers have a finite convergent, it is very easy to understand them because we can study the properties of all the convergents and understand their behaviour with the help of all the convergents. Unlike rational numbers, we cannot write all the convergents of irrational numbers. So, we can only understand them by getting close to them and the best possible way to do it is by taking the help of rational numbers whose properties are easier to understand.

The reader should now be in a better position to realise the importance of Diophantine approximation. It is advised to the reader take a look at the proofs of the theorems and the corollary which are not proved here. The reader is also advised to look at few more examples like e, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (The golden ratio), etc to understand the beauty of this topic. This will lead to various irrational numbers whose approximation is yet to done to a great extent.

"In a way, mathematics is the only infinite human activity. It is conceivable that humanity could eventually learn everything in physics or biology. But humanity certainly won't ever be able to find out everything in mathematics, because the subject is infinite. Numbers themselves are infinite. That's why mathematics is really my only interest."

– **Paul Erdős**

24th R. C. Gupta Endowment Lecture(webinar)-2020:

Think and grow Rich: In a Mathematical Way

Dr. Mukunda Rajbongshi

Introduction:

What is thought?

"Thought is action in rehearsal" – Sigmund Freud

"We are what we think. All that we are arises with our thoughts. With our thoughts, we make the world" – Lord Buddha

The theory of relativity is regarded as the pinnacle of mathematical elegance. Einstein's Special theory of Relativity published in 1905 was the bolt from the blue to many renowned scientists and mathematicians as it was a radical rethinking in physics and mathematics. Einstein's theory of gravity has been invoked as a successful example of achieving unattainable goals throughout the history of thinking. Einstein's Special theory of relativity as well as the General theory of relativity initialized two revolutionary trends of thought which are regarded as the two intellectual monuments of 20th century mathematics and physics. Because, gravity is the manifestation of curved space-time; so all the familiar axioms of Euclidean geometry cease to be valid on curved space, for instance that of Parallel line and triangles on spheres have to be rethought.

What is Mathematics?

• Russel says– "Mathematics may be defined as the subject in which we never know what we are talking about, nor what we are saying is true."

• R. Courant and H. Robbins in their book 'What is Mathematics' said that "Formal mathematics is like spelling and grammar – a matter of the correct application of logical rules. Meaningful mathematics is like journalism – it tells an interesting story."

Plato identified Mathematics with the highest idea of civilization and claimed that Mathematics is one of the finest flowering of human spirit, a cathedral of enduring knowledge, built piece by piece over the ages.

Brief history

19th Century Mathematics:

The development of Mathematics in the 19th century grew in two different directions. It transformed the tools of Calculus into system of analysis from which powerful theories of Mathematical Physics are born; ultimately these theories led to quantum mechanics and the theory of relativity.

Another great achievement of 19th century mathematics was the discovery that Euclidean geometry was not the only possible geometry. It was Carl Friedrich Gauss who discovered and established 'Non-Euclidean Geometry' by challenging that the crucial 5th (or Parallel) Postulate in Euclidean system need not be true in every geometry. The major achievements of 19th Century Mathematics illustrate the symbiosis between pure and applied Mathematics. Purely abstract consideration of non-Euclidean geometry led to models essentials for relativity theory. Other important contributions are Group theory, Boolean Algebra and Algebra of Matrices.

20th Century Mathematics:

One major influence on 20th Century mathematics was Cantor's inventions of Set theory. Many long standing problems of moving objects could be solved. Another important hallmark of 20th century is the concept of modern Algebra. The Common Structure of matrices, groups and sets led to the subject known as modern or abstract algebra. Lynn Arthur Steen says, "These three disciplines algebra, analysis and topology – represent the common culture of modern mathematician. So one can consider himself truly literate in mathematics, if he can read mathematics as written in the language of algebra, analysis and topology."

This 20th century may also be called 'the era of unification', where borders are crossed over, techniques have been moved from one field into the other and things have been moved from one field into the other and things have become hybridized to an enormous extent.

One such hybrid branch of science is Nanotechnology, which includes Physics, Chemistry, Electronics Computer Science, Biotechnology, and information technology. Nanotechnology is a broad and interdisciplinary area of research and development (R&D) which is growing very fast worldwide.

Scientists have built a molecular machine that can move objects millions of times larger than itself. The machine is 80,000 times smaller than that of width of a human hair. The nanomachine could control the movement of drugs around the body so that may reach exact point where it is needed. Due to the advent of nanotechnology, we are now in position to measure molecules and cells.

21st Century Mathematics:

The 21st century is the Century of revolution. The Digital Revolution which is the output of human thought. We can term it as the 4th Industrial Revolution. The fourth Industrial Revolution Charactered by the fusion of technologies blurring lines intersect the physical, digital, and biological spheres, and is collectively referred to as a cyber-physical system. This new revolution opens multiple challenges like robotics, artificial intelligence, data science, business informatics, nano-technology, quantum computing, biotechnology, the internet of things, 5G and 3D printing, etc. Due to this digital revolution, a paradigm shift is noticed to outdate our present job-system.

By the end of 2021, the scientific world will have a computer which can perform 10 lakh crore calculations per second, which will be equivalent to human brain. And by 2029, the world will have a modern computer which will be equivalent to 10 thousands human brains and will perform like efficiently. So, Ray Karzwell proclaimed that in future, i.e. by 2045, the neuroscientists would be able to construct Robot with artificial intelligence (AI) which will work more efficiently than human and would set aside the mankind.

Some Applications:

Geometry in Neurophysiology:

Geometry is about space. Geometry helps to bring together both sides of human brain. In other words, not just be a left brain thinker, but also a right brain thinker. Inspite of going in details, we shall discuss in a nutshell, the function of vision of the brain.

Our brains have been constructed in such a way that they are extremely concerned with vision. Vision uses up something like 80 or 90 percent of the cortex of the brain. There are about 17 different centers in the brain each of which is specialized in a different part of the process of vision, some parts are concerned with vertical, some parts are with horizontal, some parts are with colour or perspective, and finally some parts with meaning and interpretation. Understanding and making sense of, the world that we see, is a very important part of our evolution. Therefore, spatial intuition or spatial perception is an enormously powerful tool and that is why geometry is actually such a powerful part of mathematics.

OR and mathematical Economics:

Operation Research is concerned with maximization or minimization of some objective function representing some profits or losses subject to some limitations of resources. Many of the optimization problems of OR fall within the scope of 'finite' on 'discrete' mathematics.

Main Aim of OR – Objective is to reduce decisions to a math model and identify one more Optimal Solutions. OR is concerned with determining the maximization (of Profit, perform, or yield) or minimization (of loss, risk, or cost) of objects.

What is Game theory?

Game theory is the study of the ways in which interacting choices of economic agents produced outcomes in question might have been intended by none of this agents. More loosely, we can say that, game theory is the process of modeling the strategic interaction between two or more players in a situation containing set of rules and outcomes. While used in a number of disciplines, game theory is the most notably used as a tool within the study of economics. The applications of game theory in economics can be a valuable tool to aide in the fundamental analysis of industries, sectors & any strategic interaction between two or more firms.

One of the pioneers of Game theory and also one of the greatest mathematicians of the twentieth century, John Von Neumann along with Oskar Morgenstern published the book 'Theory of Games & Economic Behaviour' (1944), which is considered the groundbreaking text that created the interdisciplinary research field of game theory.

Theory of Games is one of the important subjects in Modern Economics and very useful in analysis of strategic choices. Apart from economics, game theory enters in different fields like Evolutionary Biology, Sociology, Political Science, etc. Here, I would like to mention some of the Nobel Laureates who received in Mathematical Programming (OR) or in Game theory. They are Paul A. Samuelson (1970), S. Kuznets (1971), W. Leontief (1973), John Nash & Others (1994), Robert Aumann & Thomas Schelling (2005), Alvin Roth & Lloyd Shapley (2012).

In the context of Game theory, a well-known game named 'Prisoner's Dilemma' is a standard example of a game that shows why two completely rational individuals might not cooperate even if it appears that it is in their best interest to do so. Thus we can say, it is a paradox in decision analysis in which two individuals acting in the own self-interest's do not produce the optimal outcome.

Summary:

During the Last decade, a research on Upanishad's vāni – "Yad Bhāvam, Tad Bhavati" – You are, what you think, went on at the University of Wisconsin, USA. Similarly, Mathematician Descartes remarked – "Cogito ergo Sum", i.e. "I think, therefore I exist." There is a saying on Descartes' invention of Cartesian Co-ordinate Geometry: Once he saw a spider on a ceiling while he was lying down on a bed. He wanted to find out the location of the spider, which led him to discover Co-ordinate Geometry. This is one of the finest flowering of thought.

It is not how great one's thought is, but how great he wants to think. This is the moot point of the talk – "Think and Grow rich or enlighten". The Purpose of this talk is a humble demonstration – How to flourish one's critical abilities in order to enable him to appreciate the excellence of a work.

(This article has been edited for language, clarity and authenticity.)

A Taste of Analytic Number Theory, Part III[1]

Ayan Nath

HS Student, Kaliabor College

Abstract. These series of articles (three in total) are aimed at olympiad contestants, focuses on solving olympiad Number Theory problems using analytic techniques and making contestants familiar with common techniques and results in this topic. We started with the Prime Number Theorem, giving an elementary proof of the weak version and establishing a few well known estimates for the two Chebyshev functions. We also showed Mertens' first theorem on the fly and discussed Mertens' second theorem, asymptotic density and equidistribution theorem. In this concluding part we will present some problems.

7. Problems

All the problems below don't necessarily use the theory discussed in this series of articles. Many of the following problems are hard so don't get demotivated.

7.1. Exercises

If you are experienced then you may skip this section.

Exercise 7.1. Let A be a set of positive integers with positive asymptotic density. Prove that sum of reciprocals of elements of A is divergent.

Exercise 7.2. If the density of $A \subset \mathbb{N}$ and $B \subset \mathbb{N}$ is zero then prove that density of $A \cup B$ is zero.

Exercise 7.3. You are given a string of base-10 digits. Prove that you can append some finite number of digits so that the resultant number becomes a power of 2.

Exercise 7.4. Define $\omega(n)$ to be the number of distinct prime divisors of n. Prove that

$$\sum_{n \leq x} \omega(n) = x \log\log x + \mathcal{O}(x).$$

[1] **Editor's Note:** Part I (in Volume 67) contained section 1 and Part II (in Volume 68) contained sections 2 through 6.

Exercise 7.5. Prove that
$$\prod_p \left(1 - \frac{1}{p}\right) = 0,$$
where the product is over all primes p.

Exercise 7.6. Let $r_2(n)$ be the number of ways n can be written as a sum of two perfect squares. Prove that
$$\lim_{n\to\infty} \frac{r_2(1) + r_2(2) + \cdots + r_2(n)}{n} = \pi.$$

Exercise 7.7 (Mathotsav)**.** We say that a positive integer t is good if the density of positive integers n such that $n^2 + t$ is square-free is at least 0.99.

(a) Prove that the density of square free numbers is $\frac{6}{\pi^2}$.

(b) Prove that infinitely many natural numbers are good.

(c) Prove that there exists a positive constant c and a natural number N, such that for all $n > N$, the number of natural numbers less than n which are good is at least cn.

7.2. Easy

Problem 7.1 (Iranian Our MO 2020)**.** Consider two sequences $x_n = an + b$, $y_n = cn + d$ where a, b, c, d are natural numbers and $\gcd(a, b) = \gcd(c, d) = 1$, prove that there exist infinite n such that x_n, y_n are both square-free.

Problem 7.2 (Iran 3rd round 2010/8)**.** Prove that there are infinitely many natural numbers of the form $n^2 + 1$ such that they don't have any divisor of the form $k^2 + 1$ except 1 and themselves.

Problem 7.3 (China TST 2005)**.** Prove that for any n ($n \geq 2$) pairwise distinct fractions in the interval $(0, 1)$, the sum of their denominators is no less than $\dfrac{1}{3}n^{\frac{3}{2}}$.

Problem 7.4 (China TST 2004)**.** Let u be a fixed positive integer. Prove that the equation $n! = u^\alpha - u^\beta$ has a finite number of solutions (n, α, β).

Problem 7.5 (IMO Shortlist 2011/A2)**.** Determine all sequences $(x_1, x_2, \ldots, x_{2011})$ of positive integers, such that for every positive integer n there exists an integer a with
$$\sum_{j=1}^{2011} j x_j^n = a^{n+1} + 1.$$

Problem 7.6 (China TST 2010, Miklos Schweitzer, Paul Erdos)**.** Given positive integers n and k such that $n \geq 9^k$, prove that $\binom{n}{k}$ has at least k different prime divisors.

Problem 7.7 (IMO ShortList 2003/N4)**.** Let b be an integer greater than 5. For each positive integer n, consider the number

$$x_n = \underbrace{11\cdots1}_{n-1}\underbrace{22\cdots2}_{n}5,$$

written in base b.

Prove that the following condition holds if and only if $b = 10$: there exists a positive integer M such that for any integer n greater than M, the number x_n is a perfect square.

Problem 7.8 (Vesselin Dmitrov)**.** Prove that the set of positive integers n such that

$$\tfrac{1}{2}n(n+1)(n+2)(n^2+1)$$

is square free has positive density.

Problem 7.9 (Miklos Schweitzer)**.** Prove that the set of positive integers n such that $\tau(n) \mid n$ has density 0.

7.3. Medium

Problem 7.10 (ARMO 2012 Grade 11 Day 2)**.** For a positive integer n define

$$S_n = 1! + 2! + \ldots + n!.$$

Prove that there exists an integer n such that S_n has a prime divisor greater than 10^{2012}.

Problem 7.11 (AoPS)**.** Prove that $n! = m^3+8$ has only finitely many solutions in positive integers.

Problem 7.12 (China TST 2 Day 1 P1)**.** Let n be a positive integer. Let D_n be the set of all divisors of n and let $f(n)$ denote the smallest natural m such that the elements of D_n are pairwise distinct in mod m. Show that there exists a natural N such that for all $n \geq N$, one has $f(n) \leq n^{0.01}$.

Problem 7.13 (Paul Erdos, Miklos Schweitzer)**.** Let $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$ be a sequence of positive integers such that $a_i - a_j \mid a_i$ for all $i \leq j$. Prove that there is a positive constant c such that for any such sequence of length n, $a_1 > n^{cn}$.

Problem 7.14. (Tuymaada 2011, Senior Level) Let $P(n)$ be a quadratic trinomial with integer coefficients. For each positive integer n, the number $P(n)$ has a proper divisor d_n, i.e., $1 < d_n < P(n)$, such that the sequence $d_1, d_2, d_3, \ldots$ is increasing. Prove that either $P(n)$ is the product of two linear polynomials with integer coefficients or all the values of $P(n)$, for positive integers n, are divisible by the same integer $m > 1$.

Problem 7.15. (Turkey TST 2015/6) Prove that there are infinitely many positive integers n such that $(n!)^{n+2015}$ divides $(n^2)!$.

Problem 7.16 (China TST 2015)**.** Let $a_1, a_2, a_3, \ldots$ be distinct positive integers, and $0 < c < \frac{3}{2}$. Prove that: There exist infinitely many positive integers k, such that $\operatorname{lcm}(a_k, a_{k+1}) > ck$.

Remark 7.1. The bound cannot be improved to $\operatorname{lcm}(a_k, a_{k+1}) > k^{1+\delta}$ for some $\delta > 0$.

Problem 7.17 (USA TSTST 2017/6)**.** A sequence of positive integers $(a_n)_{n\geq 1}$ is of Fibonacci type if it satisfies the recursive relation $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ for all $n \geq 1$. Is it possible to partition the set of positive integers into an infinite number of Fibonacci type sequences?

Problem 7.18 (Tuymaada 2007/8)**.** Prove that there exists a positive c such that for every positive integer N among any N positive integers not exceeding $2N$ there are two numbers whose greatest common divisor is greater than cN. (Bonus: Strengthen the bound.)

7.4. Hard

Problem 7.19 (IMO 2015/N6)**.** Let $\mathbb{Z}_{>0}$ denote the set of positive integers. Consider a function $f : \mathbb{Z}_{>0} \to \mathbb{Z}_{>0}$. For any $m, n \in \mathbb{Z}_{>0}$ we write $f^n(m) = \underbrace{f(f(\ldots f}_{n}(m)\ldots))$. Suppose that f has the following two properties:

(i) if $m, n \in \mathbb{Z}_{>0}$, then $\frac{f^n(m)-m}{n} \in \mathbb{Z}_{>0}$;
(ii) The set $\mathbb{Z}_{>0} \setminus \{f(n) \mid n \in \mathbb{Z}_{>0}\}$ is finite.

Prove that the sequence $f(1) - 1, f(2) - 2, f(3) - 3, \ldots$ is periodic.

Problem 7.20 (China TST 2018 Day 2 Q2)**.** Given a positive integer k, call n good if among

$$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \ldots, \binom{n}{n}$$

at least $0.99n$ of them are divisible by k. Show that exists some positive integer N such that among $1, 2, \ldots, N$, there are at least $0.99N$ good numbers.

Problem 7.21 (Paul Erdos)**.** For any $\delta > 0$ prove that there are at least $(\frac{2}{3} - \delta)\dfrac{n}{\log_2 n}$ primes between n and $2n$ for sufficiently large n. (Using the full power of PNT would be cheating.)

Problem 7.22 (XIII Brazilian Olympic Revenge 2014)**.** Let $a > 1$ be a positive integer and $f \in \mathbb{Z}[x]$ with positive leading coefficient. Let S be the set of integers n such that

$$n \mid a^{f(n)} - 1.$$

Prove that S has density 0; that is, prove that $\lim_{n\to\infty} \dfrac{|S \cap \{1, \ldots, n\}|}{n} = 0$.

Problem 7.23 (PRIMES 2020 M5)**.** We say an integer $n \geq 2$ is chaotic if for any monic nonconstant polynomial $f(x)$ with positive integer coefficients, the set

$$\{f(1), f(2), \ldots, f(n)\}$$

contains fewer than $10^{\deg f} \cdot \dfrac{n}{\log n}$ prime numbers. Are there finitely many chaotic integers?

Remark 7.2. There is a theorem by Nagell & Heilbronn which says that for any $f \in \mathbb{Z}[x]$, the number of primes in $\{|f(1)|, |f(2)|, \dots, |f(n)|\}$ is $\mathcal{O}(n/\log n)$ but unfortunately the proof is beyond the scope of Olympiad Mathematics.

Problem 7.24 (Marius Cavachi, AMM)**.** Let a and b be integers greater than 1 such that $a^n - 1 \mid b^n - 1$ for every positive integer n. Prove that b is a natural power of a.

Remark 7.3. You can relax the condition to "for infinitely many positive integers n" instead of "for every positive integer n" and the problem would still hold. However the proof of this is non-elementary.

Problem 7.25 (Fedor Petrov)**.** Does there exist $c > 0$ such that among any n positive integers one may find 3 with least common multiple at least cn^3?

8. Solutions to selected examples

8.1. Example 1.12

Let's suppose we want $g(n) = k$. Choose a large enough natural t such that $2^t < q < 2^t(1+\varepsilon)$ where q is a prime. Note that $n = q^{2k}2^{2kt}$ works because all such k divisors are of the form $q^{k+i}2^{t(k-i)}$ for $i = 1, 2, \dots, k$. No other divisor works because for any fixed power of q we can have only one power of 2 which may work.

8.2. Example 1.15 (EMMO 2016 Sr, Anant Mudgal)

Part (b) is easy so we only solve part (a). Assume the contrary that all sufficiently large indices are divisor friendly. We have that

$$a_n \nmid \operatorname{lcm}(a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$$

for all $n > K$, say. Observe that there must exist some sequence of primes q_n such that if $b_n = q_n^{\nu_{q_n}(a_n)}$ for $n > K$ then q_n divides none of the preceding terms a_i for $i > K$. See that all the b_n's must be distinct. Obviously $b_1, b_2, \dots, b_n \le 9000n$ and b_i are distinct prime powers. Number of prime powers at most $9000n$ is less than

$$\begin{aligned}
S = \sum_{p \le 9000n} \log_p 9000n &= \log 9000n \sum_{p \le 9000n} \frac{1}{\log p} \\
&\le \log 9000n \left(\sum_{p < \sqrt{9000n}} \frac{1}{\log p} + \sum_{\sqrt{9000n} \le p \le 9000n} \frac{1}{\log p} \right) \\
&\le \log 9000n \left(\frac{\sqrt{9000n}}{\log 2} + \frac{1}{\log \sqrt{9000n}} \cdot \left(\pi(9000n) - \pi(\sqrt{9000n})\right) \right) \\
&= \log 9000n \left(\frac{\sqrt{9000n}}{\log 2} + \frac{1}{\log \sqrt{9000n}} \cdot \mathcal{O}\left(\frac{n}{\log n}\right) \right) \\
&= \log 9000n \cdot \mathcal{O}\left(\frac{n}{\log^2 n}\right) = \mathcal{O}\left(\frac{n}{\log n}\right),
\end{aligned}$$

in the last second step we used PNT. This is a contradiction for large enough n since there are n distinct prime powers at most $9000n$, namely $b_1, b_2, \ldots, b_n$. And we are done.

8.3. Example 5.3 (Canada MO 2020/4)

Consider $(9999n+4999)^2$ and $(9999n+5000)^2$, verify that their difference is divisible by 9999, call a pair of such perfect squares good. Fix some large N. Check that the number of such pairs less than N is bounded below by $c\sqrt{N}$ for some constant $c > 0$. All perfect powers between such a pair must be odd perfect powers. Number of odd perfect powers a^b less than N is at most

$$S = N^{1/3} + N^{1/5} + N^{1/7} + \cdots ,$$

where the number of summands is at most $\log_2 N$ as $a \geq 2$ except for the trivial perfect power 1. Therefore $S = \mathcal{O}(N^{1/3} \log N)$, which is less than $c\sqrt{N}$ for all large N. Thus there exists infinitely many good pairs.

8.4. Example 5.6 (Iran 3rd round 2011)

(Solution by `Superguy`) We are going to prove the bound $q_n \leq 35^n$ for part (a). Let's assume for the sake of contradiction that there exists n such that $q_n > 35^n$, here suppose n is minimal.Then suppose r is the minimal index such that $q_n \mid a_r$ then $r > 35^{\frac{2}{3}n}(\clubsuit)$. So all of $\{a_1, a_2, \ldots, a_{r-1}\}$ have prime factors in set $\{q_1, q_2, \ldots, q_{n-1}\}$. Call this set of primes as P. We clearly have

$$\sum_{k=1}^{r-1} \frac{1}{a_k^{\frac{1}{3}}} \geq \sum_{k=1}^{r-1} \frac{1}{\sqrt{k}}. \tag{1}$$

Clearly RHS in (1) is greater than $2\sqrt{r}-2$ which can be shown using easy integration or induction. Consider the following claim.

Claim.

$$\sum_{k=1}^{r-1} \frac{1}{a_k^{\frac{1}{3}}} \leq \prod_{p\in P} \Big[\sum_{m\geq 0} p^{-\frac{1}{3}m}\Big] \leq 5(3.27)^{n-2},$$

where $|P| = n-1$.

Proof. Note that all of a_k are of the form $q_1^{k_1} \cdot q_2^{k_2} \cdots q_{n-1}^{k_{n-1}}$ where all k_i are non-negative which gives the left side inequality. For right side we have that the sum$\sum_{m\geq 0} p^{-\frac{1}{3}m}$ is maximum for $p = 2$ and next greatest value is achieved by $p = 3$ and the value of the sum for $p = 2$ is less than 5 and for $p = 3$ the sum would be less than 3.27 Now observe

$$\prod_{p\in P} \Big[\sum_{m\geq 0} p^{-\frac{1}{3}m}\Big] \leq 5(3.27)^{n-2}.$$

So we get the claim. $\square$

Now by our claim, (1),($\clubsuit$) and the fact that

$$\ln(2 \cdot 35^{\frac{n}{3}}) < \ln(2 \cdot 35^{\frac{n}{3}} - 2) + 1 \text{ for all natural } n,$$

we get that we should have

$$\ln(2) - 1 + \frac{n \cdot \ln(35)}{3} - \ln(5) - (n-2)(\ln(3.27)) < 0. \tag{2}$$

Now we are going to prove the opposite inequality. Taking the function in LHS as $f(n)$ we get that $f(n)$ is increasing. Hence we just need to check for $n = 1$ which we get that $f(1) > 0$. Thus we have proved the opposite inequality and thus the contradiction for our initial assumption. For part (b) exact similar process can give a nice bound of some $q_n < 300^n$. ■

8.5. Example 5.7 (IMO 2008/3 improved)

Define

$$f(N) = \prod_{n \leq N} (n^2 + 1).$$

Let us assume that the largest prime divisor of $f(N)$ is t. Let $f(N) = \prod_p p^{\alpha_p}$ be the prime factorisation of $f(N)$, each prime $p > N$ can divide $n^2 + 1$ for at most two different values of n, and so $\alpha_p \leq 2$ in this case. See that $\alpha_2 = \lfloor N/2 \rfloor$. For $p \leq x$, if $p \mid n^2 + 1$, then $n^2 \equiv -1 \bmod p$ which has solutions if and only if $p \equiv 1 \pmod 4$, and in that case there will be at most $2\lceil N/p \rceil$ values of n for which $p \mid n^2 + 1$. Similarly, if $p^k \mid n^2 + 1$, then $n^2 \equiv -1 \bmod p^k$, and there are at most 2 solutions to this congruence and hence at most $2\lceil N/p^k \rceil$ values of n for which $p^k \mid n^2 + 1$. Combining, we find that for $p \leq N$ and $p \equiv 1 \pmod 4$

$$\alpha_p \leq 2\left\lceil \frac{N}{p} \right\rceil + 2\left\lceil \frac{N}{p^2} \right\rceil + 2\left\lceil \frac{N}{p^3} \right\rceil + \cdots + 2\left\lceil \frac{N}{p^k} \right\rceil,$$

where $k = \lceil \log_p N \rceil$. This gives that

$$\alpha_p \leq \frac{2N}{p-1} + 2\left(\log_p N + 1\right),$$

since $1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \cdots + \frac{1}{p^k} \leq \frac{1}{1 - 1/p}$. Thus,

$$f(N) \leq 2^{N/2} \prod_{\substack{p \leq N \\ p \equiv 1 \pmod 4}} p^{\frac{2N}{p-1} + 2\log_p(N) + 2} \prod_{\substack{N < p \leq t \\ p \equiv 1 \pmod 4}} p^2,$$

and so,

$$f(N) \leq 2^{N/2} \prod_{\substack{p \leq N \\ p \equiv 1 \pmod 4}} N^2 \prod_{\substack{p \leq N \\ p \equiv 1 \pmod 4}} p^{\frac{2N}{p-1}} \prod_{\substack{p \leq t \\ p \equiv 1 \pmod 4}} p^2.$$

Taking the logarithm

$$\log f(N) \leq 2\log N \sum_{\substack{p \leq N \\ p \equiv 1 \pmod 4}} 1 + 2N \sum_{\substack{p \leq N \\ p \equiv 1 \pmod 4}} \frac{\log p}{p-1} + \sum_{\substack{p \leq t \\ p \equiv 1 \pmod 4}} \log p + \frac{N}{2} \log 2.$$

By PNT for AP and with some computations we can see that the RHS is asymptotic to $N \log N + t$. Notice that

$$f(N) \geq \prod_{n \leq N} n^2 = (N!)^2 = N^{2N} + \mathcal{O}(N),$$

combining, we get that

$$2N \log N + \mathcal{O}(N) \leq \log f(N) \leq N \log N + t + o(N \log N),$$

now if $t \leq (1-\varepsilon)N \log N$ for all large N then the above is false for sufficiently large N, which is what we wanted.

8.6. Example 5.10 (STEMS 2020 B3/C5, Arka Karmakar)

Clearly $b \neq 1$. Note that the leading coefficient of f must be positive and $f \in \mathbb{Q}[x]$. For now assume that f is non-constant. Consider the following claims.

Claim 1. For $n, i \in \mathbb{N}$ let $f(a^n + a^i) = b^{t(n,i)} + b^{m(n,i)}$ where $t(n,i) \geq m(n,i)$. And let $i_1, i_2, i_3, \ldots, i_k \in \mathbb{N}$, then it follows that $t(n, i_1) = t(n, i_2) = \ldots = t(n, i_k)$ for all large n.

Proof. Let $i > j$ be two positive integers. It is obvious that $t(n,i) \geq t(n,j)$ for all large n. Observe that

$$\begin{aligned}
1 = \lim_{n\to\infty} \frac{f(a^n + a^i)}{f(a^n + a^j)} &= \lim_{n\to\infty} \frac{b^{t(n,i)} + b^{m(n,i)}}{b^{t(n,j)} + b^{m(n,j)}} \\
&= \lim_{n\to\infty} \frac{1 + b^{m(n,i)-t(n,i)}}{b^{t(n,j)-t(n,i)} + b^{m(n,j)-t(n,i)}} \\
&\geq \lim_{n\to\infty} \frac{1}{b^{-(t(n,i)-t(n,j))} + b^{-(t(n,i)-m(n,j))}} \\
&\geq \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2b^{-(t(n,i)-t(n,j))}} \\
&= \frac{1}{2} \lim_{n\to\infty} b^{t(n,i)-t(n,j)}.
\end{aligned}$$

If $b > 2$ we get $t(n,i) = t(n,j)$ for all sufficiently large n. So let $b = 2$ then either $t(n,i) = t(n,j)$ for all sufficiently large n or $t(n,i) = t(n,j) + 1$ for all sufficiently large n. We assume the later. Then note that,

$$1 = \lim_{n\to\infty} \frac{b^{t(n,i)} + b^{m(n,i)}}{b^{t(n,j)} + b^{m(n,j)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2 + 2^{m(n,i)-t(n,j)}}{1 + 2^{m(n,j)-t(n,j)}} \geq \lim_{n\to\infty} \frac{2}{1 + 2^{m(n,j)-t(n,j)}},$$

which implies that $m(n,j) = t(n,j)$ for all large n. Let $i > j > 1$. Hence we obtain

$$\begin{aligned}
f(a^n + a^i) &= 2^{t(n,j)+1} + 2^{m(n,i)}, \\
f(a^n + a^j) &= 2^{t(n,j)+1}, \\
f(a^n + a) &= 2^{t(n,1)} + 2^{m(n,1)},
\end{aligned}$$

for all large n.. Now we must have $t(n,1) = t(n,j)$. Again using the same reasoning as above we will get $m(n,1) = t(n,1)$ which will mean $f(a^n + a^j) = f(a^n + a)$ for all large n. Contradiction! Hence the claim. $\square$

Let us introduce some notation: Let $i \in \mathbb{N}$ and define t_n and $A(n,i)$ such that

$$f(a^n + a^i) = b^{t_n} + b^{A(n,i)},$$

for all large n (here we are using the previous claim, and t_n is independent of i for small i). Let $f(x) = x^d(xg(x) + c)$ where $c \neq 0$ and $g \in \mathbb{Q}[x]$.

Claim 2. Let p be a prime such that $p \mid b$ then $p \mid a$.

Proof. Assume that $\gcd(a,b) = 1$. Let r be some positive integer. Notice that $a^{c_1\phi(b^r)+d_1} + a^{c_2\phi(b^r)+d_2} \equiv a^{d_1} + a^{d_2} \pmod{b^r}$. Therefore if we take $c_1, c_2 \to \infty$ then using the previous claim, we get $b^r \mid f(a^{c_1\phi(b^r)+d_1} + a^{c_2\phi(b^r)+d_2}) \implies b^r \mid f(a^{d_1} + a^{d_2})$. Now taking r to be sufficiently large we get $f(a^{d_1} + a^{d_2})$, which means that $f \equiv 0$, this is a contradiction to our assumption that f is non-constant. $\square$

Claim 3. Let $N \in \mathbb{N}$ be a constant. Then it follows that $\{A(n,i)\}_{i=1}^{N}$ forms an A.P. for large enough n and a is a power of b.

Proof. Let $p \mid \gcd(a,b)$ be a prime. Now consider

$$(a^n + a^i)^d((a^n + a^i)g(a^n + a^i) + c) = b^{t_n} + b^{A(n,i)}.$$

Taking ν_p of both sides and $n \to \infty$,

$$di\nu_p(a) + \nu_p(c) = A(n,i)\nu_p(b) \implies A(n,i) = \frac{id\nu_p(a) + \nu_p(c)}{\nu_p(b)}.$$

Hence the claim. Notice that the above also gives us that $\nu_p(b)(A(n,i+1) - A(n,i)) = d\nu_p(a)$, which means both a and b have the same set of prime divisors. Now if a prime q divides both a and b then by the same reasoning we have that

$$A(n,i) = \frac{id\nu_q(a) + \nu_q(c)}{\nu_q(b)} = \frac{id\nu_p(a) + \nu_p(c)}{\nu_p(b)},$$

taking $i = 1, 2$ we get that

$$\frac{\nu_q(a)}{\nu_q(b)} = \frac{\nu_p(a)}{\nu_p(b)} \implies a = b^r,$$

for some $r \in \mathbb{N}$. $\square$

Finishing the problem is easy using the above claim.

9. Acknowledgements

I am very thankful to `Superguy`[2] for valuable suggestions and for being a problem resource.

[2] AoPS user : https://artofproblemsolving.com/community/user/388865

5 Problems 1 Solution : Square of an integer cannot be of $3k + 2$ type

Pankaj Agarwal

E-mail: pamathsfac@gmail.com

Under the title '5 Problems 1 Solution', I intend to discuss 5 problems, which can be solved using the same concept. I intend to keep the concept basic. In this particular article, the concept we will be using is as follows:

If n is any integer, then either n or $n^2 - 1$ is a multiple of 3. This can also be considered as "the square of any integer cannot be of $3k + 2$ type for any integer k". The interesting part is that how such a simple concept can be used to solve various type of Mathematics Olympiad problems.

Problem 1. Find all prime numbers p such that $p^2 + 2007p - 1$ is prime as well.

(Berkeley Math circle - 2008)

Solution: If $p \neq 3$, then p is not a multiple of 3 (since p is prime). Then $p^2 - 1$ is a multiple of 3. So, $(p^2 - 1) + 2007p$ is a multiple of 3 (as $2007 = 3 \times 3 \times 223$) and hence $p^2 + 2007p - 1$ cannot be prime. Also, if $p = 3$, then $p^2 + 2007p - 1 = 9 + 6021 - 1 = 6029$, which is a prime.

Problem 2. How many primes p are there such that $2p^4 - 7p^2 + 1$ is equal to the square of an integer?

(Turkey National Olympiad, 2001 - Round 1)

Solution: If $p \neq 3$, then p is not a multiple of 3 (as p is prime). Then $p^2 - 1$ and $p^4 - 1$ are both multiples of 3. So,

$$\begin{aligned} 2p^4 - 7p^2 + 1 &= 2(p^4 - 1) - 7(p^2 - 1) + 1 + 2 - 7 \\ &= [2(p^4 - 1) - 7(p^2 - 1) - 6] + 2 \\ &= (a\ multiple\ of\ 3) + 2. \end{aligned}$$

But the square of any integer cannot be of $3k+2$ type. So, $p \neq 3$ is impossible. Hence, $p = 3$ is the only possibility.

Problem 3. If p and p^2+2 are prime numbers, then find the number of prime divisor of p^3+3.

(Turkey National Olympiad, 2006 - Round 1)

Solution: If $p \neq 3$, then p is not a multiple of 3 (since p is prime) and hence p^2-1 is a multiple of 3. So, $p^2+2 = (p^2-1)+3$ is a multiple of 3. But p^2+2 is prime. So, $p \neq 3$ is not possible. So, $p = 3$ is the only possibility, and hence $p^3+3 = 30 = 2 \times 3 \times 5$, which has 3 prime divisors 2, 3 and 5.

Problem 4. Show that the equation $x^2 - 3y^2 = 17$ has no integral solutions.

(Berkeley Math circle)

Solution: As 17 is not a multiple of 3, so x is not a multiple of 3. Therefore, x^2-1 is a multiple of 3. Hence, the equation $(x^2-1) - 3y^2 = 16$ is not possible as LHS is a multiple of 3 and RHS is not a multiple of 3.

Problem 5. Can 2004^{2005} be written as the sum of two perfect squares?

(Italy, 2004)

Solution: If possible, suppose that $2004^{2005} = a_0^2 + b_0^2$, where a_0 and b_0 are integers.

But, 2004^{2005} is a multiple of 3. So, a_0 and b_0 must both be multiples of 3. Put $a_0 = 3a_1$, and $b_0 = 3b_1$. Then we get, $2004^{2003} \cdot 668 = a_1^2 + b_1^2$.

Using the same logic, we see that both a_1 and b_1 are multiples of 3. So, taking $a_1 = 3a_2$ and $b_1 = 3b_2$, we get $2004^{2001} \cdot 668^2 = a_2^2 + b_2^2$.

Continuing in this manner and taking $a_k = 3a_{k+1}$ and $b_k = b_{k+1}$, we get $2004 \cdot 668^{1002} = a_{1002}^2 + b_{1002}^2$. So, both a_{1002} and b_{1002} must be multiples of 3.

So, $668^{1003} = 3(a_{1003}^2 + b_{1003}^2)$. Which is not possible as LHS is not a multiple of 3 while RHS is a multiple of 3.

Besides these 5 problems, there are many problems that can be solved using the same concept as above. Of course, in some of them some other concepts may also be required. The questions given below are in this category.

1) Find all positive prime numbers p, q, r, s such that $p^2 + 2019 = 26(q^2 + r^2 + s^2)$.

(Conosur, 2019)

[Hint : If $p = 3$, then $q^2 + r^2 + s^2 = 78$, which can be easily solved. If $p \neq 3$, then $q^2 + r^2 + s^2$ is $3k + 2$ type. So, one of q, r, s must be multiples of 3. But p, r, s are primes. So, one of them must be 3.]

2) Find all prime numbers p such that $2^p + p^2$ is also a prime number.

(Albania - TST, 2011)

[Hint: Obviously p is odd. Use the concept that $a^n + b^n$ is divisible by $a + b$ whenever n is odd. Observe that $2^p + p^2 = (2^p + 1^p) + (p^2 - 1)$.]

3) Find all primes p such that the number $p^2 + 11$ has exactly six divisors (including 1 and the number itself).

(Russia - 1995)

[Hint: If $p \neq 3$, then $p^2 + 11$ is a multiple of 3. Also, $p = 2$ does not satisfy the conditions. Now, show that $p^2 + 11$ is also a multiple of 4.]

4) Find all prime numbers a, b, c and positive integer k, which satisfy the equation $a^2 + b^2 + 16c^2 = 9k^2 + 1$.

(JBMO - 2015)

[Hint: Observe that $a^2 + b^2 + c^2$ is of $3k + 1$ type. So, exactly two of a, b, c are multiples of 3. But a, b, c being prime, we know exactly 2 of them equals 3.]

5) Find all prime numbers p such that $5^p + 12^p$ is a perfect square.

(Singapore TST - 1999/2000)

[Hint: It p is odd, then $5^p + 12^p = [(5^p + 1^p) + 12^p - 3] + 2$ is of $3k + 2$ type, which is not possible. So, p is even.]

An overview of research on inverse eigenvalue problems for matrices described by graphs

Dr. Debashish Sharma

Assistant Professor, Department of Mathematics, Gurucharan College, Silchar

Research in any subject involves a good amount of study and patience and mathematics is no different. Sometimes it may happen that there is a considerable difference between what we aspire to do and what we actually end up doing. In the beginning of my PhD work back in 2012 at NIT Silchar, we had a strong intention to work on the spectral theory of unbounded linear operators in Hilbert spaces. However, we were not getting any lead even after six months of study and gradually we shifted our focus to eigenvalue theory of matrices. It felt quite tough as a lot of work was already available in the literature. Further survey into the literature brought us to a class of problems called inverse eigenvalue problems, thanks to the detailed survey by M. T. Chu [1].

The problem of reconstruction of a matrix having a desired structure and possessing a prescribed set of eigen data is known as an inverse eigenvalue problem, in short an IEP. The objective of an IEP is to construct matrices of a pre-assigned structure which satisfy the given constraints on eigenvalues and eigenvectors of the matrix or its submatrices. If there is no restriction on the structure of the required matrices, then an IEP becomes trivial. For example, it is very easy to find a matrix with eigenvalues $\{1, 2, \ldots, 100\}$. We can just take the diagonal matrix $\text{diag}(1, 2, \ldots, 100)$. Thus, the level of difficulty of an IEP depends on the structure of the matrices that are to be reconstructed and on the type of eigen information available.

Special types of inverse eigenvalue problems were studied for various types of matrices like tridiagonal matrices, Jacobi matrices, arrow matrices, doubly arrow matrices, etc. by several authors ([2–6]). A well-known way of describing the structure of matrices is to represent them by graphs. An $n \times n$ symmetric matrix can be represented by an undirected graph on n vertices. So, we decided to include graphs in our research work on IEPs. We successfully worked on the reconstruction of special acyclic matrices like a path or a broom, from given eigen data [7, 8].

J. Peng, et. al. [6] and H. Pickman, et. al. [5, 9] studied IEPs involving the construction of arrow matrices and doubly arrow matrices from given eigen data consisting of the minimal and maximal eigenvalues of each of the leading principal submatrices of the required matrix. Motivated by this, we had studied the problem of constructing acyclic matrices whose graph is a broom from the same eigen data [8]. Recently, another paper of ours got published in the journal *Linear Algebra and its Applications* [10] where we studied an inverse eigenvalue problem, referred to as the minimax inverse eigenvalue problem, of constructing matrices whose graph is a special type of tree called a *generalized star of depth* 2 (Figure 1).

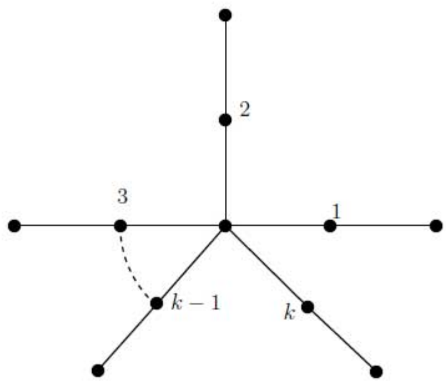


Figure 1: Generalized star of depth 2 (G_2S_k)

Let n and k be positive integers such that $n = 2k + 1$. Then, a *generalized star of depth* 2 on n vertices is obtained by attaching a pendant edge (that is, a path on two vertices) to each of the non-central vertices of a star on $k + 1$ vertices. A generalized star of depth 2 on $2k + 1$ vertices is denoted by G_2S_k.

For the convenience of the readers, let us recall a few concepts from graph theory. Let V be a finite set and let P be the set of all subsets of V that have only two distinct elements. Let $E \subset P$. Then $G = (V, E)$ is called a *graph* with vertex set V and edge set E. If $v_1, v_2 \in V$ and $\{v_1, v_2\} \in E$ then v_1v_2 is called an *edge* of G and the vertices v_1 and v_2 are said to be *adjacent*. The choice of P implies that the graphs under consideration are undirected and are free from multiple edges or loops. The degree of a vertex is the number of edges which are incident on it. A *pendant vertex* is a vertex of degree one. A sequence of distinct vertices $v_1, v_2, \ldots, v_n$ of G such that the consecutive vertices are adjacent is called a *path* of G. A graph is *connected* if there exists a path between every pair of its vertices. A *cycle* is a connected graph in which each vertex is adjacent to exactly two other vertices. A *tree* is a connected graph without any cycles.

Given an $n \times n$ symmetric matrix A, the graph of A, denoted by $G(A)$, has vertex set $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ and edge set $\{ij : i \neq j, a_{ij} \neq 0\}$. For a graph G with n vertices, $S(G)$ denotes the set of all $n \times n$ symmetric matrices that have G as their graph. An *acyclic* matrix is a matrix whose graph is a forest, that is, each of its connected components is a tree [11]. The $j \times j$ submatrix of a matrix A obtained from A by retaining only the first j rows and the first j columns of A is called the $j \times j$ leading principal submatrix of A.

We used a particular scheme of labelling the vertices of G_2S_k so as to express the corresponding matrices in a special form. We label the central vertex as 0 and the k vertices adjacent to it as

$1, 2, \ldots, k$. Let f be a permutation on the set $\{1, 2, \ldots, k\}$. Then we label the pendant vertex adjacent to the vertex $f(i)$ as $k+i$. This is illustrated for G_2S_3 in Figure 2 for all the $3! = 6$ possible ways of labelling. Under this scheme of labelling, the graph of each leading principal submatrix of the matrices of G_2S_k remains connected.

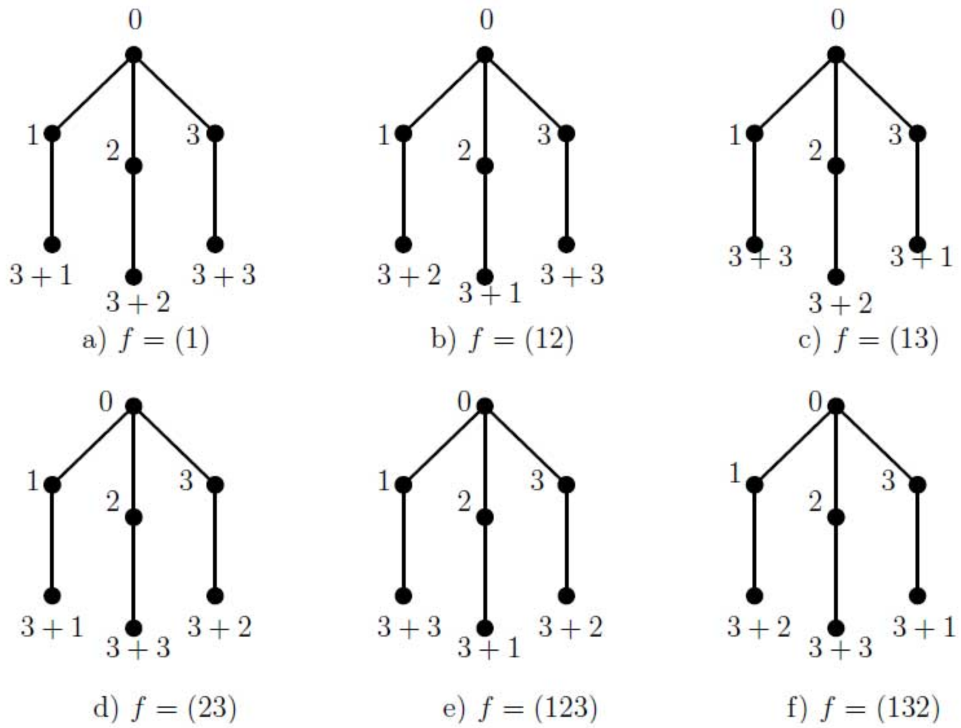


Figure 2: Labellings of G_2S_3

For any matrix $A_f \in S(G_2S_k)$, the diagonal entries are denoted by a_j where $0 \leq j \leq 2k$, the off-diagonal entry corresponding to the edge joining the central vertex to the vertex j, where $1 \leq j \leq k$, is denoted by b_j and the off-diagonal entry corresponding to the edge joining the vertex $f(j)$ with the pendant vertex $k+j$ is denoted by b_{k+j}. For example, any matrix of G_2S_3 labelled as in Figure 2(e) is written in the following form:

$$A_f = \begin{pmatrix} a_0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{3+3} \\ b_2 & 0 & a_2 & 0 & b_{3+1} & 0 & 0 \\ b_3 & 0 & 0 & a_3 & 0 & b_{3+2} & 0 \\ 0 & 0 & b_{3+1} & 0 & a_{3+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{3+2} & 0 & a_{3+2} & 0 \\ 0 & b_{3+3} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{3+3} \end{pmatrix}.$$

We studied the following minimax inverse eigenvalue problem:

IEPGS: Given $4k+1$ real numbers $\lambda_j, 1 \leq j \leq 2k+1$ and $\Lambda_j, 2 \leq j \leq 2k+1$ and a permutation

f on the set $\{1, 2, \dots, k\}$, find a matrix $A_f \in S(G_2S_k)$ such that λ_j and Λ_j are respectively the minimal and maximal eigenvalues of the $A_{f,j}$, the $j \times j$ leading principal submatrix of A_f.

A sketch of the solution

The following results were used to find possible solutions of IEPGS:

Lemma 1. *Let $P(\lambda)$ be a monic polynomial of degree n with all real zeros and λ_{min} and λ_{max} be the minimal and maximal zero of P respectively.*

- *If $\mu < \lambda_{min}$, then $(-1)^n P(\mu) > 0$.*
- *If $\mu > \lambda_{max}$, then $P(\mu) > 0$.*

Lemma 2. *If T is a tree then the minimal and maximal eigenvalues of any matrix $A \in S(T)$ are simple i.e. of multiplicity one. [Lemma 3.3 in [12]]*

The following lemma gives the relation among the leading principal minors of $\lambda I - A_f$:

Lemma 3. *Let $A_f \in S(G_2S_k)$. The sequence $\{P_j(\lambda) = det(\lambda I_j - A_{f,j})\}$ of characteristic polynomials of $A_{f,j}$ satisfies the following recurrence relations:*

(i) $P_1(\lambda) = \lambda - a_0,$

(ii) $P_{j+1}(\lambda) = (\lambda - a_j)P_j(\lambda) - b_j^2 \prod_{i=1}^{j-1}(\lambda - a_i)$ *for* $1 \le j \le k,$

(iii) $P_{k+j+1}(\lambda) = (\lambda - a_{k+j})P_{k+j}(\lambda) - b_{k+j}^2 Q_{f(j)}(\lambda)$ *for* $1 \le j \le k,$

where $Q_{f(j)}(\lambda)$ is the characteristic polynomial of the principal submatrix of $A_{f,k+j+1}$ obtained by deleting the rows and columns indexed by $f(j)$ and $k + j$.

The proof follows by expanding the determinant $det(\lambda I - A_{f,j})$ for each j where $2 \le j \le 2k + 1$. By Cauchy's interlacing theorem [13, 14] , the eigenvalues of an $n \times n$ symmetric matrix and those of any of its $(n - 1) \times (n - 1)$ principal submatrices interlace each other. Hence, the given minimal and maximal eigenvalues of A_f satisfy the following inequalities

$$\lambda_{2k+1} \le \lambda_{2k} \le \cdots \le \lambda_2 \le \lambda_1 \le \Lambda_2 \le \Lambda_3 \le \cdots \le \Lambda_{2k} \le \Lambda_{2k+1}. \tag{1}$$

As per the spectral constraint of IEPGS, λ_1 is an eigenvalue of $A_{f,1}$, so $P_1(\lambda_1) = 0$ from the first relation of Lemma 3, we have

$$a_0 = \lambda_1. \tag{2}$$

For $1 \le j \le k$, λ_{j+1} and Λ_{j+1} are respectively the minimal and maximal eigenvalues of $A_{f,j+1}$. So $P_{j+1}(\lambda_{j+1}) = 0$ and $P_{j+1}(\Lambda_{j+1}) = 0$, and from the second recurrence relation of Lemma 3, it follows that

$$\begin{aligned} a_j P_j(\lambda_{j+1}) + b_j^2 \prod_{i=1}^{j-1}(\lambda_{j+1} - a_i) - \lambda_{j+1} P_j(\lambda_{j+1}) = 0 \\ a_j P_j(\Lambda_{j+1}) + b_j^2 \prod_{i=1}^{j-1}(\Lambda_{j+1} - a_i) - \Lambda_{j+1} P_j(\Lambda_{j+1}) = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Note that (3) is a system of equations that are linear in a_j and b_j^2. We investigated the nature of solutions of the system. Let D_{j+1} denote the determinant of the coefficient matrix of the above system. Then,

$$D_{j+1} = P_j(\lambda_{j+1}) \prod_{i=1}^{j-1} (\Lambda_{j+1} - a_i) - P_j(\Lambda_{j+1}) \prod_{i=1}^{j-1} (\lambda_{j+1} - a_i). \tag{4}$$

Again for $1 \leq j \leq k$, λ_{k+j+1} and Λ_{k+j+1} are respectively the minimal and maximal eigenvalues of $A_{f,k+j+1}$. So $P_{k+j+1}(\lambda_{k+j+1}) = 0$ and $P_{k+j+1}(\Lambda_{k+j+1}) = 0$ and from the second recurrence relation of Lemma 3, it follows that

$$\begin{aligned} a_{k+j} P_{k+j}(\lambda_{k+j+1}) + b_{k+j}^2 Q_{f(j)}(\lambda_{k+j+1}) - \lambda_{k+j+1} P_{k+j}(\lambda_{k+j+1}) &= 0 \text{ , and} \\ a_{k+j} P_{k+j}(\Lambda_{k+j+1}) + b_{k+j}^2 Q_{f(j)}(\Lambda_{k+j+1}) - \Lambda_{k+j+1} P_{k+j}(\Lambda_{k+j+1}) &= 0, \end{aligned} \tag{5}$$

which is a system of linear equations in a_{k+j} and b_{k+j}^2. We investigated the nature of solutions of the system (5). Let D_{k+j+1} denote the determinant of the coefficient matrix of the above system. Then

$$D_{k+j+1} = P_{k+j}(\lambda_{k+j+1}) Q_{f(j)}(\Lambda_{k+j+1}) - P_{k+j}(\Lambda_{k+j+1}) Q_{f(j)}(\lambda_{k+j+1}). \tag{6}$$

The main result of our paper was the following theorem.

Theorem 4. *The IEPGS has a solution with unique values of $a_i, i = 0, 1, 2, \ldots, 2k$ and $b_i^2, i = 1, 2, \ldots, 2k$ if and only if*

$$\lambda_{2k+1} < \lambda_{2k} < \cdots < \lambda_2 < \lambda_1 < \Lambda_2 < \Lambda_3 < \cdots < \Lambda_{2k} < \Lambda_{2k+1}, \tag{7}$$

and the solution is given by the expressions (8) and (9) below

$$\begin{aligned} a_j &= \frac{\lambda_{j+1} P_j(\lambda_{j+1}) \prod_{i=1}^{j-1} (\Lambda_{j+1} - a_i) - \Lambda_{j+1} P_j(\Lambda_{j+1}) \prod_{i=1}^{j-1} (\lambda_{j+1} - a_i)}{D_{j+1}} \\ b_j^2 &= \frac{(\Lambda_{j+1} - \lambda_{j+1}) P_j(\lambda_{j+1}) P_j(\Lambda_{j+1})}{D_{j+1}}; \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} a_{k+j} &= \frac{\lambda_{k+j+1} P_{k+j}(\lambda_{k+j+1}) Q_{f(j)}(\Lambda_{k+j+1}) - \Lambda_{k+j+1} P_{k+j}(\Lambda_{k+j+1}) Q_{f(j)}(\lambda_{k+j+1})}{D_{k+j+1}} \\ b_{k+j}^2 &= \frac{(\Lambda_{k+j+1} - \lambda_{k+j+1}) P_{k+j}(\lambda_{k+j+1}) P_{k+j}(\Lambda_{k+j+1})}{D_{k+j+1}}. \end{aligned} \tag{9}$$

Theorem 4 gives a general procedure of reconstructing all the $k!$ structures of matrices $A_f \in S(G_2 S_k)$, under the modified scheme of labelling. Also, we are free to choose the signs of the off-diagonal entries as all the expressions and computations involve only the squares of the off-diagonal entries. Since there are $2k$ off-diagonal entries and each entry can be assigned either a plus sign or a minus sign, so for each permutation f we can reconstruct exactly 2^{2k} different matrices.

The paper was communicated to *Linear Algebra and its Applications* on 23rd February 2017. It took four years to complete the review process and was published on 16th March 2021. In between, it came back for major revisions a few times. It's a normal part of the review process and as researchers, we need to address the reviewers' queries properly. Suggestions from the reviewers also help in enhancing the quality of the research work. At the end, we conclude by insisting that there is no substitute to in-depth study, patience and perseverance in the world of research.

References

[1] M. T. Chu. Inverse eigenvalue problems. *SIAM Review*, 40(1):1 – 39, 1998. doi: 10.1137/S0036144596303984.

[2] S. Elhay, G. M. L. Gladwell, G. H. Golub, and Y. M. Ram. On some eigenvector-eigenvalue relations. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 20(3):563 – 574, 1999. doi: 10.1137/S089547989631072X.

[3] K. Ghanbari and F. Parvizpour. Generalized inverse eigenvalue problem with mixed eigendata. *Linear Algebra and its Applications*, 437(8):2056 – 2063, 2012. ISSN 0024-3795. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.laa.2012.05.020.

[4] Y. Zhang. On the general algebraic inverse eigenvalue problems. *Journal of Computational Mathematics*, 22(4):567 – 580, 2004. ISSN 02549409, 19917139.

[5] R. L. Soto H. Pickmann, J. C. Egana. Two inverse eigenproblems for symmetric doubly arrow matrices. *Electronic Journal of Linear Algebra*, 18:700 – 718, 2009. doi: http://dx.doi.org/10.13001/1081-3810.1339.

[6] J. Peng, X. Hu, and L. Zhang. Two inverse eigenvalue problems for a special kind of matrices. *Linear Algebra and its Applications*, 416(2):336 – 347, 2006. ISSN 0024-3795. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.laa.2005.11.017.

[7] M. Sen and D. Sharma. Generalized inverse eigenvalue problem for matrices whose graph is a path. *Linear Algebra and its Applications*, 446:224 – 236, 2014. ISSN 0024-3795. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.laa.2013.12.035.

[8] D. Sharma and M. Sen. Inverse eigenvalue problems for two special acyclic matrices. *Mathematics*, 4(1):12, 2016. ISSN 2227-7390. doi: 10.3390/math4010012.

[9] H. Pickmann, J. Egana, and R. L. Soto. Extremal inverse eigenvalue problem for bordered diagonal matrices. *Linear Algebra and its Applications*, 427(2):256 – 271, 2007.

[10] D. Sharma and M. Sen. The minimax inverse eigenvalue problem for matrices whose graph is a generalized star of depth 2. *Linear Algebra and its Applications*, 621:334–344, 2021. ISSN 0024-3795. doi: https://doi.org/10.1016/j.laa.2021.03.021.

[11] M. Fiedler. Some inverse problems for acyclic matrices. *Linear Algebra and its Applications*, 253(1):113 – 123, 1997.

[12] K. H. Monfared and B. L. Shader. Construction of matrices with a given graph and prescribed interlaced spectral data. *Linear Algebra and its Applications*, 438(11):4348 – 4358, 2013. ISSN 0024-3795. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.laa.2013.01.036.

[13] L. Hogben. Spectral graph theory and the inverse eigenvalue problem for a graph. *Electronic Journal of Linear Algebra*, 14:12 – 31, 2005.

[14] R. A. Horn and C. R. Johnson, editors. *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 1986. ISBN 0-521-30586-1.

Problem Section 3

Edited by Manjil P. Saikia

School of Mathematics, Cardiff University, CF24 4AG, UK

E-mail: `manjil@saikia.in`

We are starting a new section, which will have problems without solutions. We ask the solutions from the readers which we will publish in the subsequent issues. All solutions should preferably be typed in LaTeX and emailed to the editor. If you would like to propose problems for this section then please send your problems (with solutions) to the above mentioned email address, preferably typed in LaTeX. Each problem or solution should be typed on separate sheets. Solutions to problems in this issue must be received by *20 September, 2021.* If a problem is not original, the proposer should inform the editor of the history of the problem. A problem should not be submitted elsewhere while it is under consideration for publication in Ganit Bikash. Solvers are asked to include references for any non-trivial results they use in their solutions.

Problem 7. *Proposed by Ayan Nath (Tezpur) and Abhishek Jha (Delhi).*

Find all monotonic functions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ such that

$$f(-a^3 + b^3 + c^3) + f(a^3 - b^3 + c^3) + f(a^3 + b^3 - c^3) + 24f(abc) = f(a^3 + b^3 + c^3),$$

for all $a, b, c \in \mathbb{R}$. Bonus: solve it without the monotonicity constraint.

Problem 8. *Proposed by Anupam Saikia (Indian Institute of Technology Guwahati).*

Let G be a group containing no subgroup of index 2. Show that any subgroup of index 3 must be normal. (*The question requires knowledge of group homomorphism, group action and permutation group S_3.*)

Problem 9. *Proposed by B. Sury (Indian Statistical Institute, Bangalore).*

Consider the Fibonacci numbers defined by $F_1 = 1 = F_2$ and $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$. Prove that

$$F_n = \prod_{r=1}^{[(n-1)/2]} (3 + 2\cos(2\pi r/n)).$$

Use this to deduce that F_k divides F_l if and only if k divides l.

Editor's Note: No solutions have been received from the floor for Problems 1, 2 and 3 of Volume 67. We keep them open until 20 June, 2021 and request solutions from the readers.

যোগ্য প্ৰাৰ্থী নিৰ্বাচনৰ পৃথক পদ্ধতি : অমৰ্ত্য সেনৰ এখন শেহতীয়া গৱেষণা-পত্ৰৰ আলমত

ঋতু দত্ত

গৱেষক ছাত্ৰ, গণিত বিভাগ, ডিব্ৰুগড় বিশ্ববিদ্যালয়

২০২০ চনত প্ৰকাশ পোৱা, অমৰ্ত্য সেনৰ এখন গৱেষণা-পত্ৰ হ'ল— 'Majority decision and Condorcet winners'। উক্ত গৱেষণা-পত্ৰখন প্ৰকাশ পাইছে 'Social Choice and Welfare' নামৰ গৱেষণা-পত্ৰিকাখনত। গৱেষণা-পত্ৰখনৰ বিষয়ে কিছু কথা উল্লেখ কৰাই এই সৰু লেখাটোৰ মূল উদ্দেশ্য। পত্ৰখনিৰ মূল কথালৈ যোৱাৰ আগতে কিছু কথা কৈ ল'লে আমাৰ আলোচনাত সহায় হ'ব।

আগকথা:

মানৱ সভ্যতাৰ এটা জটিল সমস্যা হ'ল– কিদৰে এটা যৌথ সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰিব পাৰি? অৰ্থাৎ, কিদৰে প্ৰত্যেকজন ব্যক্তিৰ মতামত বিবেচনা কৰি এটা সিদ্ধান্তলৈ আহিব পৰা যায়। এয়া ঠিক যে সমাজত বাস কৰা প্ৰত্যেকজন ব্যক্তিৰ মতামত ভিন্ন! তেনে ক্ষেত্ৰত কিদৰে এটা যৌথ মতামতলৈ আহিব পৰা যায় য'ত গৰিষ্ঠ সংখ্যক ব্যক্তিয়ে উক্ত সিদ্ধান্তটো গ্ৰহণ কৰিবলৈ ভাল পাব? এনে সিদ্ধান্তসমূহ বিভিন্ন ক্ষেত্ৰ জুৰি আগুৰি আছে। ইয়াৰ ভিতৰত সবাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ তথা সকলোৰে পৰিচিত ক্ষেত্ৰখন হ'ল নিৰ্বাচন (Election)। নিৰ্বাচনত প্ৰাৰ্থী বাছনি কৰিবলৈ কিছুমান পদ্ধতিৰ সহায় লোৱা হয়। এই পদ্ধতিসমূহৰ সহায়ত ভিন্ন মতামতসমূহ একগোট কৰি এটা উমৈহতীয়া সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ব পাৰি।

সাধাৰণ নিৰ্বাচনত ব্যৱহাৰ কৰা পদ্ধতিটো হ'ল– প্লুৰালিটি ভোটিং পদ্ধতি (Plurality Rule or FPTP)। এই পদ্ধতিটোৰ পাছত আগবঢ়োৱা অন্য দুটা পদ্ধতি হ'ল– বৰডা গণনা পদ্ধতি (Borda Count Method) আৰু কণ্ডৰচে' পদ্ধতি (Condorcet Method)। এই পদ্ধতি দুটা নামকৰণ কৰা হৈছে ১৮ শতিকাৰ ফ্ৰান্সৰ দুজন গণিতজ্ঞ, সমাজ সংস্কাৰক তথা ৰাজনীতি বিজ্ঞানী জ্য চালছ্ ডি বৰডা (Jean Charles de Borda) আৰু মাৰকিউ ডি কণ্ডৰচে'ৰ (Marquis de Condorcet) নামত।

প্লুৰালিটি ভোটিং পদ্ধতিৰ দুৰ্বলতাসমূহ আঙুলিয়াই দি যিসকল ব্যক্তিয়ে এই পদ্ধতিৰ সমালোচনা আগবঢ়াইছিল সেইসকলৰ ভিতৰত বৰডা আৰু কণ্ডৰচে' অন্যতম। এই দুয়োজন ব্যক্তিয়ে প্লুৰালিটি ভোটিং পদ্ধতিক সমালোচনা কৰি দুটা নিজা ভোটিং পদ্ধতি আগবঢ়াইছিল। যিহেতু এই লেখাটোত প্ৰধানকৈ আমি কণ্ডৰচে'ৰ ধাৰণা আৰু ইয়াৰ লগত জড়িত অন্য কিছু কথা আলোচনা কৰিম সেয়েহে বৰডা ভোটিং পদ্ধতিৰ বিষয়ে ইয়াত আলোচনা কৰাৰ পৰা বিৰত থাকিম।

প্লুৰালিটি আৰু কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী:

প্লুৰালিটি পদ্ধতিত বিজয়ী হ'বলৈ এজন প্ৰাৰ্থীয়ে অন্য প্ৰাৰ্থীসকলতকৈ বেছি ভোট লাভ কৰিব লাগে। ইয়াত অন্য কোনো চৰ্ত নাথাকে। ভাৰত, আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰ, ইংলেণ্ড, জাপান আদি প্ৰতিষ্ঠিত গণতান্ত্ৰিক দেশসমূহত ব্যৱহাৰ কৰা ভোটিং পদ্ধতি হ'ল, এই প্লুৰালিটি পদ্ধতি।

আনহাতে, কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী হ'ল এনে এজন প্ৰাৰ্থী যি যোৰ

অনুযায়ী তুলনাত (Pairwise Comparison) অন্য সকলো প্ৰাৰ্থীকে পৰাস্ত কৰে। (যোৰ অনুযায়ী তুলনাত কিদৰে এজন প্ৰাৰ্থী বাছনি কৰা হয় তাৰ উদাহৰণ তলত দেখুওৱা হৈছে)। ভোটিং তত্ত্বত কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থীক (Condorcet Candidate) যথেষ্ট গুৰুত্ব দিয়া হয়। সেয়েহে এটা প্ৰ'ফাইলত (ভোটাৰৰ সম্পূৰ্ণ তথ্যৰ তালিকা) কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী থাকিলে সাধাৰণতে সেই প্ৰাৰ্থীজনক বাছনি কৰা হয়। কিন্তু এই কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী, সকলো ভোটিং প্ৰ'ফাইলত নাথাকিবও পাৰে। তেনেস্থলত অন্য প্ৰাৰ্থী নিৰ্বাচিত কৰা হয়।

এটা প্ৰ'ফাইলত কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী থাকিলে তাক নিৰ্বাচন কৰা বহুতো ভোটিং পদ্ধতি ইতিমধ্যে অৱিষ্কাৰ হৈছে। ইয়াৰ ভিতৰত– ব্লেক পদ্ধতি, ডগচন পদ্ধতি, কিমিনি পদ্ধতি, নেনচন পদ্ধতি উল্লেখযোগ্য।

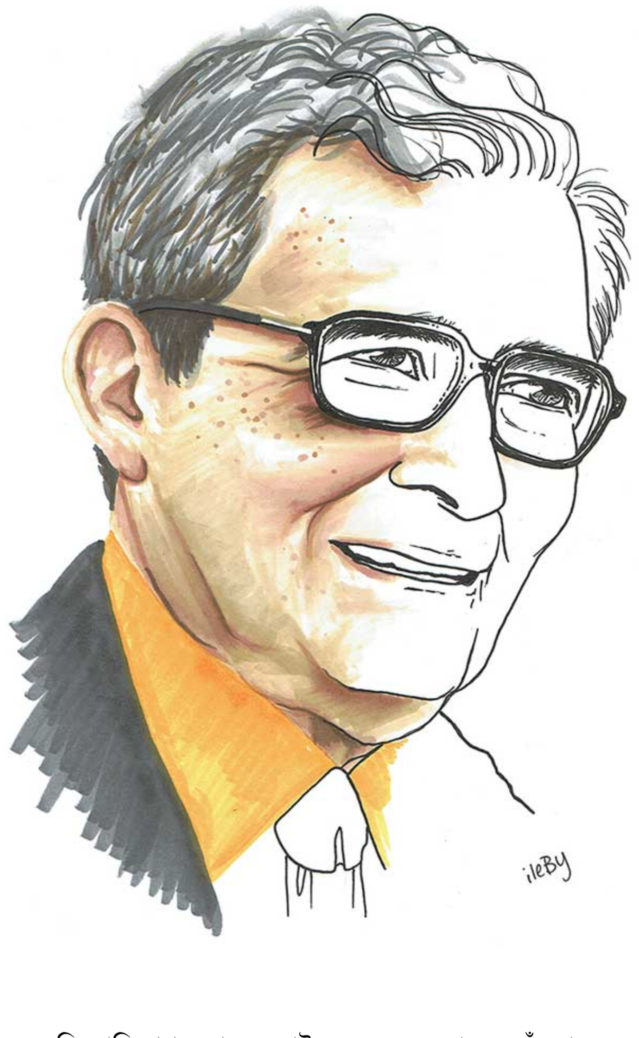
অমৰ্ত্য সেনৰ শেহতীয়া গৱেষণা-পত্ৰখনৰ এটা প্ৰধান প্ৰশ্ন জড়িত হৈ আছে কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থীজন সদায় এজন আদৰ্শ প্ৰাৰ্থী হয়নে তাক জানিবলৈ চেষ্টা কৰা। লগতে কণ্ডেৰচে' বৈশিষ্টই সামাজিক পছন্দ (Social Choice) বা ভোটিং তত্ত্বৰ প্ৰধান আকৰ্ষণীয় বৈশিষ্ট নেকি? কণ্ডৰচে'তকৈ অন্য কিবা আকৰ্ষণীয় ভোটিং বৈশিষ্ট আছেনে ইত্যাদি কথা আলোচনালৈ অনাই সেই পত্ৰখনৰ মূল লক্ষ্য। এই কথা অধিক স্পষ্টকৈ বুজিবলৈ তেওঁ দুটা উদাহৰণ দাঙি ধৰিছে। সেই একে উদাহৰণ দুটা আমি ইয়াটো উল্লেখ কৰিছোঁ।

উদাহৰণ-১: ধৰাহওঁক, A, B, আৰু C ক্ৰমে তিনিটা ভোটিং গ্ৰুপ য'ত মুঠ জনসংখ্যাৰ যথাক্ৰমে ৪0 শতাংশ, ৩৫ শতাংশ, আৰু ২৫ শতাংশকৈ ভোট ভাগ-বটোৱাৰ হৈছে। তিনিজন প্ৰাৰ্থী ক্ৰমে ক, খ, আৰু গ। ভোটাৰৰ পছন্দৰ তথ্য তলৰ তালিকাত দেখুওৱা হৈছে।

ভোটিং গ্ৰুপ	A	B	C
সংখ্যাসূচক শক্তি	৪০%	৩৫%	২৫%
প্ৰথম পছন্দ	ক	খ	গ
দ্বিতীয় পছন্দ	গ	গ	খ
তৃতীয় পছন্দ	খ	ক	ক

এই ক্ষেত্ৰত এজনো প্ৰাৰ্থীয়ে সংখ্যাগৰিষ্ঠ সমৰ্থন (অৰ্থাৎ প্ৰথম স্থানত ৫০ শতাংশতৈ অধিক ভোট) লাভ কৰা নাই। অন্যহাতে প্ৰাৰ্থী-ক, স্পষ্টভাৱে প্লুৰালিটি বিজয়ী প্ৰাৰ্থী (আটাইতকৈ অধিক প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰিছে)। কিন্তু ক নামৰ প্ৰাৰ্থীজনক ৬০ শতাংশ (৩৫+২৫, শেষৰ শাৰীত) ভোটাৰে একেবাৰে শেষত ৰাখিছে। অন্যহাতে যদি প্ৰাৰ্থীসকলৰ যোৰ অনুযায়ী তুলনা চোৱা যায় প্ৰাৰ্থী-ক, আন দুয়োজন প্ৰাৰ্থীৰ (খ আৰু গ) লগত হাৰে। অৰ্থাৎ এই ক্ষেত্ৰত প্ৰাৰ্থী-ক, সংখ্যাগৰিষ্ঠ সমৰ্থন লাভ কৰা প্ৰাৰ্থীতো নহয়েই, বৰঞ্চ এজন সকলোৰে লগত হৰা প্ৰাৰ্থী (Universal Loser Candidate)। অন্যহাতে প্ৰাৰ্থী-গ য়ে যোৰ অনুযায়ী তুলনাত, প্ৰাৰ্থী-ক আৰু প্ৰাৰ্থী-খ দুয়োকে হৰুৱায়। অৰ্থাৎ, গ নামৰ প্ৰাৰ্থীজন এইক্ষেত্ৰত এজন কণ্ডৰচে' বিজয়ী প্ৰাৰ্থী।

উক্ত পৰিৱেশত আমি কোনজন প্ৰাৰ্থীক বিজয়ী হিচাপে বাছনি কৰিবলৈ ভাল পাম? প্ৰাৰ্থী-ক, যি ৪০ শতাংশ প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰিছে, আৰু এজন সকলোৰে লগত হৰা প্ৰাৰ্থী। নে প্ৰাৰ্থী-গ, যি ২৫ শতাংশ প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰিছে, আৰু তেওঁ এজন কণ্ডৰচে' বিজয়ী প্ৰাৰ্থী, যি যোৰ অনুযায়ী তুলনাত সকলোকে হৰুৱাইছে।



যদি আমি প্ৰথম স্থানৰ ভোটক গুৰুত্ব সহকাৰে লওঁ, আৰু ৫০ শতাংশতকৈ অধিক ভোট লাভ কৰা প্ৰাৰ্থীজনক এজন ভাল প্ৰাৰ্থী বুলি কওঁ, তেতিয়া প্ৰাৰ্থী-ক আৰু প্ৰাৰ্থী-গ কোনোজনেই এজন ভাল প্ৰাৰ্থীৰ সংজ্ঞা সিদ্ধ নকৰে। অন্যহাতে যদি আমি যোৰ অনুযায়ী

তুলনাত কোনজন প্ৰাৰ্থীয়ে ভাল ফলাফল লাভ কৰিছে সেইটো বিচাৰ কৰোঁ, এই ক্ষেত্ৰত প্ৰাৰ্থী-গ এজন ভাল প্ৰাৰ্থী, কাৰণ যোৰ অনুযায়ী তুলনাত তেওঁ প্ৰাৰ্থী-ক আৰু প্ৰাৰ্থী-খ দুয়োকে পৰাস্ত কৰে। অন্যহাতে, যোৰ অনুযায়ী তুলনাত প্ৰাৰ্থী-ক আন দুয়োজন প্ৰাৰ্থীৰ (খ আৰু গ) লগত হাৰে। স্বাভাৱিকতে এই বিশ্লেষণত প্ৰাৰ্থী–গ, প্ৰাৰ্থী–ক তকৈ বেছি ভাল। অৰ্থাৎ, উক্ত ভোটিং তথ্যৰ বাবে প্লুৰালিটি ভোটিং পদ্ধতিতকৈ কণ্ডৰচে' ভোটিং পদ্ধতিয়ে বেছি যুক্তিসংগত ফলাফল দিবলৈ সক্ষম।

কণ্ডৰচে'ৰ প্ৰাৰ্থীক ভোটিং বা সামাজিক পছন্দ তত্ত্বত অধিক গুৰুত্ব দিয়া হয় (যিহেতু কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থীজনে যোৰ অনুযায়ী তুলনাত অন্য সকলো প্ৰাৰ্থীক হৰুৱায়)। লগতে প্ৰাৰ্থী-ক এজন সকলোৰে লগত হৰা প্ৰাৰ্থী। এই ক্ষেত্ৰত প্ৰাৰ্থী-গ এজন বেছি ভাল প্ৰাৰ্থী বুলি নিসন্দেহে ক'ব পৰা যায়। এইক্ষেত্ৰত বৰ বেছি দ্বিমত নাথাকে!

অমৰ্ত্য সেনে (২০২০) প্ৰশ্ন কৰিছে যে সদায়ে কণ্ডৰচে' ভোটিং পদ্ধতিয়ে এজন আদৰ্শ প্ৰাৰ্থী বাছি উলিয়াবলৈ সক্ষম হয়নে? অৰ্থাৎ সদায় কণ্ডৰচে' পদ্ধতিত বিজয়ী প্ৰাৰ্থী এজন গ্ৰহণীয় হ'বনে? এই বিষয়ে জানিবলৈ তেওঁ উল্লেখ কৰা দ্বিতীয় উদাহৰণটো চোৱা যাওক।

উদাহৰণ-২: ইয়াতো A, B, আৰু C তিনিটা ভোটিং গ্ৰুপ। য'ত ছ'চিয়েলিষ্ট চৰকাৰ (Socialist Government), ট'ৰি চৰকাৰ (Tory Government) আৰু উদাৰ চৰকাৰক (Liberal Government) তিনিজন প্ৰাৰ্থী হিচাপে ধৰা হৈছে। ভোটাৰৰ সম্পূৰ্ণ পছন্দৰ তথ্য তলৰ তালিকাত দেখুওৱা হৈছে। সুবিধাৰ বাবে আমি ছ'চিয়েলিষ্ট, ট'ৰি আৰু উদাৰ চৰকাৰক ক্ৰমে ছ, ট, আৰু উ ৰে বুজাম।

ভোটিং গ্ৰুপ	A	B	C
সংখ্যাসূচক শক্তি	৪৯%	৪৮%	৩%
প্ৰথম পছন্দ	ছ	ট	উ
দ্বিতীয় পছন্দ	উ	উ	ছ
তৃতীয় পছন্দ	ট	ছ	ট

এই ক্ষেত্ৰটো এজনো সংখ্যাগৰিষ্ঠত ভোট লাভ কৰা প্ৰাৰ্থী নাই। ইয়াত ছ'চিয়েলিষ্ট চৰকাৰ (ছ) আৰু ট'ৰি চৰকাৰে (ট) যথাক্ৰমে ৪৯ শতাংশ আৰু ৪৮ শতাংশ প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰাৰ বিপৰীতে উদাৰ চৰকাৰে (উ) মাত্ৰ ৩ শতাংশ প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰিছে।

যদি আমি যোৰ অনুযায়ী তুলনা কৰোঁ বা কণ্ডৰচে' পদ্ধতিৰ জৰিয়তে চাওঁ, তেন্তে এই ক্ষেত্ৰত কণ্ডৰচে' বিজয়ী প্ৰাৰ্থী হ'ব উদাৰ চৰকাৰ (উ)। অৰ্থাৎ, উদাৰ চৰকাৰে (উ) যোৰ অনুযায়ী তুলনাত ছ'চিয়েলিষ্ট চৰকাৰ (ছ) আৰু টৰি চৰকাৰ (ট) দুয়োকে হৰুৱায়।

কথা হ'ল মাত্ৰ ৩ শতাংশ প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰা উদাৰ চৰকাৰক (উ) এই ক্ষেত্ৰত কেৱল কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী বুলিয়ে বিজয়ী বুলি মানি ল'ব পৰা যাব নে? ইয়াৰ বিপৰীতে ছ'চিয়েলিষ্ট চৰকাৰে (ছ) ৪৯ শতাংশ প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰিছে। এই ক্ষেত্ৰত কোনজন প্ৰাৰ্থী বিজয়ী হোৱাটো বেছি যুক্তি সংগত?

কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থীক গুৰুত্ব দিয়ো অমৰ্ত্য সেনে উল্লেখ কৰিছে— যোৰ অনুযায়ী তুলনা বা কণ্ডৰচে' ধাৰণা যদিও এটা অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ পদ্ধতি তথাপি এজন প্ৰাৰ্থী বাছনি কৰাত ভোটাৰৰ প্ৰথম স্থানৰ ভোটসমূহো একেবাৰে গুৰুত্বহীন তথ্য নহয়। এই ক্ষেত্ৰত যিহেতু ছ'চিয়েলিষ্ট চৰকাৰে (ছ) লাভ কৰা প্ৰথম স্থানৰ ভোটৰ সংখ্যা প্ৰায় পৰম সংখ্যাগৰিষ্ঠ সমৰ্থনৰ (Absolute Majority Support) সমান! সেয়েহে এজন প্ৰাৰ্থী কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী হ'ল বুলিয়ে বিজয়ী বুলি মানি ল'ব পৰাটো বৰ সহজ নহয় বা শক্তিশালী যুক্তি নহয়। (যিহেতু এইক্ষেত্ৰত কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী তথা উদাৰ চৰকাৰে (উ) মাত্ৰ ৩ শতাংশ প্ৰথম স্থানত ভোট লাভ কৰিছে।) ইয়াৰ বিপৰীতে ছ'চিলিষ্ট চৰকাৰে (ছ) ৪৯ শতাংশ প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰিছে।

দ্বিতীয় উদাহৰণে প্ৰমাণ কৰে যে কণ্ডৰচে' পদ্ধতিয়ে সামাজিক পছন্দ বা ভোটিং তত্ত্বত সদায়ে এটা আকৰ্ষণীয় ফলাফল নিদিয়ে! লগতে এই দ্বিতীয় উদাহৰণটোৰ বাবে কণ্ডৰচে' পদ্ধতিতকৈ সাধাৰণ প্লুৰালিটি ভোটিং পদ্ধতিয়ে এটা যুক্তিসংগত ফলাফল দিবলৈ সক্ষম। (কিন্তু প্লুৰালিটি পদ্ধতিয়ে অন্য বহু ক্ষেত্ৰত ভাল ফলাফল দিবলৈ সক্ষম নহয়।)

অমৰ্ত্য সেনৰ গৱেষণা-পত্ৰখনৰ প্ৰধান উদ্দেশ্য আছিল যে যিকোনো ভোটিং পৰিৱেশৰ বাবে কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থীজন সদায় গ্ৰহণযোগ্য হয়নে(?) বা কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থীৰ বাহিৰেও অন্য তেনে ভোটিং বৈশিষ্ট আছেনে নাই তাৰ ওপৰত কৰা আলোচনা। সেই উদ্দেশ্যেই তেওঁ বাৰ্বাৰাৰ (Barbera, ২০২১) আন এখন গৱেষণা-পত্ৰৰ বিষয়ে উল্লেখ কৰিছে, য'ত অন্য এটা ভোটিং পদ্ধতি তথা দানৌৰ (Daunou's) ভোটিং নামেৰে এটা ধাৰণাৰ বিষয়ে উল্লেখ কৰিছে। আংশিকভাৱে হলেও দানৌৰ ভোটিং পদ্ধতিয়ে অমৰ্ত্য সেনে কৰা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিবলৈ সক্ষম! দানৌৰ ভোটিং পদ্ধতিত কিদৰে এজন প্ৰাৰ্থী বাছনি কৰা হয় বা কি কি ভোটিং বৈশিষ্ট দানৌৰ ভোটিং পদ্ধতিত গুৰুত্ব দিয়া হয় বা কণ্ডৰচে' পদ্ধতিতকৈ

দানৌৰ পদ্ধতি কেনেকৈ বেলেগ আদি কিছু কথা আমি তলত উল্লেখ কৰিছোঁ।

দানৌৰ ভোটিং ধাৰণা:

এই পদ্ধতিটো এটা কেইবাটাও ঢাপত (Multi-step) সম্পূৰ্ণ হোৱা ভোটিং পদ্ধতি। ১৮০৩ চন বা তাৰো আগতেই পিয়েৰ দানৌৱে (Pierre Daunou) এই পদ্ধতিটো আগবঢ়াইছিল। শেহতীয়াকৈ এই পদ্ধতিটোৰ বিষয়ে নতুনকৈ কিছু কথা জানিব পৰা গৈছে। অমৰ্ত্য সেনে উল্লেখ কৰা দানৌৰ পদ্ধতিয়ে মুঠ দুটা ঢাপত এজন প্ৰাৰ্থী বাছনি কৰে। এই পদ্ধতিৰ বহু কেইটা উল্লেখযোগ্য বৈশিষ্ট আছে। ইয়াৰে প্ৰথম বৈশিষ্ট হ'ল– এটা প্ৰ'ফাইলত কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থী থাকিলেই তেওঁক বিজয়ী বুলি ঘোষণা কৰাৰ বিপৰীতে দানৌৰ পদ্ধতিত প্ৰথমে প্ৰথম স্থানত পৰম সংখ্যাগৰিষ্ঠ ভোট লাভ কৰা প্ৰাৰ্থী আছেনে নাই তাক পৰীক্ষা কৰা হয়। যদি তেনে প্ৰাৰ্থী থাকে, তেতিয়া তেওঁক বিজয়ী বুলি ঘোষণা কৰা হয়। অৰ্থাৎ দানৌৰ প্ৰথম ভোটিং বৈশিষ্টৰ মতে কণ্ডৰচে' প্ৰাৰ্থীৰ সলনি প্ৰথম স্থানৰ পৰম সংখ্যাগৰিষ্ঠতাকহে অধিক গুৰুত্ব দিয়া হয়, যিটো অতি দৰকাৰী। যদি তেনে প্ৰাৰ্থী নাথাকে দানৌৰ দ্বিতীয় ষ্টেপৰ মতে এজন প্ৰাৰ্থী যি যোৰ অনুযায়ী তুলনাত অন্য প্ৰাৰ্থীসকলতকৈ পৰম সংখ্যাগৰিষ্ঠতা লাভ কৰিছে, তেওঁক বিজয়ী বুলি ঘোষণা কৰা হয়। দানৌৰ এই দ্বিতীয় ষ্টেপ কণ্ডৰচে' পদ্ধতিৰ সমতুল্য।

পুনৰ ঘূৰি আহোঁ অমৰ্ত্য সেনে লোৱা দ্বিতীয় উদাহৰণটোলৈ, য'ত কণ্ডৰচে' পদ্ধতিৰ মতে বিজয়ী প্ৰাৰ্থী হয় উদাৰ চৰকাৰ (উ)। উদাৰ চৰকাৰ বিজয়ী হোৱাটো মানি লোৱাত এইটোৱেই সমস্যা যে উদাৰ চৰকাৰে মাত্ৰ ৩ শতাংশ প্ৰথম স্থানৰ ভোট লাভ কৰিছে। যদি আমি দানৌৰ ভোটিং পদ্ধতিৰ সহায়ত এই উদাহৰণটো চাওঁ তেতিয়া দেখা পাম যে– দানৌৰ প্ৰথম ষ্টেপৰ মতে কোনো বিজয়ী প্ৰাৰ্থী উক্ত প্ৰ'ফাইলত নাই, কাৰণ উক্ত প্ৰ'ফাইলত কোনো এজন প্ৰাৰ্থীয়ে প্ৰথম স্থানত পৰম সংখ্যাগৰিষ্ঠতা ভোট লাভ কৰা নাই। কিন্তু দানৌৰ দ্বিতীয় ষ্টেপৰ মতে উদাৰ চৰকাৰ বিজয়ী।

এইখিনিৰ পৰা ইয়াকে ক'ব পৰা যায় যে দানৌৰ ভোটিং পদ্ধতিত কেৱল কণ্ডৰচে'ৰ বৈশিষ্টৰ ওপৰতে গুৰুত্ব দিয়াৰ বিপৰীতে অন্য কিছু দিশো সামৰি লোৱা হয়। হয়তো পৃথক পৰিৱেশত দানৌৰ এই বৈশিষ্টই এজন উপযুক্ত বা গ্ৰহণযোগ্য প্ৰাৰ্থী বাছনিত সহায় কৰিব, য'ত সাধাৰণ কণ্ডৰচে' পদ্ধতিয়ে উপযুক্ত প্ৰাৰ্থী বাছনি কৰিবলৈ সক্ষম নহ'ব! কিন্তু এইক্ষেত্ৰত কণ্ডৰচে' পদ্ধতিৰ দৰে দানৌৰ পদ্ধতিয়েও একেই ফলাফল দিবলৈ বাধ্য!

উপসংহাৰ:

কণ্ডৰচে' পদ্ধতি বা যোৰ অনুযায়ী তুলনাত কেনেকৈ এজন প্ৰাৰ্থী বাছনি কৰা হয় দেখুওৱা হৈছে। উদাহৰণ-১ ৰ বাবে যোৰ অনুযায়ী তুলনা– (ক, খ) = কিমানজন ভোটাৰে উক্ত প্ৰ'ফাইলত প্ৰাৰ্থী-ক, প্ৰাৰ্থী-খ তকৈ ওপৰত ৰাখিছে। অৰ্থাৎ (ক, খ) হ'ব ৪০ শতাংশ। ঠিক সেইদৰে (খ, ক) = কিমানজন ভোটাৰে উক্ত প্ৰ'ফাইলত প্ৰাৰ্থী-খ, প্ৰাৰ্থী-ক তকৈ ওপৰত ৰাখিছে। এই ক্ষেত্ৰত (খ, ক) হ'ব ৩৫+২৫=৬০ শতাংশ। ফলত যোৰ অনুযায়ী তুলনাত প্ৰাৰ্থী-খ ই প্ৰাৰ্থী-ক ক পৰাস্ত কৰে। ঠিক সেইদৰে (ক, গ) হ'ব ৪০ শতাংশ, আৰু (গ, ক) হ'ব ৩৫+২৫=৬০ শতাংশ। ফলত প্ৰাৰ্থী-ক আৰু প্ৰাৰ্থী-গ ৰ যোৰ অনুযায়ী তুলনাত প্ৰাৰ্থী-গ জয়ী হ'ব। ঠিক একেদৰে (খ, গ) হ'ব ৩৫ শতাংশ, আৰু (গ, খ) হ'ব ৪০+২৫=৬৫ শতাংশ। ফলত প্ৰাৰ্থী-খ আৰু প্ৰাৰ্থী-গ ৰ যোৰ অনুযায়ী তুলনাত প্ৰাৰ্থী-গ জয়ী হ'ব। ইয়াত দেখা গৈছে যে যোৰ অনুযায়ী তুলনাত প্ৰাৰ্থী-ক, প্ৰাৰ্থী-খ আৰু প্ৰাৰ্থী-গ দুয়োজনৰ লগত হাৰিছে। অন্যহাতে প্ৰাৰ্থী-গ য়ে যোৰ অনুযাযী তুলনাত প্ৰাৰ্থী-ক আৰু প্ৰাৰ্থী-খ দুয়োকে হৰুৱাইছে, অৰ্থাৎ প্ৰাৰ্থী-গ এজন কণ্ডৰচে' বিজয়ী প্ৰাৰ্থী।

তথ্যসূত্ৰ:

১) Sen A (2020), Majority decision and Condorcet winners, Social Choice and Welfare.

২) Barbera S, Bossert W, Suzumura K (2021), Daunou's Voting Rule and the lexicographic assignment of priorities, Social Choice and Welfare.

ক’লাৎজ অনুমান

প্ৰাঞ্জল তালুকদাৰ

প্ৰাক্তন ছাত্ৰ, গণিতবিজ্ঞান বিভাগ, তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়

আমি সকলোৱে কেতিয়াবা এনেকুৱা কিছুমান প্ৰশ্নৰ সন্মুখীন হ’বলগীয়া হয়, য’ত সেই প্ৰসংগটোৰ বিষয়ে পূৰ্বৱৰ্তী কোনো তথ্য নাথাকিলে উত্তৰ দিবলৈ আমি কেৱল এটাই কাম কৰিব পাৰোঁ, সেয়া হ’ল অনুমান। বোধকৰোঁ, Conjecture শব্দটোৰ নিকটতম প্ৰতিশব্দও হৈছে অনুমান। অৱশ্যে গণিতত Conjecture বুলি ক’লে যিকোনো যাদৃচ্ছিক অনুমানতকৈ (wild or random guess) সুচিন্তিত অনুমানৰ (wise guess) কথাহে বুজোৱা হয়। Conjecture বুলি ক’লে এনে কিছুমান statement/conclusion/proposition বুজোৱা হয়, যিসমূহ দেখাত সঁচা যেন লাগে অথচ ইয়াৰ কোনো অকাট্য প্ৰমাণ পোৱা হোৱা নাই। পুৰণি সময়ৰ পৰাই বহুকেইটা বিখ্যাত Conjectureৰ উপস্থিতিয়ে গণিতৰ পঢ়ুৱৈ আৰু চৰ্চাকাৰীসকলক নতুন নতুন অন্বেষণৰ বাটত ব্যস্ত আৰু ৰোমাঞ্চিত কৰি ৰাখিছে। ভাল অনুমান একোটাই এতিয়ালৈ অজ্ঞাত কথাসমূহৰ বিষয়ে পোনাই দি গণিতক আগুৱাই নি থাকে, খুব সম্ভৱ অন্য এখন গাণিতিক জগতলৈ। সমাধান বা প্ৰমাণ বিচাৰি পোৱাৰ পাছত অনুমানসমূহ সলনি হয় উপপাদ্যলৈ। উদাহৰণস্বৰূপে, ফাৰ্মাৰ শেষ উপপাদ্য, চাৰি ৰঙৰ উপপাদ্য, আদি। আনহাতে, কিছুমান ধ্ৰুপদী অনুমান এতিয়াও ৰৈ আছে সমাধানবিহীনভাৱে। উদাহৰণস্বৰূপে, ৰিম্যান প্ৰকল্প (Riemann hypothesis), গোল্ডব্যাখৰ অনুমান (Goldbach’s conjecture), ইত্যাদি। এই অনুমানসমূহৰ সপক্ষে বা বিপক্ষে কিবা ফলাফল, সমাধান বা প্ৰমাণ দিব পৰাজনলৈ ৰৈ আছে খ্যাতি, যশস্যা, পুৰস্কাৰ আদি, আৰু আগ্ৰহী শিকাৰুসকলৰ কাৰণে হয়তো আছে একো একোখন অনাৱিষ্কৃত গাণিতিক উদ্যান।

এই প্ৰবন্ধটোৰ আলোচ্য বিষয় হ’ল তেনেকুৱা এটা অনুমান, যি ক’লাৎজ অনুমান (Collatz Conjecture) নামেৰে প্ৰসিদ্ধ। জাৰ্মান গণিতজ্ঞ ল’থাৰ ক’লাৎজে (Lothar Collatz), নিজৰ ২৭ বছৰ বয়সত, অৰ্থাৎ ১৯৩৭ চনত আগবঢ়োৱা এই অনুমানটো ‘$৩n+১$ অনুমান’ অথবা ‘চাৰাকিজ সমস্যা (Syracuse problem)’ বুলিও জনাজাত। গণিতৰ বিশাল ক্ষেত্ৰখনত এতিয়ালৈ সমাধান নোহোৱা বুনিয়াদী অনুমানসমূহৰ ভিতৰত ক’লাৎজ অনুমান অন্যতম। এই অনুমানটোৱে ইতিমধ্যে বিশ্বৰ পেছাদাৰী আৰু অপেছাদাৰী গণিতজ্ঞসকলৰ এক বুজন পৰিমাণৰ সময় খৰছ কৰি পেলাইছে।

ক’লাৎজ অনুমানৰ মূল কথাখিনিলৈ যোৱাৰ আগতে আমি অনুমানটোৰ সৈতে জড়িত এটা ফলনৰ বিষয়ে কিছু কথা আলোচনা কৰি লওঁহক। ধৰা হ’ল, স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতিটোৰ ওপৰত ‘Col’ এটা এনেকুৱা ফলন, যাতে

$\mathrm{Col}(n) = ৩n+১,$ যদিহে n এটা অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু

$\mathrm{Col}(n) = n/২,$ যদিহে n এটা যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা।

গতিকে,

$$n = ১ \text{ হ’লে } \mathrm{Col}(n) = ৪,$$
$$n = ২ \text{ হ’লে } \mathrm{Col}(n) = ১, \text{ ইত্যাদি।}$$

প্ৰথম কেইটামান স্বাভাৱিক সংখ্যা n ৰ বাবে $\mathrm{Col}(n)$ ৰ মান ১ নং তালিকাত দেখুওৱা হৈছে।

n	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০
Col(n)	৪	১	১০	২	১৬	৩	২২	৪	২৮	৫	৩৪	৬	৪০	৭	৪৬	৮	৫২	৯	৫৮	১৯

তালিকা - ১

n	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
Col(n)	৪	১	১০	২	১৬	৩	২২	৪	২৮	৫
Col$^{২}(n)$	২	৪	৫	১	৮	১০	১১	২	১৪	১৬
Col$^{৩}(n)$	১	২	১৬	৪	৪	৫	৩৪	১	৭	৮
Col$^{৪}(n)$	৪	১	৮	২	২	১৬	১৭	৪	২২	৪
Col$^{৫}(n)$	২	৪	৪	১	১	৮	৫২	২	১১	২
Col$^{৬}(n)$	১	২	২	৪	৪	৪	২৬	১	৩৪	১
Col$^{৭}(n)$	৪	১	১	২	২	২	১৩	৪	১৭	৪

তালিকা - ২

এতিয়া এই ক'লাৎজ ফলনৰ পুনৰাবৃত্তসমূহ (iterate) বিবেচনা কৰা হওক, য'ত নিৰ্দিষ্ট স্বাভাৱিক সংখ্যা n ৰ বাবে Col ফলনৰ output টোক পৰৱৰ্তী পৰ্যায়ত input হিচাপে লৈ আকৌ Col ফলনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা হয়। অৰ্থাৎ,

$$\mathrm{Col}^{২}(n) = \mathrm{Col}(\mathrm{Col}(n)),$$
$$\mathrm{Col}^{৩}(n) = \mathrm{Col}(\mathrm{Col}(\mathrm{Col}(n))),\ \text{ইত্যাদি।}$$

প্ৰথম কেইটামান স্বাভাৱিক সংখ্যা n ৰ বাবে, Col(n) আৰু Col(n) ৰ কেইটামান পুনৰাবৃত্তৰ মান ২ নং তালিকাত দেখুওৱা হৈছে।

এই ক'লাৎজ পুনৰাবৃত্তসমূহেৰে প্ৰতিটো স্বাভাৱিক সংখ্যা n য়ে একো একোটা ক'লাৎজ অনুক্ৰম বা ক'লাৎজ কক্ষপথৰ সৃষ্টি কৰে (n, Col(n), Col$^{২}(n)$, Col$^{৩}(n)$,...)। উদাহৰণস্বৰূপে, $n =$ ১ য়ে তলৰ পৰ্যায়ক্ৰমিক ক'লাৎজ অনুক্ৰমটোৰ সৃষ্টি কৰে:

$$(১, ৪, ২, ১, ৪, ২, ১, ৪, \ldots)$$

ক'লাৎজ অনুক্ৰমৰ বিষয়ে অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ কথা এটা হ'ল এই যে, যদি এটা ক'লাৎজ অনুক্ৰমে কোনো এটা স্থানত ১ মানটো লয়, তেন্তে তাৰ পিছত অনুক্ৰমটোৱে অসীম সংখ্যকবাৰ ১, ৪, ২ ৰ চক্ৰ (cycle) এটাৰ মাজেৰে ঘূৰি থাকে। উদাহৰণস্বৰূপে, $n =$ ৬ য়ে এই ক'লাৎজ অনুক্ৰমটো সৃষ্টি কৰে: (৬, ৩, ১০, ৫, ১৬, ৮, ৪, ২, ১, ৪, ২, ১, ৪, ২, ১, ...)।

মেঘত হিমকণাসমূহ যেনেকৈ এবাৰ ওপৰলৈ এবাৰ তললৈ জপিয়াই থাকে, ক'লাৎজ অনুক্ৰমবোৰৰ সংখ্যাবোৰেও অনুৰূপ ধৰণে হ্ৰাস আৰু বৃদ্ধি প্ৰদৰ্শন কৰে বাবে ক'লাৎজ অনুক্ৰমবোৰক Hailstone অনুক্ৰম আৰু অনুক্ৰমটোৰ সংখ্যাবোৰক Hailstone সংখ্যা বা Wondrous সংখ্যা বুলিও জনা যায়। সংখ্যাবোৰৰ বঢ়া-টুটাৰ এই কথাটো $n =$ ২৭ ল'লে পোৱা এই ক'লাৎজ অনুক্ৰমটোৰ পৰা বুজিব পৰা যাব: (২৭, ৮২, ৪১, ...)। কিন্তু অৱশেষত এই হিমকণাবোৰ আহি মাটিত পৰিবই, ইয়াৰ কোনো গত্যন্তৰ নাই। ক'লাৎজ অনুমানটোও ঠিক এনেকুৱাই।

ক'লাৎজ অনুমানত কোৱা হৈছে, "প্ৰতিটো ক'লাৎজ অনুক্ৰমে অৱশেষত ১ মানটো লাভ কৰে।" অনুমানটোৰ সম্পৰ্কত প্ৰকাশ হোৱা শতাধিক গৱেষণা-পত্ৰ আৰু অপ্ৰকাশিত বহু কামৰ সত্বেও আজিও ইয়াৰ সৰ্বশেষ সমাধান ওলোৱা নাই। গণিতজ্ঞ শ্বিজুও কাকুটানিয়ে (Shizuo Kakutani) এই অনুমানটোৰ বিষয়ে কৈছিল, "প্ৰায় এমাহৰ বাবে য়েল(বিশ্ববিদ্যালয়)ৰ সকলোৱে এইটোৰ সম্পৰ্কত কাম কৰিছিল, কিন্তু একো ফলাফল ওলোৱা নাছিল। সদৃশ পৰিঘটনা এটা হৈছিল যেতিয়া মই চিকাগো বিশ্ববিদ্যালয়ত এইটোৰ কথা উল্লেখ কৰিছিলোঁ। এটা কৌতুকৰ সৃষ্টি হৈছিল যে এই সমস্যাটো হৈছে আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰত গাণিতিক গৱেষণাক মন্থৰিত কৰাৰ উদ্দেশ্যে কৰা এক ষড়যন্ত্ৰৰ অংশবিশেষ।"

সহজ ভাষাত, ক'লাৎজ অনুমানটোৰ মূল কথাখিনি এনেদৰে ক'ব পাৰি যে, আপুনি যিকোনো এটা সংখ্যা লওক; যদি সংখ্যাটো অযুগ্ম তেন্তে সংখ্যাটোক তিনিগুণ কৰি এক যোগ কৰক, আৰু যদি সংখ্যাটো যুগ্ম তেন্তে ইয়াক আধা কৰক। এই প্ৰক্ৰিয়াটো চলাই থাকক আৰু অৱশেষত আপুনি ১ সংখ্যাটো পাব। অনুমানটোৰ

বিষয়ে এইখিনি কথা জনাৰ পাছত এনেকুৱা লাগে যেন এয়া কেৱল গাণিতিক উৎসুকতা, যাৰ বাস্তৱ পৃথিৱীত কোনো প্ৰায়োগিক গুৰুত্ব নাই! তেন্তে কিয়নো ইয়াৰ সমাধান বিচাৰি থকা হৈছে! কাৰণসমূহ এনেকুৱা:

ক) ই এটা বিশুদ্ধ বৌদ্ধিক প্ৰত্যাহ্বান,

খ) সংখ্যাতত্ত্বক আমি কিমান দূৰলৈ বুজিব পাৰিছো এয়া তাৰেও মাপকাঠী,

গ) এইটো সমাধান বা প্ৰমাণ কৰিবলৈ চেষ্টা কৰি থাকোঁতে গণিতৰ অন্যান্য শাখাসমূহৰ সৈতে উদ্ভৱ হোৱা সম্পৰ্ক,

ঘ) গতিশীল প্ৰণালীৰ (dynamical system) ই এটা সৰল অথচ গুৰুত্বপূৰ্ণ আৰ্হি।

অৱশ্যে সমাধান কৰোঁতালৈ ইতিমধ্যে ঘোষণা কৰি থোৱা পুৰস্কাৰৰ ধনৰাশিকো ওপৰৰ এটা কাৰণ হিচাপে অন্তৰ্ভুক্ত কৰিব পাৰি। এই পুৰস্কাৰসমূহৰ ভিতৰত আছে ৰ'য়েল চ'ছাইটিৰ সভ্য হেৰল্ড কক্সেটাৰৰ (Harold Coxeter) ৫০ ডলাৰ, গণিতজ্ঞ পল এয়াৰডছৰ (Paul Erdos) ৫০০ ডলাৰ, আৰু ছাৰ ব্ৰায়ান থ্বেইটছৰ (Sir Bryan Thwaites) ১০০০ ইউৰো ধনৰাশি, ইত্যাদি।

গণিতৰ ভাষাত ক'বলৈ হ'লে গতিশীল (বিচ্ছিন্ন) প্ৰণালী এটা হ'ল এটা অৱস্থা ক্ষেত্ৰ (state space) X, যাৰ ওপৰত সংজ্ঞাবদ্ধ হৈ থাকে এটা স্থানান্তৰ ফলন (shift map) T, অৰ্থাৎ T ফলনটো X ৰ পৰা X লৈ। $T, T^২, T^৩, \dots$ আদি পুনৰাবৃত্তসমূহে প্ৰণালীটোৰ গতিতত্ত্বক ব্যাখ্যা কৰে। ক'লাৎজ গতিশীল প্ৰণালীত অৱস্থা ক্ষেত্ৰসমূহ হ'ল স্বাভাৱিক সংখ্যাসমূহ $\{১, ২, ৩, \dots\}$, আৰু স্থানান্তৰ ফলনটো হ'ল ওপৰত উল্লেখিত Col ফলন। বিচ্ছিন্ন গতিশীল প্ৰণালীসমূহৰ সহোদৰ হৈছে নিৰৱচ্ছিন্ন গতিশীল প্ৰণালী, য'ত গতিতত্ত্বসমূহ সূচোৱা হয় সাধাৰণ অৱকলজীয় সমীকৰণ বা আংশিক অৱকলজীয় সমীকৰণেৰে। পৰিস্থিতি তন্ত্ৰ, জলবায়ু আদিৰ দৰে বাস্তৱ জীৱনৰ বহু গুৰুত্বপূৰ্ণ প্ৰণালীক নিৰৱচ্ছিন্ন গতিশীল প্ৰণালী হিচাপে অধ্যয়ন কৰিব পৰা যায়। ক'লাৎজ অনুমানে এই কথাটোতো আলোকপাত কৰে যে বৰ সৰল যেন লগা সমীকৰণেও অভাৱনীয় ৰূপত জটিল প্ৰণালীৰ সৃষ্টি কৰিব পাৰে।

এতিয়া আহিছোঁ সমাধানৰ কথালৈ। আমি যেতিয়া গণিতৰ কোনো এটা সমস্যা সম্পূৰ্ণৰূপে সমাধান কৰিব নোৱাৰো, তেতিয়া আমি ইয়াৰ আংশিক ফলাফলসমূহলৈ মনোযোগ দিও। যদিও এই আংশিক ফলাফলসমূহে আমাক সম্পূৰ্ণ সমাধানৰ ফালে আগুৱাই নিনিয়ে তথাপি প্ৰায়েই এইবিলাকে সমস্যাটোৰ বিষয়ে কিছু অন্তৰ্দৃষ্টি প্ৰদান কৰে। কেতিয়াবা সমাধানৰ ক্ষেত্ৰত থকা বাধাসমূহ (obstructions) চিনাক্তকৰণেও আমাক এটা সিদ্ধান্তৰ ফালে অগ্ৰসৰ হোৱাত সহায় কৰে। এটা সমস্যাৰ লগত সম্পৰ্কিত আন সমস্যাসমূহৰ প্ৰতিউদাহৰণসমূহে (counterexample) আমাক মূল সমস্যাটোৰ সমাধানৰ ক্ষেত্ৰত থাকিব পৰা জটিলতাৰ বিষয়ে অৱগত কৰাব পাৰে। ক'লাৎজ অনুমানৰ কেইটামান গুৰুত্বপূৰ্ণ আংশিক ফলাফল আৰু বাধাৰ বিষয়ে তলত আলোচনা কৰা হ'ল।

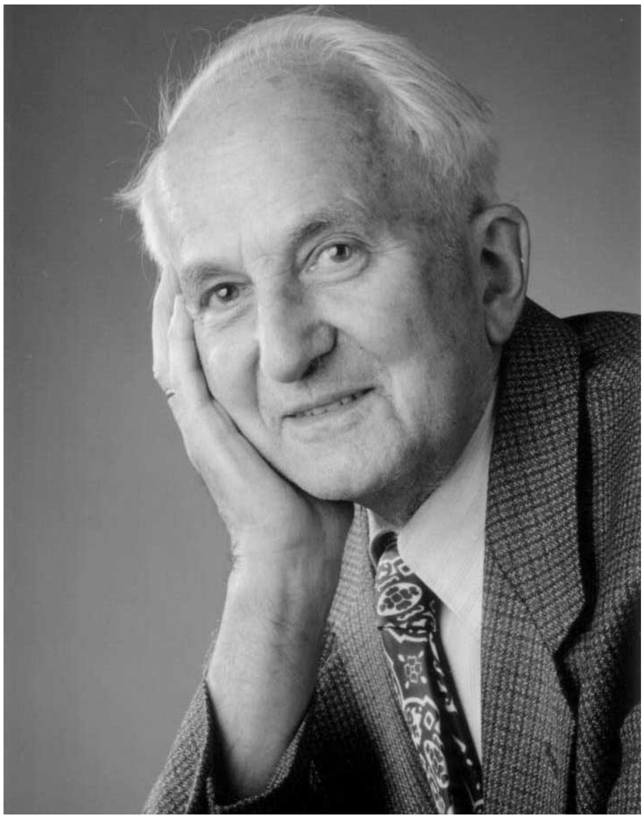
২০১৭ চনত এটা সংগণন প্ৰকল্পত (computing project) আৰম্ভণি, মানে ১ৰ পৰা $১০^{২০}$ লৈ আটাইবোৰ স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ কাৰণে এই অনুমানটোৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰা হৈছে। গতিকে, সাধাৰণভাৱে কাগজ কলম লৈ এটা প্ৰতিউদাহৰণ বিচাৰি পোৱাৰ সম্ভাৱনা তেনেই ক্ষীণ। আনহাতে, যদি $১, ২, ৪, ১, \dots$ এই চক্ৰটোৰ বাহিৰে অন্য এটা অসীমভাৱে পুনৰাবৃত্তি হোৱা চক্ৰ পোৱা যায়, তেতিয়াও আমি এই অনুমানটোৰ বিপক্ষে ক'ব পৰা অৱস্থা এটালৈ আহিব পাৰোঁ। আকৌ, ১৯৯৩ চনত শ্ব'লোম এলিয়াহোয়ে (Shalom Eliahou) দেখুৱাইছিল যে এনেকুৱা এটা চক্ৰৰ ন্যূনতম দৈৰ্ঘ্য হ'ব লাগিব ১৭,০৮৭,৯১৫ । গতিকে, অনুমানটোৰ বিপক্ষে যোৱাকৈ কোনেও সহজতে এটা চুটি চক্ৰ পাব নোৱাৰে। বাধাসমূহৰ ভিতৰত এটা হ'ল ক'লাৎজ সদৃশ অনুক্ৰমত এনেকুৱা চক্ৰৰ উপস্থিতি। উদাহৰণস্বৰূপে, যদি আমি Col ফলনটোত অযুগ্ম সংখ্যাবোৰক $৩n + ১$ ৰ সলনি $৩n - ১$ ৰ সৈতে সংজ্ঞাবদ্ধ কৰো, তেন্তে এই নতুন অনুক্ৰমবোৰত আমি আন দুটা অসীম চক্ৰ দেখিবলৈ পাওঁ, আৰু ইয়াৰ বাহিৰে অন্য অসীম চক্ৰ আছে নে নাই এইবিষয়ে জনা নাযায়। অৱশ্যে এই বাধাটোৱে আমাক দেখুৱায় যে ক'লাৎজ অনুমানৰ প্ৰমাণৰ কোনো এটা স্তৰত $৩n+১$ ফলনৰ এনে এটা ধৰ্ম ব্যৱহৃত হ'ব, যিটো $৩n-১$ ফলনে মানি নচলে। এই তাৎপৰ্যপূৰ্ণ ক'লাৎজ চক্ৰসমূহৰ অনুপস্থিতিয়ে সংখ্যাতত্ত্বৰ দুৰূঢ় উপপাদ্য এটাৰ ফালে সূচায়। উপপাদ্যটো হৈছে, "২ৰ ঘাত(power) আৰু ৩ৰ ঘাতৰ মাজৰ পাৰ্থক্যই ক্ৰমান্বয়ে অসীমলৈ গতি কৰে।" যদি ২ৰ ঘাত এটা আৰু ৩ৰ ঘাত এটা খুব ওচৰা-ওচৰিকৈ থাকে, তেন্তে ইহঁতক এটা ক'লাৎজ চক্ৰ সৃষ্টি কৰাৰ কাৰণে ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। অৱশ্যে ওপৰৰ উপপাদ্যটো সত্য বুলি জনা গৈছে। বেকাৰৰ উপপাদ্য বুলি জনাজাত গভীৰ ফলাফল এটাৰে এই জটিল প্ৰমাণটো কৰিব পাৰি। উল্লেখ্য যে এই বেকাৰৰ উপপাদ্যৰ কাৰণেই এলান বেকাৰে (Alan Baker) ১৯৭০ চনত সন্মানীয় ফিল্ডছ্ মেডেল লাভ কৰিছিল। গতিকে প্ৰতীয়মান হয় যে ক'লাৎজ অনুমান সমাধান কৰা কাৰ্য্য বেকাৰৰ উপপাদ্য প্ৰমাণ কৰাতকৈ কোনোগুণেই সহজ নহয়।

অৱশ্যে কোনোবাই এই গণনাখিনি বিপৰীতফালৰ পৰাও কৰিব পাৰে আৰু দেখুৱাব পাৰে যে ক'লাৎজ পুনৰাবৃত্তিৰ যোগেদি বহু

সংখ্যাক অৱশেষত ১ লৈ পঠিয়াব পাৰি। কম্পিউটাৰৰ সহায়ত কৰা এটা প্ৰমাণৰ যোগেদি ২০০৩ চনত ইলিয়া ক্ৰেচিক'ভ (Ilia Krasikov) আৰু জেফ্ৰি ক্লাৰ্ক লেগেৰিয়াছয়ে (Jeffrey Clark Lagarias) দেখুৱাইছিল যে কোনো এটা ডাঙৰ সংখ্যা x ৰ বাবে, ১ আৰু x ৰ মাজত অন্ততঃ $x^{০.৮৪}$ টা n ৰ আৰম্ভণি মান পোৱা যায় যাৰ ক'লাৎজ পুনৰাবৃত্তিয়ে অৱশেষত ১ মানটো লয়। ১৯৮৭ চনত জন হৰ্টন কনৱে'য়ে (John Horton Conway) ফ্ৰেক্ট্ৰাণ (FRACTRAN) নামৰ এবিধ নতুন কম্পিউটাৰৰ ভাষা উদ্ভাৱন কৰিছিল, য'ত প্ৰতিটো প্ৰগ্ৰাম আছিল ক'লাৎজ ফলন Col ৰ ভিন্নৰূপ (variant)। এই অনুক্ৰমবিলাকৰ outputসমূহ গাণিতিক গণনা কৰাৰ অৰ্থে ব্যৱহাৰ কৰিব পৰা গৈছিল। উদাহৰণস্বৰূপে, Prime নামৰ ফ্ৰেক্ট্ৰাণ প্ৰগ্ৰামটোৱে কোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা n ক Prime(n) ৰ সৈতে সংজ্ঞাবদ্ধ কৰে, য'ত Prime(n) ৰ মান হ'ল তলত দিয়া ধৰণৰ:

- ১৭n/৯১, যদিহে n সংখ্যাটো ৯১ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ৭৮n/৮৫, যদিহে n সংখ্যাটো ৮৫ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ১৯n/৫১, যদিহে n সংখ্যাটো ৫১ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ২৩n/৩৮, যদিহে n সংখ্যাটো ৩৮ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ২৯n/৩৩, যদিহে n সংখ্যাটো ৩৩ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ৭৭n/২৯, যদিহে n সংখ্যাটো ২৯ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ৯৫n/২৩, যদিহে n সংখ্যাটো ২৩ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ৭৭n/১৯, যদিহে n সংখ্যাটো ১৯ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- n/১৭, যদিহে n সংখ্যাটো ১৭ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ১১n/১৩, যদিহে n সংখ্যাটো ১৩ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ১৩n/১১, যদিহে n সংখ্যাটো ১১ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ১৫n/২, যদিহে n সংখ্যাটো ২ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- n/৭, যদিহে n সংখ্যাটো ৭ৰে বিভাজ্য, অন্যথা
- ৫৫n

মন কৰিবলগীয়া কথা এটা হ'ল, এই Prime program ত ২ ৰ কক্ষপথটোৱে অৰ্থাৎ ২, Prime(২), Prime^{২}(২), Prime^{৩}(২), ইত্যাদিয়ে ২ ৰ ২^{p} ঘাতসমূহৰ মান লয়, যাৰ সূচকসমূহ মৌলিক সংখ্যা (অৱশ্যে ইয়াত বহু মান এনেকুৱাও আছে যিসমূহ ২ৰ ঘাত নহয়)। এই ফ্ৰেক্ট্ৰাণ প্ৰগ্ৰামটোৱে মৌলিক সংখ্যাসমূহ গণনা কৰি উলিয়ায়। কাৰ্যতঃ, ফ্ৰেক্ট্ৰাণ ভাষাটো 'টিউৰিং সম্পূৰ্ণ' (Turing Complete)। চমুকৈ ক'বলৈ গ'লে কথাটো এনেকুৱা যে এটা সাধাৰণ কম্পিউটাৰৰ সহায়ত কৰিব পৰা যিকোনো গণনাকাৰ্য একোটা ফ্ৰেক্ট্ৰাণ প্ৰগ্ৰামৰ সহায়ত কৰিব পৰা যায়। ফ্ৰেক্ট্ৰাণ প্ৰগ্ৰাম আৰু ক'লাৎজ অনুমান সম্পৰ্কীয় এটা বাধা হ'ল এই যে কিছুমান এনেকুৱা ফ্ৰেক্ট্ৰাণ প্ৰগ্ৰাম অনুক্ৰম আছে, যাৰ ক্ষেত্ৰত এইটো সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ব নোৱাৰি যে এই অনুক্ৰমবোৰে একোটা নিৰ্দিষ্ট লক্ষ্য মান (target value) লাভ কৰে নে নাই। টিউৰিং মেচিনৰ Halting Problem ৰ ক্ষেত্ৰত একো সিদ্ধান্ত ল'ব নোৱৰা ঘটনাটোৰ সৈতে ই সম্পৰ্কিত। এই বাধাখিনিয়ে সূচায় যে অনুমানটোৰ লগত জড়িত হৈ থকা সকলো প্ৰশ্ন সমাধা কৰিব পৰাকৈ কোনো সাধাৰণ এলগ'ৰিদম নাই। অনুমানটোৰ যিকোনো সমাধানে ক'লাৎজ ফলন Col ৰ কিছুমান বিশেষ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব যিসমূহ সাধাৰণ ফ্ৰেক্ট্ৰাণ প্ৰগ্ৰামসমূহে মানি নচলে।



আমাক পতিয়ন নিয়াব পৰাকৈ heuristic যুক্তি(argument)ৰ ওপৰত আধাৰিত আন এটা আংশিক ফলাফল আছে যিয়ে ক'লাৎজ অনুমানৰ সত্যতা পূৰ্বানুমান কৰে। যুক্তিটো এনেধৰণৰ: আমি জানোঁ যে Col ফলনে এটা অযুগ্ম সংখ্যা n ক এটা তুলনামূলকভাৱে ডাঙৰ সংখ্যা ৩n+১ লৈ নিয়ে। নিশ্চিতভাৱে এই ৩n + ১ সংখ্যাটো এটা যুগ্ম সংখ্যা। গতিকে, ইয়াৰ ওপৰত Col ফলনৰ পৰৱৰ্তী কাৰ্য হ'ব ২ ৰে হৰণ কৰা।

$$n \rightarrow ৩n + ১ \rightarrow (৩n + ১)/২$$

Heuristic ভাৱে, ৫০ শতাংশ সম্ভাৱনা থাকে $(৩n+১)/২$ সংখ্যাটো যুগ্ম হোৱাৰ, আৰু পৰৱৰ্তী Col ফলনে তাক পুনৰ ২ ৰে হৰণ কৰাৰ। এটা সম্ভাৱিতা তত্ত্বৰ গণনাই দেখুৱাইছে যে এটা অযুগ্ম সংখ্যা পোৱাৰ আগতে প্ৰায় (expected value) দুবাৰ ২ ৰে হৰণ কৰিব পৰা যায়।

$$n \to ৩n+১ \to (৩n+১)/২ \to (৩n+১)/৪$$

গতিকে, যদিহে এটা অযুগ্ম সংখ্যা n ৰ পৰা আৰম্ভ কৰা হয়, তেন্তে ক'লাৎজ অনুক্ৰমটোত পৰৱৰ্তী অযুগ্ম সংখ্যাটো গড় হিচাপত প্ৰায় $৩n/৪$ হ'ব বুলি আশা কৰিব পাৰি। এইদৰে, অনুক্ৰমটোত অযুগ্ম সংখ্যাৰ গড় মান কমি কমি ১ৰ ফালে ধাৱমান হ'ব, যিটোৱে ক'লাৎজ অনুমানৰ শুদ্ধতাক সমৰ্থন কৰে। এই heuristicটোৱে পূৰ্বানুমান কৰে যে ক'লাৎজ ফলনৰ কিছু ভিন্নৰূপ, যেনে $৫n+১$ ফলনৰ কাৰণে এনে কক্ষপথ থাকিব যিসমূহে অসীমলৈ গতি কৰে। $৫n+১$ ফলনৰ কাৰণে পোৱা সাংখ্যিক মানসমূহেও কক্ষপথৰ এই কথাখিনিক সমৰ্থন কৰা যেন লাগে। উদাহৰণস্বৰূপে, $n=৭$ ৰ কাৰণে $৫n+১$ ফলনৰ (যুগ্ম সংখ্যাৰ কাৰণে $৩n+১$ ফলনৰ সৈতে একে) পুনৰাবৃত্তসমূহ হ'ব: ৭, ৩৬, ১৮, ৯, ৪৬, ২৩, ১১৬, ৫৮, ২৯, ১৪৬, ৭৩, ৩৬৬, ১৮৩, ৯১৬, ৪৫৮, ২২৯, ১১৪৬, ৫৭৩, ২৮৬৬, ১৪৩৩, ৭১৬৬, ৩৫৮৩, ১৭৯১৬, . . . ইত্যাদি।

পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ সহায়ত অধ্যয়ন কৰিলে এই heuristicখিনিও কিছু আংশিক ফলাফললৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পৰা যায়। 'সকলোবোৰ (all) ক'লাৎজ কক্ষপথৰ গতি-প্ৰকৃতি (behavior) অধ্যয়ন কৰাৰ সলনি 'প্ৰায় সকলোবোৰ' (almost all) ক'লাৎজ অনুক্ৰমৰ গতি-প্ৰকৃতি অধ্যয়ন কৰি এই আংশিক ফলাফলসমূহ পাব পাৰি (এই অধ্যয়নত এটা নিৰ্দিষ্ট সম্ভাৱনা ঘনত্বৰ তলৰ বা খুব কম সংখ্যকবাৰ আবিৰ্ভাৱ হোৱা ক'লাৎজ অনুক্ৰমসমূহ আওতাৰ বাহিৰত ৰখা হয়)। ১৯৭৬ চনত ৰিহো টেৰাছে (Riho Terras) দেখুৱাইছিল যে n ৰ 'প্ৰায় সকলোবোৰ' আৰম্ভণি মান অৱশেষত n তকৈ সৰু মানলৈ পুনৰাবৃত্ত হয়। ইয়াৰ পাছত যদি কোনোবাই এইটো দেখুৱাব পাৰে যে n ৰ 'সকলোবোৰ' আৰম্ভণি মানেই n তকৈ সৰু মান এটালৈ পুনৰাবৃত্ত হয়, তেন্তে এই ফলাফলটোৰ পুনঃ পুনঃ ব্যৱহাৰৰ দ্বাৰা আমি ক'লাৎজ অনুমানৰ সত্যতা প্ৰমাণ কৰিব পাৰোঁ। টেৰাছৰ এই ফলাফলটোৰ পথেৰেই বছৰৰ পাছত বছৰ ধৰি বহুজনে আগুৱাবলৈ চেষ্টা কৰি আছে। ১৯৭৯ চনত জ্য পল এল্যুচে (Jean Paul Allouche) দেখুৱালে যে n ৰ প্ৰায় সকলোবোৰ আৰম্ভণি মানেই অৱশেষত $n^{০.৮৬৯}$ তকৈ সৰু মান এটালৈ পুনৰাবৃত্ত হয়। ১৯৯৪ চনত আইভান ক'ৰেকে (Ivan Korec) এই সীমাটো $n^{০.৭৯২৫}$ লৈ কমাই আনে। ২০১৯ চনত টেৰেন্স টাৱে দেখুৱায় যে, যিবোৰ ফলন f য়ে অতি মন্থৰ গতিত হ'লেও, ক্ৰমাৎ অসীমলৈ বৃদ্ধি হয়, সেইবোৰ ফলন f ৰ বাবে, n ৰ প্ৰায় সকলোবোৰ আৰম্ভণি মানেই অৱশেষত $f(n)$ তকৈ সৰু মান এটালৈ পুনৰাবৃত্ত হয়। অৰ্থাৎ, "প্ৰায় সকলোবোৰ ক'লাৎজ কক্ষপথেই প্ৰায় সীমাবদ্ধ মানহে গ্ৰহণ কৰে।" উদাহৰণস্বৰূপে, n ৰ প্ৰায় সকলোবোৰ আৰম্ভণি মানেই অৱশেষত $\log(\log(\log(\log(n))))$ তকৈ সৰু মান এটালৈ পুনৰাবৃত্ত হয়। টাওৰ এই কামখিনিৰ বিষয়ে কোৱাণ্টা (Quanta) আলোচনীয়ে এই বুলি লিখিছিল যে বহু দশকৰ ভিতৰত ক'লাৎজ অনুমানৰ বিষয়ে পোহৰলৈ অহা গুৰুত্বপূৰ্ণ ফলাফলসমূহৰ ভিতৰত এইবোৰ অন্যতম ("Tao came away with one of the most significant results on the Collatz conjecture in decades.")। অনুমানটো প্ৰত্যক্ষভাৱে সমাধান নকৰাকৈ আমি অনুমানটোৰ ইমানখিনি ওচৰলৈকে যাব পাৰোঁ। দুৰ্ভাগ্যক্ৰমে, প্ৰমাণটোত ব্যৱহাৰ হোৱা পৰিসাংখ্যিক পদ্ধতিবোৰেৰে এতিয়ালৈকে ক'লাৎজ অনুমানটোৰ সৰ্বশেষ সমাধান এটা পাব পৰা হোৱা নাই। আগতেই কোৱা হৈছে যে ক'লাৎজ অনুমান হৈছে গতিশীল প্ৰণালী এটাৰ সৰল আৰ্হি। সেয়েহে এয়া সহজে অনুমেয় যে অন্যান্য গতিশীল প্ৰণালীৰ বাবে ব্যৱহৃত উপপাদ্য আৰু ফলাফলবোৰৰ প্ৰভাৱ ক'লাৎজ অনুমানৰ এই অধ্যয়নসমূহৰ ওপৰতো আছে। উদাহৰণস্বৰূপে, অৰৈখিক শ্ৰু'ডিংগাৰ (Schrödinger) সমীকৰণৰ বাবে এটা অপৰিৱৰ্তনীয় জোখ (invariant measure) গঠন কৰাৰ বিষয়ে ১৯৯৪ চনত জন বৰ্গেইনে (Jean Bourgain) দিয়া ফলাফল এটাৰ সুস্পষ্ট প্ৰভাৱ ক'লাৎজ অনুমানৰ বিষয়ে এইমাত্ৰ আলোচনা কৰা যুক্তিখিনিৰ ওপৰত আছে। ক'লাৎজ পুনৰাবৃত্তিৰ এটা সমস্যা হ'ল যে সংখ্যাসমূহৰ বিতৰণক ই অধিক পৰিমাণে বিকৃত কৰে। গতিকে, অধিক পুনৰাবৃত্তিৰ লগে লগে অনুক্ৰমৰ মানসমূহৰ পৰিসাংখ্যিক আচৰণ অধ্যয়নৰ আয়ত্তৰ বাহিৰলৈ গুচি যায়। শেহতীয়াকৈ টেৰেন্স টাৱে এটা অপৰিৱৰ্তনীয় জোখ, অৰ্থাৎ সংখ্যাসমূহৰ এটা বিতৰণ (distribution) গঠন কৰিবলৈ সক্ষম হৈছে, যিসমূহে নিজৰ ক্ষুদ্ৰতৰ সংস্কৰণ এটালৈ নিজকে পুনৰাবৃত্ত কৰে।

১৯৩৭ চনৰ পৰা এতিয়ালৈ প্ৰায় ৮৪ বছৰকাল এই বিখ্যাত অনুমানটোৱে গাণিতিক জগতৰ বহু সময়, বহু পৃষ্ঠা, আৰু বহু উৎসুক আৰু অনুসন্ধানী মনৰ চিন্তা দখল কৰি আহিছে। সম্পূৰ্ণ সমাধানৰ দুৱাৰ পাবলৈ ক'লাৎজ অনুমানে বৰ্তমান সময়ৰ গণিত আৰু গণিতজ্ঞসকলৰ পৰা আৰু কিমান অন্বেষণ আশা কৰে, সেয়া মাথোঁ অনাগত সময়েহে ক'ব পাৰিব। সম্ভৱতঃ এয়া অনুমান কৰিয়েই গণিতজ্ঞ পল এৰড'চে এবাৰ ক'লাৎজ অনুমানৰ বিষয়ে কৈছিল, "এনেকুৱা সমস্যাৰ কাৰণে গণিতশাস্ত্ৰ এতিয়াও সাজু হৈ নুঠিবও পাৰে।"

[টেৰেন্স টাওৰ এটি বক্তৃতাৰ আলমত।]

শান্তিৰাম দাস স্মাৰক চতুৰ্থ বক্তৃতা:

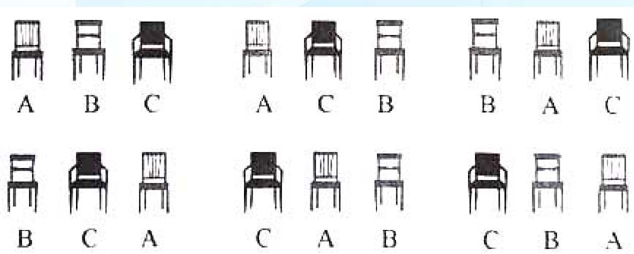
বিন্যাস আৰু জোঁটৰ ব্যৱহাৰিক প্ৰয়োগ আৰু গণিতৰ অন্যান্য শাখাত ইয়াৰ গুৰুত্ব

ড০ চন্দ্ৰৰেখা মহন্ত

আজিৰ বক্তৃতাৰ মূল বিষয়-বস্তু হৈছে বিন্যাস আৰু জোঁট। এই বিন্যাস আৰু জোঁট নো কি? সংজ্ঞামতে, কিছুসংখ্যক বস্তুৰ এটা সংগ্ৰহৰ পৰা আটাইবোৰ বা এক নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক বস্তু বাছি লৈ এক বিশেষ ক্ৰমত সজোৱা একোটা সাজোনক একোটা বিন্যাস (Permutation) বুলি কোৱা হয়। আৰু, কিছুসংখ্যক বস্তুৰ এটা সংগ্ৰহৰ পৰা আটাইবোৰ বা এক নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক বস্তু বাছি লৈ গঠন কৰা একোটা গোটক জোঁট (Combination) বুলি কোৱা হয়।

বিশেষভাৱে উল্লেখ নাথাকিলে সকলো সাজোন একোটা শাৰীত এক বিশেষ ক্ৰমত থকা বুলি ধৰা হয়, আৰু বস্তুবোৰ পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ বিন্যাস কৰা বুলি ধৰা হয়। আনহাতে, একোটা জোঁটত বস্তুকেইটাৰ থূপটোহে চোৱা হয়, কোনটো ক্ৰমত বস্তুবোৰ সজোৱা আছে সেইটো চোৱা নহয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰি ললোঁ আমাৰ তিনিখন ভিন্নৰঙী চকী আছে– ৰঙা (A), নীলা (B) আৰু সেউজীয়া (C)। এই চকী তিনিখনক একেশাৰীতে তলত দিয়া ছয় ধৰণে সজাব পাৰি:

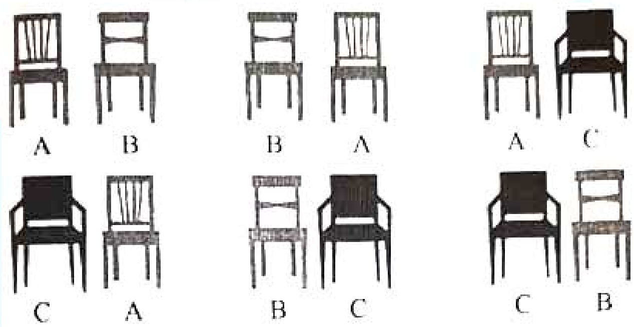


প্ৰতিটো সাজোনতে চকী তিনিখন একোটা বিশেষ ক্ৰমত আছে। এই সাজোনবিলাকৰ প্ৰতিটোৱেই একোটা বিন্যাস। চকী তিনিখনৰ গোটটো এটা জোঁট।

এতিয়া যদি তিনিখন চকীৰ পৰা যিকোনো দুখন বাছি ল'ব লাগে, তেন্তে আমি তলত দিয়া ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰোঁ:

ৰঙা নীলা, ৰঙা সেউজীয়া, নীলা সেউজীয়া।

অৰ্থাৎ আমি তিনিটা বেলেগ বেলেগ গোট গঠন কৰিব পাৰোঁ। প্ৰতিটো গোটৰে চকী দুখন তলত দিয়া ধৰণে সজাব পাৰি:



এই সাজোনৰ প্ৰতিটোৱেই একোটা বিন্যাস। গতিকে, এইক্ষেত্ৰত আমি তিনিটা জোঁট আৰু ছয়টা বিন্যাস পাওঁ।

একেদৰেই, যিকোনো তিনিটা অংক, যেনে ১, ২, ৩ ৰে (অংকৰ পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ) ১২৩, ১৩২, ২১৩, ২৩১, ৩১২, ৩২১ – এই ছয়টা সংখ্যা লিখিব পাৰি। অৰ্থাৎ ছয়টা বিন্যাস পাব পাৰি। এইক্ষেত্ৰত জোঁট মাত্ৰ এটা।

অংক তিনিটাৰ মাজৰ পৰা এবাৰত দুটাকৈ অংক বাছি ল'লে আমি (১, ২), (১, ৩), (২, ৩) – এই তিনিটা জোঁট পাওঁ। আৰু ইয়াৰ প্ৰতিটোৰ পৰা পোৱা দুটাকৈ বিন্যাসেৰে মুঠ ছয়টা বিন্যাস পাওঁ: **১২, ২১, ১৩, ৩১, ২৩, ৩২**।

চাৰিটা অংক, যেনে **১, ২, ৩, ৪** ৰ পৰা একোবাৰত দুটাকৈ বাছি ল'লে (১, ২), (১, ৩), (১, ৪), (২, ৩), (২, ৪), (৩, ৪) – এই ছয়টা জোঁট পোৱাৰ বিপৰীতে অংকৰ পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ প্ৰতিটো জোঁটৰ পৰা পোৱা মুঠ **১২** টা বিন্যাসেৰে আমি **১২, ২১, ১৩, ৩১, ১৪, ৪১, ২৩, ৩২, ২৪, ৪২, ৩৪, ৪৩** – এই বাৰটা সংখ্যা পাওঁ।

একোবাৰত তিনিটাকৈ বাছি ল'লে (১, ২, ৩), (১, ২, ৪), (১, ৩, ৪), (২, ৩, ৪) – এই চাৰিটা জোঁট পোৱাৰ বিপৰীতে

১২৩, ১২৪, ১৩২, ১৩৪, ১৪২, ১৪৩,
২১৩, ২১৪, ২৩১, ২৩৪, ২৪১, ২৪৩,
৩১২, ৩১৪, ৩২১, ৩২৪, ৩৪১, ৩৪২,
৪১২, ৪১৩, ৪২১, ৪২৩, ৪৩১, ৪৩২,

এই ২৪ টা বিন্যাসেৰে মুঠ ২৪ টা সংখ্যা পাওঁ।

আনহাতে, এবাৰত গোটেইকেইটা অংক ল'লে, এটা মাত্ৰ জোঁট (১, ২, ৩, ৪) পোৱাৰ বিপৰীতে মুঠ ২৪ টা বিন্যাসেৰে

১২৩৪, ১২৪৩, ১৩২৪, ১৩৪২, ১৪২৩, ১৪৩২,
২১৩৪, ২১৪৩, ২৩১৪, ২৩৪১, ২৪১৩, ২৪৩১,
৩১২৪, ৩১৪২, ৩২১৪, ৩২৪১, ৩৪১২, ৩৪২১,
৪১২৩, ৪১৩২, ৪২১৩, ৪২৩১, ৪৩১২, ৪৩২১,

এই ২৪ টা সংখ্যা পাওঁ।

এনেদৰে আগবাঢ়ি গৈ থাকি আমি তলত দিয়া ধৰণৰ তালিকা এখন সাজি ল'ব পাৰোঁ:

মুঠ বস্তুৰ সংখ্যা	একোবাৰত লোৱা বস্তুৰ সংখ্যা	মুঠ জোঁটৰ সংখ্যা	মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা
১	১	১	১
২	১	২	২
২	২	১	২
৩	১	৩	৩
৩	২	৩	৬
৩	৩	১	৬
৪	১	৪	৪
৪	২	৬	১২
৪	৩	৪	২৪
৪	৪	১	২৪
...	...	...	...

এই তালিকাখন চাই আমি এতিয়া ক'ব পাৰিমনে– n টা ভিন্ন বস্তুৰ পৰা এবাৰত r টা $(r \leq n)$ কৈ বস্তু বাছি ল'লে কিমানটা জোঁট আৰু কিমানটা বিন্যাস পোৱা যাব?

কথাটো নিশ্চয়কৈ ইমান সহজ নহয়।

সেয়েহে, গণিতত সদায় কম কথাৰে কম সময়তে সমস্যা সমাধানৰ বাবে একোটা সূত্ৰ বা তত্ত্ব উদ্ভাৱন কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা হয়। গাণিতিক ভাৱে এনে প্ৰশ্ন সমাধানৰ ক্ষেত্ৰত আমাক এটা বিশেষ সূত্ৰই অভাৱনীয়ভাৱে সহায় কৰে। সেইটো হ'ল:

গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰ (Fundamental Principle of Counting):

যদি কোনো এটা প্ৰক্ৰিয়া বা কাৰ্য m প্ৰকাৰে সম্পাদন কৰিব পাৰি, আৰু এই m প্ৰকাৰৰ প্ৰতিটোৰ অনুৰূপে এটা দ্বিতীয় প্ৰক্ৰিয়া বা কাৰ্য n প্ৰকাৰে সম্পাদন কৰিব পাৰি, তেন্তে দুয়োটা প্ৰক্ৰিয়া বা কাৰ্য যুটীয়াভাৱে $m \times n$ প্ৰকাৰে সম্পাদন কৰিব পাৰি।

উদাহৰণ স্বৰূপে, ধৰি ললোঁ ৰঙামাটি আৰু গুৱাহাটীৰ মাজত ৬ খন বাছ চলাচল কৰে। কোনোবা এজনে ঠিক কৰিলে যে তেওঁ যিখন বাছত ৰঙামাটিৰ পৰা গুৱাহাটীলৈ যাব সেই একেখন বাছতে ঘূৰি নাহি আন বাছকেইখনৰ যিকোনো এখনত গুৱাহাটীৰ পৰা ৰঙামাটিলৈ ঘূৰি আহিব। ভ্ৰমণৰসিক ব্যক্তিজনে এতিয়া চিন্তা কৰি আছে– পুনৰাবৃত্তি নোহোৱালৈকে তেওঁ এইদৰে কিমান দিন অহা-যোৱা কৰিব পাৰিব?

বন্ধু এজনে তেওঁক ক'লে যে এইদৰে তেওঁ ৩০ দিন অহা যোৱা কৰিব পাৰিব। তেওঁ অলপ আচৰিত হ'ল। বাছ মাত্ৰ ৬ খন। তাতে প্ৰতিদিনে মাত্ৰ ২ খন বাছতহে উঠিব। এনেকৈ ৩০ দিন! বিনা প্ৰমাণে তেওঁ কথাটো মানি ল'বলৈ টান পালে। গতিকে তেওঁ কাগজ-কলম লৈ বহি গল। বাছ কেইখনৰ নামকৰণ কৰি ল'লে– ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬।

প্ৰথমেই তেওঁ ১ নং বাছখনত ৰঙামাটিৰ পৰা গুৱাহাটীলৈ যোৱাটো ঠিক কৰি দেখিলে যে (যোৱা-অহা) কামটো তলত দিয়া ৫ ধৰণে কৰিব পাৰি:

$$(১,২),(১,৩),(১,৪),(১,৫),(১,৬)।$$

সেইদৰে বাকী বাছকেইখনৰ ক্ষেত্ৰতো (যোৱা-অহা) কামটো তলত দিয়া ধৰণেৰে কৰিব পাৰি:

(২, ১), (২, ৩), (২, ৪), (২, ৫), (২, ৬);
(৩, ১), (৩, ২), (৩, ৪), (৩, ৫), (৩, ৬);
(৪, ১), (৪, ২), (৪, ৩), (৪, ৫), (৪, ৬);
(৫, ১), (৫, ২), (৫, ৩), (৫, ৪), (৫, ৬);
(৬, ১), (৬, ২), (৬, ৩), (৬, ৪), (৬, ৫)।

অৰ্থাৎ যোৱা কামটো ৬ ধৰণে কৰিব পাৰি, আৰু ইয়াৰ প্ৰতিটোৰ অনুৰূপে অহা কামটো ৫ ধৰণে কৰিব পাৰি। গতিকে, যোৱা-অহা কামটো মুঠ $৬ \times ৫ = ৩০$ ধৰণে কৰিব পাৰি। ভ্ৰমণৰসিক ব্যক্তিজনৰ বুজিবলৈ বাকী নাথাকিল যে বন্ধুজনে গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰিছিল।

ব্যক্তিজনৰ সৰু ল'ৰাটোৱে কথাটো গম পালে যে দেউতাক বেলেগ বেলেগ বাছত গুৱাহাটীলৈ অহা-যোৱা কৰিব। গতিকে সিয়ো দেউতাকৰ ভ্ৰমণ সংগী হ'ব খুজিলে। দেউতাকেও হ'ব বুলি ক'লে। ল'ৰাটো চতুৰ। সি ক'লে– মই কিন্তু সদায় বেলেগ বেলেগ ড্ৰেছ কৰি যাম। অলপ সময় চিন্তা কৰি দেউতাকে আকৌ হ'ব বুলি ক'লে। সি এইবাৰ দেউতাকক সোঁৱৰাই দিলে যে তাৰ মাত্ৰ তিনিটা ছাৰ্ট আৰু দুটা পেণ্টহে আছে। দেউতাকে এইবাৰৰ বিশেষ চিন্তা নকৰি মাথোঁ ক'লে যে মাত্ৰ ছয়দিনতে তাৰ গোটেই গুৱাহাটীখন ভালকৈ চোৱা হৈ যাব যেতিয়া সি যিকোনো এটা সপ্তাহৰ ছয়দিন গ'লেই হ'ব।

বাঃ! বেলেগ বেলেগ ড্ৰেছ! ছয়দিনৰ ভ্ৰমণ। ছয় সাজ কাপোৰ! আনন্দতে সি জপিয়াবলৈ ধৰিলে আৰু খবৰটো মাকক দিবলৈ লৰ ধৰিলে। দেউতাকে মিচিকিয়াই হাঁহি ভাবিলে– এক গুলীত দুই চিকাৰ, সাপো মৰিল, লাঠিও নাভাগিল।

গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰৰ কি যে মহত্ব!

মাকৰ ওচৰৰ পৰা আহি সি ক'লে– "দেউতা, মোৰ ড্ৰেছকেইটা কাইলৈয়ে আনি থ'বা নেকি?"

কাইলৈ কিয়– আজিয়ে– এতিয়াই বুলি কৈ দেউতাকে আলমাৰীৰ পৰা ছাৰ্ট তিনিটা আৰু পেণ্ট দুটা উলিয়াই ছয় সাজ কাপোৰ সাজু কৰি দেখুৱালে এইদৰে–

তেওঁ গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰিলে।

ল'ৰাটো আচৰিত! কেনেকৈ ইমান সহজে হৈ গ'ল? দেউতাকে ক'লে— "বাবা, গণিতৰ মহিমা— গণিতৰ গৰিমা। গণিত খুউব ভালকৈ পঢ়িবা। অলপ ডাঙৰ হ'লেই সকলো বুজিবা। গণিতৰ সহায়ত আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনৰ প্ৰায়বোৰ সমস্যাৰ সমাধান অনায়াসে উলিয়াব পাৰি।"

আমাৰ সমস্যাটো কি আছিল বাৰু?

n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুৰ মাজৰ পৰা এবাৰত r সংখ্যক $(r \leq n)$ বস্তু বাছি লৈ কিমানটা বিন্যাস আৰু কিমানটা জোঁট পাব পাৰি? প্ৰথমে আমি মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা কিমান হ'ব চাওঁ।

আৰম্ভণিতে আলোচনা কৰা উদাহৰণকেইটাৰ পৰা আমি দেখিছোঁ যে— নিৰ্ণেয় বিন্যাসৰ সংখ্যা = r সংখ্যক স্থান n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুৰে বিভিন্ন ধৰণে পূৰাব পৰা সংখ্যা। গতিকে, আমি r সংখ্যক খালী স্থানক নামকৰণ কৰি ললোঁ— প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়,..., r তম স্থান।

এতিয়া, প্ৰথমখন স্থান n প্ৰকাৰে পূৰাব পাৰি। এই n প্ৰকাৰৰ প্ৰতিটোৰ অনুৰূপে দ্বিতীয় খন স্থান $(n-১)$ প্ৰকাৰে পূৰাব পাৰি। গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰমতে প্ৰথম আৰু দ্বিতীয় স্থান দুটা যুটীয়াভাৱে $n(n-১)$ প্ৰকাৰে পূৰাব পাৰি। এই $n(n-১)$ প্ৰকাৰৰ প্ৰতিটোৰ অনুৰূপে তৃতীয়খন স্থান $(n-২)$ প্ৰকাৰে পূৰাব পাৰি। গতিকে, গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰমতে, প্ৰথম তিনিখন স্থান $n(n-১)(n-২)$ প্ৰকাৰে পূৰাব পাৰি। এইদৰে গণনাৰ

মৌলিক সূত্ৰমতে আগবাঢ়ি গ'লে দেখা যাব যে আটাইকেইখন স্থান যুটীয়াভাৱে $n(n-১)(n-২)\cdots\{n-(r-১)\}$ প্ৰকাৰে পূৰাব পাৰি। গতিকে নিৰ্ণেয় মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব $n(n-1)\cdots(n-r+১)$।

n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুৰ মাজৰ পৰা এবাৰত r সংখ্যক ($r \le n$) বস্তু বাছি লৈ গঠন কৰিব পৰা মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যাক ^nP_r ৰে সূচোৱা হয়। গতিকে,

$$^nP_r = n(n-১)(n-২)\cdots(n-r+১).$$

এটা বিশেষ সংকেত ব্যৱহাৰ কৰি ওপৰৰ সূত্ৰটোক অধিক মনোগ্ৰাহী আৰু ফলবন্ত ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। সেইটো হৈছে গৌণিক সংকেত (Factorial Notation)। ইয়াক $\lfloor n$ বা $n!$ ৰে সূচোৱা হয়, আৰু ই ১ পৰা n লৈকে স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰৰ গুণফলক বুজায়। অৰ্থাৎ,

$$n! = ১\times২\times৩\times\cdots(n-২)\times(n-১)\times n.$$

আকৌ,

$$\begin{aligned} n! &= n(n-১)! \\ &= n(n-১)\times(n-২)! \\ &= n(n-১)\times(n-২)\times(n-৩)!. \end{aligned}$$

গতিকে, ^nP_r হ'ব

$$\frac{n\times(n-১)\times\cdots\times(n-r+১)\times\cdots\times৩\times২\times১}{(n\text{-}r)\times\cdots\times৩\times২\times১} = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

ইয়াত $r=n$ হ'লে, $^nP_n = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{০!}$.

আকৌ $^nP_n = n\times(n-১)\times(n-২)\times\cdots৩\times২\times১ = n!$.

গতিকে, $\frac{n!}{০!} = n!$। সেয়েহে $০! = ১$। এইটো এটা অতি দৰকাৰী ফল।

এতিয়া আমি আহোঁ জোঁটৰ সংখ্যালৈ। n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুৰ মাজৰ পৰা এবাৰত r সংখ্যক ($r \le n$) বস্তু বাছি লৈ গঠন কৰিব পৰা মুঠ জোঁটৰ সংখ্যাক $\binom{n}{r}$ ৰে সূচোৱা হয়। এই $\binom{n}{r}$ ৰ প্ৰতিটো জোঁটতে r সংখ্যক ভিন্ন বস্তু আছে, আৰু এই r সংখ্যক বস্তুক নিজৰ মাজতে ^rP_r অৰ্থাৎ r ধৰণে সজাব পাৰি। এনেদৰে প্ৰতিটো জোঁটৰে বস্তুবোৰ সজালে মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব $\binom{n}{r}\times r!$। স্বাভাৱিকতে,

$$\binom{n}{r}\times r! = ^nP_r$$

গতিকে,

$$\begin{aligned} \binom{n}{r} &= \frac{^nP_r}{r!} \\ &= \frac{n!}{r!(n-r)!}, \quad r \le n. \end{aligned}$$

ইয়াত $r=n$ হ'লে, $\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!০!} = ১$।

আন কেইটামান আৱশ্যকীয় ফল:

(i) $\binom{n}{০} = ১, \binom{n}{১} = n, \binom{n}{২} = \frac{n(n-১)}{২}$,
(ii) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$,
(iii) $\binom{n}{r} + \binom{n}{r-1} = \binom{n+1}{r}$,
(iv) $^nP_r + r\times{}^nP_{r-1} = {}^{n+1}P_r$।

বিন্যাস আৰু জোঁটৰ এইখিনি মাত্ৰ সাধাৰণ জ্ঞানেৰে আমি আমাৰ ব্যৱহাৰিক জীৱনত বহুতো সমস্যাৰ সমাধান অনায়াসে কৰিব পাৰোঁ।

কেইটামান সৰু সৰু উদাহৰণ:

(কাৰণ সৰু সৰু সমস্যা সমাধানৰ বিভিন্ন কিটিপ আয়ত্ব কৰিব পাৰিলে অতি সহজে ডাঙৰ আৰু জটিল সমস্যা সমাধানৰ পথ উলিয়াব পাৰি।)

উদাহৰণ ১: এখন বেৰত একেশাৰীতে থকা ৫ টা গজালত বেলেগ বেলেগ ৭ খন ফটো কিমান ধৰণে আঁৰিব পাৰি?

সমাধান: নিৰ্ণেয় মুঠ ধৰণ $= {}^৭P_৫ = ২৫২০$।

উদাহৰণ ২: এখন বিদ্যালয়ত দৈনিক ৬ পিৰিয়ডকৈ শ্ৰেণী পাঠদান হয়। এটা নিৰ্দিষ্ট শ্ৰেণীত ৫ টা বেলেগ বেলেগ বিষয় যদি প্ৰতিদিনেই পঢ়ুৱাব লাগে, তেন্তে কিমান ধৰণে ৰুটিনখন সাজিব পাৰি?

সমাধান: ৬ পিৰিয়ডৰে ৫ টা পিৰিয়ডত ৫ টা বেলেগ বেলেগ বিষয় $^৬P_৫$ ধৰণে ভগাই দিব পাৰি। বাকী থকা ১ পিৰিয়ডটোত ৫ টা বিষয়ৰ যিকোনো ১ টা $^৫P_১$ ধৰণে দিব পাৰি। গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰ মতে, ৰুটিনখন $^৬P_৫\times{}^৫P_১$ ধৰণে সাজিব পাৰি। গতিকে মুঠ ৩৬০০ ধৰণে ৰুটিনখন সাজিব পাৰি।

উদাহৰণ ৩: এটা শ্ৰেণীত ৩২ জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে। এখন কৰ্মশালালৈ ইয়াৰে যিকোনো ৪ জনক বাছনি কৰি পঠিয়াব লাগে। কিমান ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰি?

সমাধান: মুঠ বাছনিৰ সংখ্যা $= \binom{৩২}{৪} =$ ৩৫৯৬০।

উদাহৰণ ৪: এটা দশভুজৰ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ সংযোগ কৰি মুঠতে কিমানটা ত্ৰিভুজ পাব পাৰি?

সমাধান: এটা দশভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু ১০ টা, আৰু এটা ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু ৩ টা। যিহেতু এটা দশভুজৰ কোনো তিনিটা শীৰ্ষবিন্দুৰেই একৰেখীয় নহয়, গতিকে ১০ টা শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা এবাৰত ৩ টাকৈ বাছনি কৰি পোৱা মুঠ জোঁটৰ সংখ্যাই হ'ব নিৰ্ণেয় ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা। গতিকে, নিৰ্ণেয় ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা $= \binom{১০}{৩} =$ ১২০।

উদাহৰণ ৫: ২৫ জন ক্ৰিকেট খেলুৱৈৰ পৰা এটা ক্ৰিকেট দল বাছনি কৰিব লাগে। ২৫ জনৰ ১০ জন বেটছমেন, ৮ জন ব'লাৰ, ৫ জন অল-ৰাউণ্ডাৰ আৰু ২ জন উইকেট-কীপাৰ। যদিহে দলটোত ৫ জন বেটছমেন, ২ জন ব'লাৰ, ৩ জন অলৰাউণ্ডাৰ আৰু ১ জন উইকেট-কীপাৰ থাকিব লাগে, তেন্তে কিমান ধৰণে দলটো বাছনি কৰিব পাৰি?

সমাধান: ১০ জন বেটছমেনৰ পৰা ৫ জনক $\binom{১০}{৫}$ ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰি। ঠিক সেইদৰেই ৮ জন ব'লাৰৰ পৰা ২ জনক $\binom{৮}{২}$ ধৰণে, ৫ জন অল-ৰাউণ্ডাৰৰ পৰা ৩ জনক $\binom{৫}{৩}$ ধৰণে, আৰু ২ জন উইকেট-কীপাৰৰ পৰা ১ জনক $\binom{২}{১}$ ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰি। গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰমতে, মুঠ বাছনিৰ সংখ্যা হ'ব

$$\binom{১০}{৫} \times \binom{৮}{২} \times \binom{৫}{৩} \times \binom{২}{১}.$$

গতিকে, ১৪১১২০ ধৰণে ক্ৰিকেট দলটো বাছনি কৰিব পাৰি।

উদাহৰণ ৬: এখন প্ৰশ্নকাকতৰ দুটা ভাগ আছে– A আৰু B। A ত ৪ টা প্ৰশ্ন থকাৰ বিপৰীতে B ত ৬ টা প্ৰশ্ন আছে। প্ৰতিটো ভাগৰ পৰা অতি কমেও ২ টা প্ৰশ্ন বাছনি কৰি মুঠ ৭ টা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিব লাগে। কিমান ধৰণে এই ৭ টা প্ৰশ্ন বাছনি কৰিব পাৰি?

সমাধান: উত্তৰ কৰিব (লিখিব) লগীয়া ৭ টা প্ৰশ্ন তলত দিয়া ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰি–

Aৰ পৰা ২ টা আৰু Bৰ পৰা ৫ টা মুঠ $\binom{৪}{২} \times \binom{৬}{৫}$ ধৰণে,

Aৰ পৰা ৩ টা আৰু Bৰ পৰা ৪ টা মুঠ $\binom{৪}{৩} \times \binom{৬}{৪}$ ধৰণে,

Aৰ পৰা ৪ টা আৰু Bৰ পৰা ৩ টা মুঠ $\binom{৪}{৪} \times \binom{৬}{৩}$ ধৰণে।

গতিকে, মুঠ বাছনিৰ সংখ্যা হ'ব

$$\binom{৪}{২} \times \binom{৬}{৫} + \binom{৪}{৩} \times \binom{৬}{৪} + \binom{৪}{৪} \times \binom{৬}{৩} = ১১৬.$$

এনেকুৱা অনেক সমস্যাৰ উদাহৰণ আছে যিবোৰ বিন্যাস আৰু জোঁটৰ সাধাৰণ ধাৰণাৰেই সমাধান কৰিব পাৰি। (সময়ৰ নাটনি হোৱাৰ আশংকাত আমি আৰু বেছি উদাহৰণ দিয়াৰ পৰা বিৰত থাকিলোঁ।)

আৰম্ভণিতেই আমি দেখিছিলোঁ যে যিকোনো ৪ টা অংকৰে (পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ) ২৪ টা বেলেগ বেলেগ বিন্যাস অৰ্থাৎ ২৪ টা সংখ্যা পাব পাৰি। এতিয়া আমি ক'ব পাৰিম নে ৪ টা অংকৰে (পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ) গঠিত কিমানটা সংখ্যা আছে?

নিশ্চয় পাৰিম। কাৰণ আমি বিন্যাস জানো। অংক ১০ টা হ'ল ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। একোবাৰত ইয়াৰে যিকোনো ৪ টা বাছি লৈ পোৱা মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা $^{১০}P_৪$। অৰ্থাৎ এনেকৈ $^{১০}P_৪$ টা সংখ্যা পোৱা যাব, আৰু এই $^{১০}P_৪$ টা সংখ্যাৰ ভিতৰত সেইবোৰ সংখ্যাও আছে যাৰ হাজাৰৰ ঘৰত ০ থাকিব। সেইবোৰ ৪ টা অংকৰ সংখ্যা নহয়। গতিকে সেইবোৰ বাদ দিব লাগিব।

হাজাৰৰ ঘৰত ০ থকা সংখ্যাবোৰৰ ০ টো সেই স্থানতে স্থিৰ থকাৰ বিপৰীতে বাকী শতক, দহক আৰু এককৰ ঘৰকেইটাত ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ ৰ যিকোনো ৩ টা অংক যিকোনো ক্ৰমত থাকিব পাৰে। গতিকে, এনেধৰণৰ মুঠ সংখ্যা $^{৯}P_৩$। সেয়েহে ৪ টা ভিন্ন অংকৰে গঠিত মুঠ সংখ্যাৰ সংখ্যা $^{১০}P_৪ - ^{৯}P_৩ =$ ৪৫৩৬।

যদি অংকৰ পুনৰাবৃত্তি কৰিবলৈ দিয়া হয়, তেন্তে ৪ টা অংকৰে গঠিত কিমানটা সংখ্যা পোৱা যাব? আমি এতিয়ালৈকে বস্তুৰ পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ কিমান বিন্যাস পাব পাৰি সেই বিষয়েহে আলোচনা কৰিছোঁ। গতিকে এই সমস্যাটোৰ সমাধান অলপ বেলেগ ধৰণেৰে উলিয়াব লাগিব।

প্ৰথমেই আমি লক্ষ্য কৰিছো যে এই সংখ্যাবোৰৰ হাজাৰৰ ঘৰত ০ বহিব নোৱাৰে। অথচ এই স্থানত ১ ৰ পৰা ৯ লৈ যিকোনো এটা অংক বহিব পাৰে। গতিকে হাজাৰৰ ঘৰটোৰ বাবে ৯ প্ৰকাৰৰ বাছনি আছে। বাকী শতক, দহক, আৰু একক— এই ঘৰ তিনিটাৰ বাবে কোনো বাধা নাই। ০ ৰ পৰা ৯ লৈ ১০ টা অংকৰ প্ৰতিটোকে ৩ বাৰ পৰ্যন্ত পুনৰাবৃত্তি কৰি এই স্থান তিনিটা পূৰাব পাৰি। গতিকে শতক, দহক, আৰু একক— এই স্থান তিনিটাৰ বাবে ১০ $\times$ ১০ $\times$ ১০ প্ৰকাৰৰ বাছনি আছে। গণনাৰ

মৌলিক সূত্র অনুসৰি, মুঠ বিন্যাস অৰ্থাৎ মুঠ সংখ্যাৰ পৰিমাণ $৯ \times ১০ \times ১০ \times ১০ = ৯০০০$। অৰ্থাৎ ৪ টা অংকৰে গঠিত ৯০০০ টা সংখ্যা আছে।

এনে ধৰণৰ সমস্যা সমাধানৰ বাবে এই উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি— n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুৰ প্ৰতিটোকে r বাৰ পৰ্যন্ত পুনৰাবৃত্তি কৰিব পাৰিলে মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা n^r হ'ব।

উদাহৰণ: এখন সভালৈ ৬ গৰাকী ব্যক্তিক আমন্ত্ৰণ জনাব লাগে। নিমন্ত্ৰণী-পত্ৰকেইখন ই-মেইল নাইবা ডাকযোগে নাইবা পত্ৰবাহকৰ যোগেদি পঠিয়াব পাৰি। কিমান ধৰণে নিমন্ত্ৰণী-পত্ৰকেইখন পঠিওৱাৰ ব্যৱস্থা কৰিব পাৰি?

সমাধান: যিহেতু পত্ৰকেইখন ই-মেইল নাইবা ডাকযোগে নাইবা পত্ৰবাহকৰ যোগেদি– ইয়াৰে যিকোনো এটা ব্যৱস্থাৰে পঠিয়াব পাৰি, গতিকে পত্ৰকেইখন $৩^৬$ অৰ্থাৎ ৭২৯ ধৰণে পঠিয়াব পাৰি।

দৈনন্দিন জীৱনত আমি অনেক ৰকমৰ সমস্যাৰ সন্মুখীন হ'বলগীয়া হয়। কেতিয়াবা নানানটা বাধা-বিঘিনি অতিক্ৰম কৰিহে জীৱন-পথত অগ্ৰসৰ হ'ব পাৰি। আন কেতিয়াবা বিশেষ ধৰণৰ কিছুমান আৰোপিত চৰ্ত বা বাধা মানি চলি কাম কৰিব লগা হয়। কেতিয়াবা আমি নিজেও কিছুমান কামত কিছুমান চৰ্ত-আৰোপ কৰি লওঁ। চৰ্ত-আৰোপ কৰোঁতে অৱশ্যে চাব লাগে যাতে কাৰোৰে একো অপকাৰ নহয়। গণিতত এনেধৰণৰ চৰ্ত আৰোপিত সমস্যা আছে। বিভিন্ন ধৰণৰ মূৰ্ত্ত বা বিমূৰ্ত্ত ধাৰণাৰে সমস্যাবোৰৰ সমাধান বিচৰা হয়। বেছি দূৰলৈ নগৈ আমি ইয়াত কেৱল এটা কথাতহে মনোনিৱেশ কৰিম। সেইটো হ'ল– বিন্যাস আৰু জোঁটত বাধা বা চৰ্ত আৰোপিত সমস্যা।

এটা একেবাৰে সৰু সমস্যাৰ কথা কওঁ। সৰু সৰু সমস্যাৰ কথা কোৱাই শ্ৰেয়। সমস্যাটো হ'ল– এটা পুথিভঁৰালত ১০ খন বেলেগ বেলেগ কিতাপ একে শাৰীতে সজাই থ'ব লাগে। ইয়াৰে দুখন আপুৰুগীয়া কিতাপ সদায় লগালগিকৈ ৰাখিব লাগিব। কিমান ধৰণে কিতাপ কেইখন সজাই থ'ব পাৰি?

আপুৰুগীয়া কিতাপ দুখনক এখন বুলি ধৰি ল'লে ৯ খন কিতাপ হ'ব। এই ৯ খন কিতাপক একেশাৰীতে ${}^৯P_৯$ ধৰণে সজাব পাৰি। ইয়াৰে প্ৰতিটো ধৰণৰ অনুৰূপে আপুৰুগীয়া কিতাপ ২ খন নিজৰ মাজতে ${}^২P_২$ ধৰণে সজাব পাৰি। গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰ অনুসৰি কিতাপ ১০ খন মুঠ ${}^৯P_৯ \times {}^২P_২ = ৭২৫৭৬০$ ধৰণে সজাব পাৰি।

আন এটা সমস্যা– ১০০ আৰু ১০০০ ৰ মাজত কেইটা যুগ্ম সংখ্যা আছে যদিহে ৫ অংকটো এটা সংখ্যাত থাকিলে ৭ অংকটো সদায় ইয়াৰ সোঁফালে লগালগিকৈ থাকে?

১০০ আৰু ১০০০ ৰ মাজৰ সংখ্যাবোৰ তিনি অংকবিশিষ্ট। যুগ্ম সংখ্যা হ'বলৈ এইবোৰৰ এককৰ ঘৰত ০, ২, ৪, ৬ নাইবা ৮ থাকিব লাগিব। গতিকে এককৰ ঘৰত ৫ আৰু ৭ থাকিব নোৱাৰে। চৰ্তমতে দহকৰ ঘৰতো ৫ থাকিব নোৱাৰে, কাৰণ তেতিয়া এককৰ ঘৰত ৭ বহিব লাগিব। সেয়েহে, ৫ যদি থাকিবই লাগে, তেন্তে ই কেৱল শতকৰ ঘৰত থাকিব। চৰ্তমতেই দহকৰ ঘৰত ৭ বহি যাব। বাকী থকা এককৰ ঘৰটো ০, ২, ৪, ৬, ৮ ৰ যিকোনো এটাৰে পূৰাব লাগিব আৰু এই কাম ${}^৫P_১$ অৰ্থাৎ ৫ ধৰণে কৰিব পাৰি। গতিকে এই ক্ষেত্ৰত মাত্ৰ ৫ টা যুগ্ম সংখ্যা পোৱা যাব।

আনহাতে ৫ অংকটো যদি নাথাকে, তেন্তে শতকৰ ঘৰটো ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৭, ৮, ৯ ৰ যিকোনো এটাৰে ${}^৮P_১$ ধৰণে পূৰাব পাৰি। দহকৰ ঘৰটো ০, ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৭, ৮, ৯ ৰ যিকোনো এটাৰে ${}^৯P_১$ ধৰণে পূৰোৱাৰ বিপৰীতে এককৰ ঘৰটো ${}^৫P_১$ ধৰণে পূৰাব লাগিব। গণনাৰ মৌলিক সূত্ৰমতে এই ক্ষেত্ৰত পোৱা মুঠ যুগ্ম সংখ্যা হ'ব ${}^৮P_১ \times {}^৯P_১ \times {}^৫P_১$ অৰ্থাৎ ৩৬০ টা।

গতিকে আৰোপিত চৰ্ত মানি চলিলে মুঠ ৩৬৫ টা যুগ্ম সংখ্যা পোৱা যাব।

এনেকুৱা অলেখ সমস্যাৰ কথা আলোচনাৰ মাজলৈ টানি আনিব পাৰি। বাহুল্য নকৰি তলত কেইটামান বিশেষ ধৰণৰ আৰোপিত চৰ্ত সাপেক্ষে পোৱা মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা উল্লেখ কৰা হ'ল—

n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুৰ পৰা এবাৰত r সংখ্যক $(r \leq n)$ বস্তু লৈ কৰা বিন্যাসৰ ক্ষেত্ৰত যদি বিশেষ k সংখ্যক বস্তু নিৰ্দিষ্ট কৰি থোৱা স্থানত বিদ্যমান, তেন্তে মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব ${}^{n-k}P_{r-k}$.

যদি বিশেষ k সংখ্যক বস্তু সদায় থাকে, তেন্তে মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব ${}^{n-k}P_{r-k} \times {}^rP_k$.

n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুৰ পৰা এবাৰত r সংখ্যক $(r \leq n)$ বস্তু লৈ কৰা বিন্যাসৰ ক্ষেত্ৰত যদি বিশেষ k সংখ্যক বস্তু সদায় বাদ দিব লাগে, তেন্তে মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব ${}^{n-k}P_{r-k}$.

এতিয়ালৈকে আমি যিমানবোৰ বস্তুৰ বিন্যাস বা জোঁটৰ কথা আলোচনা কৰিলো, এই আটাইবোৰ বস্তুকে ভিন্ন অৰ্থাৎ পৃথক বুলি ধৰা হৈছে। যদি n সংখ্যক বস্তুৰ p সংখ্যক একে আৰু অইন q

সংখ্যক একে, আৰু বাকী থকা আটাইবোৰ বস্তু ভিন্ন, তেন্তে এই n সংখ্যক বস্তুৰ আটাইবোৰকে লৈ পোৱা মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা কিমান হ'ব?

ধৰা হওঁক মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা x. যদি p সংখ্যক আৰু q সংখ্যক একে বস্তুবোৰৰ আটাইবোৰকে সলাই সম্পূর্ণ পৃথক পৃথক বস্তু লোৱা হয়, তেন্তে n সংখ্যক বস্তুৰ আটাইবোৰেই ভিন্ন হ'ব। এই ক্ষেত্রত আটাইবোৰ বস্তুক লৈ পোৱা মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব $n!$. এতিয়া x সংখ্যক বিন্যাসৰ প্রতিটোতে থকা নতুন p সংখ্যক বস্তুক নিজৰ ভিতৰতে সজালে $p!$ সংখ্যক বিন্যাস পোৱা যাব। গতিকে, p সংখ্যক একে বস্তুক নতুন পৃথক বস্তুৰে সলালে মুঠ $x \times p!$ বিন্যাস পোৱা যাব।

আকৌ, এই $x \times p!$ সংখ্যক বিন্যাসৰ প্রতিটোতে থকা নতুন q সংখ্যক বস্তুক নিজৰ ভিতৰতে সজালে $q!$ সংখ্যক বিন্যাস পোৱা যাব। এইদৰে, n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তুৰ আটাইবোৰকে লৈ পোৱা মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব $x \times p! \times q!$. গতিকে, $x = \dfrac{n!}{p!q!}$.

ইয়াৰ সহায়ত এতিয়া আমি অইন কিছুমান প্রশ্নৰ সমিধান দিব পাৰোঁ।

উদাহৰণ: MATHEMATICS শব্দটোত থকা বর্ণকেইটা একেশাৰীতে কিমান ধৰণে সজাব পাৰি?

সমাধান: MATHEMATICS শব্দটোত থকা ১১ টা বর্ণৰ ২ টা M, ২ টা A, আৰু ২টা T, আৰু বাকীকেইটা ভিন্ন। গতিকে নির্ণেয় বিন্যাসৰ সংখ্যা $\dfrac{১১!}{২!২!২!} = ৪৯৮৯৬০০$।

লগতে আমি আৰু কেইটামান বিন্যাসৰ কথা ক'ব পাৰে। যেনে–

MATHEMATICS শব্দটোত থকা বর্ণকেইটা একেশাৰীতে কিমান ধৰণে সজাব পাৰি যদিহে স্বৰবর্ণকেইটা সদায় একেলগে ৰখা হয়? এই ক্ষেত্রত ৪ টা স্বৰবর্ণ A, E, A, I ক এটা বুলি ধৰি ল'লে মুঠ ৪ টা বর্ণ পোৱা যাব– (A E A I), M, T, H, M, T, C, S. ইয়াৰে ২ টা M আৰু ২ টা T. গতিকে নতুনকৈ ধৰা এই ৪ টা বর্ণৰ আটাইবোৰকে লৈ মুঠ $\dfrac{৮!}{২!২!}$ বিন্যাস পোৱা যাব। আকৌ (A E A I) ক নিজৰ ভিতৰতে সজালে মুঠ $\dfrac{৪!}{২!}$ বিন্যাস পোৱা যাব। গণনাৰ মৌলিক সূত্র অনুসৰি, নির্ণেয় বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব:

$$\frac{৮!}{২!২!} \times \frac{৪!}{২!} = ১২০৯৬০.$$

MATHEMATICS শব্দটোত থকা বর্ণকেইটা একেশাৰীতে কিমান ধৰণে সজাব পাৰি যদিহে স্বৰবর্ণকেইটা কেতিয়াও একেলগে নাথাকে?

ওপৰৰ আলোচনাৰ আঁত ধৰি উত্তৰটো এইবাৰ সহজে দিব পাৰি। মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব ৪৯৮৯৬০০ – ১২০৯৬০ = ৪৮৬৮৬৪০।

এই উদাহৰণটো এটা মাত্র নমুনাহে। ইংৰাজী ভাষাত থকা ছাব্বিছটা বর্ণৰ দ্বাৰা গঠিত প্রায় দুই লাখমান অর্থপূর্ণ শব্দ আমি অভিধানত দেখিছোঁ। একোবাৰত ১ টা বর্ণ, ২ টা বর্ণ, ৩ টা বর্ণ, ..., ২৬ টা বর্ণ লৈ কিমানটা শব্দ (অর্থ থাকক বা নাথাকক) গঠন কৰিব পাৰি বাৰু?

সাধাৰণ গণিতত কেইটা অংক? ১০ টা। পুনৰাবৃত্তি কৰাত কোনো বাধা নাথাকিলে এবাৰত ১ টা, ২ টা, ৩ টা, ..., ১০ টাকৈ অংক বাছি লৈ কিমানটা সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি?

ছাত্র-ছাত্রীসকলে আজৰি সময়ত হিচাপ এটা কৰি চাব পাৰে। আজৰি সময়ত বিভিন্ন ধৰণৰ খেল-ধেমালি কৰিলে যেনেকৈ শাৰীৰিক উৎকর্ষ সাধন হয়, তেনেকৈ গণিতৰ সাঁথৰ, গণিতৰ খেল-ধেমালি আদিয়ে মানসিক উৎকর্ষ সাধনত সহায় কৰে। নিয়মিত আৰু শৃংখলাবদ্ধ গণিত চর্চাই ব্যক্তিৰ মনত আপোনা-আপুনি শুদ্ধ যুক্তি আৰু শুদ্ধ চিন্তাৰ তীব্রতাও বঢ়ায়। কেইদিনমান আগতে নাইজেৰিয়াৰ এজন বাৰ বছৰীয়া ল'ৰাই ৭ ৰে বিভাজ্যতাৰ এক সূত্র বাহিৰ কৰিছে। এটা সংখ্যা ৭ ৰে বিভাজ্য হ'ব যদিহে সংখ্যাটোৰ শেষৰ অংকটোক ৫ ৰে পূৰণ কৰি বাকীকেইটা অংকৰে হৈ থকা সংখ্যাটোৰ লগত যোগ কৰি পোৱা নতুন সংখ্যাটো ৭ ৰে বিভাজ্য হয়।

এবাৰ এখন খেলপথাৰত ১৫ জনী সৰু ছোৱালীয়ে ঘূৰণীয়াকৈ বহি লৈ কিবা খেলি আছিল। হঠাৎ এজনী বুদ্ধিমতী ছোৱালীৰ জানিবলৈ মন গ'ল তেওঁলোকে এইদৰে ঘূৰণীয়াকৈ কিমান ধৰণে বহিব পাৰে। আমি সৰু ছোৱালীজনীক সহায় কৰিব পাৰোঁ নে? গণিতৰ ভাষাত, ১৫ টা ভিন্ন বস্তুক বৃত্তাকাৰে সজাব লাগে। কিমান ধৰণে সজাব পাৰি?

এটা সাধাৰণ সূত্র উলিয়াবলৈ ধৰা হওঁক n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুক বৃত্তাকাৰে সজাব লাগে। বৃত্তটোৰ যিকোনো এঠাইত ইয়াৰে যিকোনো এটা বস্তু স্থিৰ কৰি লৈ বাকী $n-১$ টা বস্তুক স্থিৰ কৰি লোৱা বস্তুটো সাপেক্ষে $(n-১)!$ ধৰণে সজাব পাৰি। গতিকে n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুক বৃত্তাকাৰে সজালে মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব $(n-১)!$. সাজোনবোৰ যদি ঘড়ীৰ কাটাৰ দিশে বা বিপৰীতে বুলি

কোনো কথা নাই, তেন্তে মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ব $\frac{(n-১)!}{২}$.

গতিকে, ১৫ জনী ছোৱালীয়ে বৃত্তাকাৰে মুঠ ১৪! ধৰণে বহিব পাৰে। (১৪! = ৮৭১৭৮২৯১২০০, সংখ্যাটো বহু ডাঙৰ। বিশ্বাসযোগ্য হোৱা নাই যদি কম সংখ্যক ভিন্ন বস্তুক বৃত্তাকাৰে সজাই প্ৰমাণ সাব্যস্ত কৰি চাব পাৰি।)

এতিয়া সৰু ছোৱালীজনীয়ে তেওঁৰ ১৪ গৰাকী বান্ধৱীক এখন ঘূৰণীয়া টেবুলৰ চাৰিওফালে মুঠ ১৩! ধৰণে বহুৱাই মিঠাই খুৱাব পাৰে। আনহাতে, তেওঁৰ যদি মাথোঁ ১৪ টাহে বেলেগ বেলেগ ৰঙৰ মণি আছে তেন্তে মুঠ $\frac{১৩!}{২}$ ধৰণৰ মালা গুঠিব পাৰে। (মুঠ মালাৰ সংখ্যা হ'ব ৩১১৩৫১০৪০০।)

ধৰি ললোঁ, বান্ধৱী ১৪ গৰাকীয়ে এখন দীঘলীয়া টেবুলৰ দুয়োকাষে মুখামুখিকৈ বহি কথা পাতিব খুজিছে। টেবুলখনৰ দুয়োকাষে ৭ খনকৈ চকী আছে। ৪ গৰাকীয়ে টেবুলখনৰ সোঁকাষে আৰু আন ২ গৰাকীয়ে টেবুলখনৰ বাঁওকাষে বহিব খুজিছে। বাকী ৪ গৰাকীৰ তেনে কোনো আপত্তি নাই। কিমান ধৰণেৰে তেওঁলোকক বহুৱাব পাৰি?

প্ৰথমে, সোঁকাষে বহিব খোজা ৪ গৰাকী আৰু বাঁওকাষে বহিব খোজা ২ গৰাকীক একাষৰীয়া কৰি লৈ বাকী থকা ৮ গৰাকীৰ পৰা সোঁকাষৰ বাবে ৩ গৰাকী $\binom{৮}{৩}$ ধৰণে আৰু বাঁওকাষৰ বাবে বাকী ৫ গৰাকীৰ পৰা ৫ গৰাকীক $\binom{৫}{৫}$ ধৰণে বাছনি কৰি ল'ব পাৰি। এতিয়া প্ৰতিটো কাষৰে ৭ গৰাকীক নিজৰ মাজতে ৭! ধৰণে বহুৱাব পাৰি। গতিকে বান্ধৱী কেইগৰাকীক মুঠ $\binom{৮}{৩}\times\binom{৫}{৫}\times(৭!)^২ =$ ১৪২২৪৮৯৬০০ ধৰণে বহুৱাব পাৰি।

দৈনন্দিন জীৱনত বিন্যাস আৰু জোঁটৰ ব্যৱহাৰিক প্ৰয়োগ কিমান ইতিমধ্যে আমি অনুমান কৰিব পাৰিছোঁ। এতিয়া আহোঁ গণিতৰ অন্যান্য শাখাত ইয়াৰ গুৰুত্বৰ প্ৰসংগলৈ। গণিত বিষয়টি বটবৃক্ষৰ দৰে। ইয়াৰ শাখা-প্ৰশাখা বহুত। বটবৃক্ষৰ দৰেই ইয়াৰ প্ৰসাৰ হ'বই লাগিছে আৰু বিভিন্ন শাখা-প্ৰশাখাবোৰ ইটো-সিটোৰ লগত সংযোজিত হৈ থাকি বিস্তৃতি লাভ কৰিছে।

গণিতৰ প্ৰতিটো শাখাতে ক'ৰবাত নহয় ক'ৰবাত বিন্যাস আৰু জোঁটৰ প্ৰয়োগ হৈছে আৰু ইয়াৰ প্ৰয়োগে শাখাবোৰক নতুন মাত্ৰা প্ৰদান কৰিছে। বৰ্তমান কম্পিউটাৰৰ যুগত বিন্যাস আৰু জোঁটে অধিক গুৰুত্ব পাইছে আৰু নিত্য নতুন সমস্যাবোৰৰ সমাধানত গুৰুত্বপূৰ্ণ ভূমিকা লৈছে। বিশেষকৈ, জ্যামিতি, সম্ভাৱিতা তত্ত্ব, পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান, কম্পিউটাৰ বিজ্ঞান, গ্ৰাফ থিয়ৰী, এলজেব্ৰা, ট'প'লজী, অপাৰেশ্বন ৰিচাৰ্চ, আদিৰ দৰে শাখাবোৰৰ বৃদ্ধি আৰু ক্ৰমবিকাশত বিন্যাস আৰু জোঁটে লোৱা গুৰুত্বপূৰ্ণ ভূমিকা তবধ মানিবলগীয়া। সিবোৰৰ অৱতাৰণা নকৰি আমি মাত্ৰ কেইটামান শাখাত ইয়াৰ ভূমিকা আলোচনা কৰিবলৈ প্ৰয়াস কৰিম।

যিজন কৃতবিদ্য গণিতজ্ঞ নমস্য ব্যক্তিৰ সোঁৱৰণত এই বক্তৃতামালাৰ আয়োজন কৰা হৈছে তেখেতৰ পুণ্য স্মৃতিত একাঁজলি শ্ৰদ্ধা জনাই আমি প্ৰথমে জ্যামিতিৰে আৰম্ভ কৰিব খুজিছোঁ। জ্যামিতিৰে আকৌ বহুত প্ৰশাখা– ইউক্লিডীয় জ্যামিতি, অনাইউক্লিডীয় জ্যামিতি, স্থানাংক জ্যামিতি, প্ৰক্ষেপীয় জ্যামিতি, ৰীমানীয় জ্যামিতি, উপবৃত্তীয় জ্যামিতি, পৰাবৃত্তীয় জ্যামিতি, ইত্যাদি। ইয়াত ইউক্লিডীয় জ্যামিতিৰে দুটামান উদাহৰণ লোৱা হ'ল—

উদাহৰণ ১: এটা বৃত্তৰ যিকোনো ৩০ টা বিন্দুৰ মাজেদি কেইডাল জ্যা টানিব পাৰি?

সমাধান: বৃত্তৰ যিকোনো ২ টা বিন্দু সংযোগ কৰি এডাল জ্যা পাব পাৰি। গতিকে, নিৰ্ণেয় জ্যাৰ সংখ্যা $\binom{৩০}{২} =$ ৪৩৫।

উদাহৰণ ২: এখন সমতলত m সংখ্যক সমান্তৰাল ৰেখাক আন n সংখ্যক সমান্তৰাল ৰেখাই ছেদ কৰিলে কিমানটা সামান্তৰিকৰ সৃষ্টি হ'ব?

সমাধান: সামান্তৰিকৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান আৰু সমান্তৰাল। গতিকে যিকোনো ২ ডাল সমান্তৰাল ৰেখাই আন যিকোনো ২ ডাল সমান্তৰাল ৰেখাক ছেদ কৰিলেই একোটা সামান্তৰিকৰ সৃষ্টি হ'ব। এতিয়া, m সংখ্যক সমান্তৰাল ৰেখাৰ পৰা ২ ডাল $\binom{m}{২}$ ধৰণে আৰু n সংখ্যক সমান্তৰাল ৰেখাৰ পৰা ২ ডাল $\binom{n}{২}$ ধৰণে কৰিব পাৰি। গতিকে, উৎপন্ন হোৱা মুঠ সামান্তৰিকৰ সংখ্যা $\binom{m}{২}\times\binom{n}{২}$।

যেনে, ৭ ডাল সমান্তৰাল ৰেখাক আন ৫ ডাল সমান্তৰাল ৰেখাই ছেদ কৰিলে মুঠ ২১০ টা সামান্তৰিক উৎপন্ন হ'ব।

উদাহৰণ ৩: n বাহুবিশিষ্ট এটা বহুভুজৰ কেইডাল কৰ্ণ থাকে?

সমাধান: n বাহুবিশিষ্ট এটা বহুভুজৰ n টা শীৰ্ষবিন্দু আছে আৰু ইয়াৰে কোনো তিনিটাই একৰেখীয় নহয়। গতিকে দুটা শীৰ্ষ বিন্দু সংযোগ কৰিলে হয় এটা বাহু নাইবা এডাল কৰ্ণ পোৱা যাব। সেয়েহে, n বাহুবিশিষ্ট এটা বহুভুজৰ মুঠ কৰ্ণৰ সংখ্যা $\binom{n}{২} - n = \frac{n(n-৩)}{২}$।

উদাহৰণ ৪: এখন সমতলত ১৫ টা বিন্দু আছে। ইয়াৰে ৫ টা

একৰেখীয় আৰু বাকী কোনো তিনিটা বিন্দুৰেই একৰেখীয় নহয়। বিন্দুবোৰ সংযোগ কৰি পোৱা সৰলৰেখাৰ সংখ্যা কিমান?

সমাধান: যিকোনো ২ টা বিন্দু সংযোগ কৰিয়ে এডাল ৰেখা পোৱা যায়। ১৫ টা বিন্দুৰ যদি কোনো তিনিটাই একৰেখীয় নহয়, তেন্তে মুঠ $\binom{১৫}{২}$ ডাল সৰলৰেখা পোৱা গ'লহেঁতেন। যিহেতু ইয়াৰে ৫ টা বিন্দু একৰেখীয়, গতিকে এই ৫ বিন্দু সংযোগ কৰিলে $\binom{৫}{২}$ ডাল ৰেখাৰ ঠাইত মাত্ৰ ১ ডাল ৰেখা পোৱা যাব। গতিকে নিৰ্ণেয় মুঠ ৰেখা হ'ব $\binom{১৫}{২} - (\binom{৫}{২} - ১) = ৯৬$।

সম্ভাৱিতা তত্ত্বতো বিন্যাস আৰু জোঁটৰ বহুল প্ৰয়োগ আছে।

উদাহৰণ ১: ১০ খন বেলেগ বেলেগ কিতাপ একেশাৰীতে সজাই থ'ব লাগে। তাৰে ২ খন কিতাপ একেলগে থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

সমাধান: ১০ খন বেলেগ বেলেগ কিতাপ একেশাৰীতে মুঠ ${}^{১০}P_{১০}$ ধৰণে সজাব পাৰি। আলোচনা কালত ইতিমধ্যেই আমি পাই আহিছোঁ যে ১০ খন কিতাপৰ ২ খন নিৰ্দিষ্ট কিতাপ একেলগে মুঠ ${}^{৯}P_{৯} \times {}^{২}P_{২}$ ধৰণে থাকিব পাৰে। গতিকে, ২ খন নিৰ্দিষ্ট কিতাপ একেলগে থকাৰ সম্ভাৱিতা হ'ব

$$\frac{{}^{৯}P_{৯} \times {}^{২} P_{২}}{{}^{১০}P_{১০}} = \frac{১}{৫}.$$

লগতে আমি সেই নিৰ্দিষ্ট কিতাপ ২ খন একেলগে নথকাৰ সম্ভাৱিতাও পালোঁ, আৰু এই সম্ভাৱিতা $১ - \frac{১}{৫}$ অৰ্থাৎ $\frac{৪}{৫}$।

উদাহৰণ ২: এটা বাকচত ৬ টা ৰঙা, ৪ টা নীলা, আৰু ৫ টা হালধীয়া বল আছে। এজন ল'ৰাই একো নোচোৱাকৈয়ে তাৰ পৰা ৪ টা বল উলিয়াই আনিলে। এই ৪ টা বলত প্ৰতিটো ৰঙৰে অন্ততঃ ১ টাকৈ বল থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

সমাধান: বাকচত থকা মুঠ বলৰ সংখ্যা ৬+৪+৫=১৫। এই ১৫ টা বলৰে যিকোনো ৪ টা $\binom{১৫}{৪}$ ধৰণে উলিয়াই আনিব পাৰি। যদি ল'ৰাজনে উলিওৱা ৪ টা বলত প্ৰতিটো ৰঙৰে অন্ততঃ ১ টাকৈ বল থাকিব লাগে, তেন্তে বল ৪ টা তলত দিয়া ধৰণৰ হ'ব:

১ টা ৰঙা, ১ টা নীলা, ২ টা হালধীয়া;

১ টা ৰঙা, ২ টা নীলা, ১ টা হালধীয়া;

২ টা ৰঙা, ১ টা নীলা, ১ টা হালধীয়া;

আৰু এই ঘটনা তিনিটা ক্ৰমে $\binom{৬}{১} \times \binom{৪}{১} \times \binom{৫}{২}$, $\binom{৬}{১} \times \binom{৪}{২} \times \binom{৫}{১}$, $\binom{৬}{২} \times \binom{৪}{১} \times \binom{৫}{১}$ ধৰণে সংঘটিত হ'ব। সেয়েহে, নিৰ্ণেয় সম্ভাৱিতা হ'ব

$$\frac{\binom{৬}{১} \times \binom{৪}{১} \times \binom{৫}{২}}{\binom{১৫}{৪}} + \frac{\binom{৬}{১} \times \binom{৪}{২} \times \binom{৫}{১}}{\binom{১৫}{৪}} + \frac{\binom{৬}{২} \times \binom{৪}{১} \times \binom{৫}{১}}{\binom{১৫}{৪}}$$

অৰ্থাৎ $\frac{৪৮}{৯১}$।

সম্ভাৱিতা তত্ত্ব পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ ভিত্তিস্বৰূপ। ব্লেইজ পাস্কেল (Blaise Pascal, ১৬২৩ - ১৬৬২) নামৰ এজন বিখ্যাত গণিতজ্ঞই তেওঁৰ এজন বন্ধুৰ অনুৰোধত জুৱাখেলৰ কেতবোৰ প্ৰশ্নৰ উত্তৰ বিচাৰোঁতেই সম্ভাৱিতা তত্ত্বৰ বীজ অংকুৰিত হৈছিল।

পাস্কেলৰ বিখ্যাত ত্ৰিভুজ 'পাস্কেল ত্ৰিভুজ'ৰ সহায়ত সম্ভাৱিতা তত্ত্বৰ বহু প্ৰশ্ন সমিধান অতি সহজে দিব পাৰি।

১
১ ১
১ ২ ১
১ ৩ ৩ ১
১ ৪ ৬ ৪ ১
১ ৫ ১০ ১০ ৫ ১
... ...

পাস্কেল ত্ৰিভুজ

পাস্কেল ত্ৰিভুজৰ লগত জোঁটৰো নিবিড় সম্পৰ্ক। এই ত্ৰিভুজৰ $(n+১)$ তম শাৰীত থকা সংখ্যাবোৰ আৰু দ্বিপদ ৰাশিৰ n তম $(n = ১, ২, ৩, \ldots)$ ঘাতৰ বিস্তৃতিৰ সহগবোৰ একে। যেনে,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{২} &= ১.a^{২} + ২.ab + ১.b^{২} \\
&= \binom{২}{০}a^{২} + \binom{২}{১}a^{২-১}b^{১} + \binom{২}{২}b^{২}. \\
(a+b)^{৩} &= ১.a^{৩} + ৩.a^{২}b + ৩.ab^{২} + ১.b^{৩} \\
&= \binom{৩}{০}a^{৩} + \binom{৩}{১}a^{৩-১}b^{১} + \binom{৩}{২}a^{৩-২}b^{২} + \binom{৩}{৩}b^{৩}. \\
(a+b)^{n} &= \binom{n}{০}a^{n} + \cdots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^{r} + \cdots + \binom{n}{n}b^{n}.
\end{aligned}$$

ইয়াত $a = ১, b = ১$ বহুৱালে পাম:

$$\binom{n}{১} + \binom{n}{২} + \cdots + \binom{n}{n} = ২^{n} - ১.$$

ইয়াৰ অৰ্থ এনেকৈও দিব পাৰি— n সংখ্যক ভিন্ন বস্তুৰ পৰা এবাৰত ১ টাকৈ, ২ টাকৈ, ৩ টাকৈ, ... n টাকৈ বস্তু বাছি লৈ গঠন কৰিব পৰা মুঠ জোঁটৰ সংখ্যা $২^{n} - ১$। এই ফলাফলটোৰ প্ৰয়োগে বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত বহু হিচাপ-নিকাচ সহজ কৰি তোলে।

এটোপ দুটোপ কৰি বৰষুণৰ পানী পৰি একোখন বহল সাগৰ হোৱাৰ দৰেই সৰু সৰু গাণিতিক ধাৰণাবোৰক (মূৰ্ত্ত বা বিমূৰ্ত্ত) সাৰথি কৰিয়ে গণিতৰ বিশাল জগতখন হৈছেগৈ। বিমূৰ্ত্ত ধাৰণাৰ প্ৰসংগ টানি ননাকৈয়ে কেৱল মূৰ্ত্ত ধাৰণাৰেই আমি গণিত জগতৰ এক ক্ষুদ্ৰ পৰিসৰতে ক্ষন্তেক বিচৰণ কৰাৰ প্ৰয়াস কৰিলোঁ। আশাকৰো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকল উপকৃত হৈছে।

শান্তিৰাম দাস বক্তৃতামালাৰ চতুৰ্থটো বক্তৃতা প্ৰদানত অংশ ল'বলৈ দি আমাক কৃতাৰ্থ কৰাৰ বাবে উদ্যোক্তাসকললৈ পুনৰবাৰ কৃতজ্ঞতা জনাই এই বক্তৃতা ইমানতে সামৰিলোঁ।

ধন্যবাদ

জয়তু অসম গণিত শিক্ষায়তন

ড° চন্দ্ৰৰেখা মহন্তৰ জন্মস্থান যোৰহাট জিলাৰ বৰহোলাত। বৰহোলাতে স্কুলীয়া শিক্ষা সাং কৰি বৰহোলা উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ পৰা ১৯৭৮ চনত হাইস্কুল শিক্ষান্ত পৰীক্ষাত অৱতীৰ্ণ হৈ অসমৰ সকলো ছাত্ৰী পৰীক্ষাৰ্থীৰ ভিতৰত প্ৰথম স্থান লাভ কৰি কটন মহাবিদ্যালয়ত প্ৰাক্-বিশ্ববিদ্যালয় (বিজ্ঞান) শাখাত নাম ভৰ্তি কৰে। প্ৰাক্-বিশ্ববিদ্যালয় (বৰ্তমানৰ উচ্চতৰ মাধ্যমিক পৰ্যায়) শিক্ষান্ত পৰীক্ষাত সাধাৰণ গণিত আৰু উচ্চগণিত দুয়োটা বিষয়তে সৰ্বোচ্চ নম্বৰ লাভ কৰি চতুৰ্থ স্থান অধিকাৰ কৰে। কটন মহাবিদ্যালয়তে গণিতক সন্মান বিষয় হিচাপে লৈ স্নাতক পাঠ্যক্ৰম সম্পূৰ্ণ কৰে আৰু প্ৰথম শ্ৰেণীৰ প্ৰথম স্থান অধিকাৰ কৰাৰ লগতে গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ ১৯৮৩ চনৰ 'শ্ৰেষ্ঠ স্নাতক' (Best Graduate) সন্মান লাভ কৰে। ইয়াৰ পিছত তেওঁ উচ্চ শিক্ষা আহৰণৰ বাবে দিল্লীলৈ যায় আৰু সেই সময়ত গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয় আৰু দিল্লী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ অধীনত স্নাতক পাঠ্যক্ৰম ক্ৰমে দুবছৰীয়া আৰু তিনিবছৰীয়া হোৱা হেতুকে এবছৰীয়া এক বিশেষ পাঠ্যক্ৰমত (স্নাতক তৃতীয় বাৰ্ষিকৰ সমপৰ্যায়) সুখ্যাতিৰে উত্তীৰ্ণ হৈ দিল্লী বিশ্ববিদ্যালয়ত গণিতৰ স্নাতকোত্তৰ পাঠ্যক্ৰমত নাম ভৰ্তি কৰাবলৈ সক্ষম হয়। দিল্লী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ কিৰোৰী মল মহাবিদ্যালয়ৰ পৰা ১৯৮৬ চনত স্নাতকোত্তৰ পৰীক্ষাত প্ৰথম শ্ৰেণীৰ প্ৰথম স্থান লাভ কৰাৰ পাছত তেওঁৰ বিদেশত গৱেষণা কৰাৰ সুযোগ মিলিছিল। কিন্তু পিতৃৰ অকাল বিয়োগ ঘটাত অসমত গণিত শিক্ষাৰ হকে কাম কৰাৰ হেঁপাহেৰে অসমলৈ ঢাপলি মেলে। সেই উদ্দেশ্য আগত ৰাখি ১৯৮৬ চনত গুৱাহাটীৰ সন্দিকৈ ছোৱালী মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগত যোগদান কৰে আৰু ১৯৮৮ চনত কটন মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগত যোগদান কৰে।

অধ্যাপনাৰ সমান্তৰালভাৱে ড° মহন্তই বিশিষ্ট পদাৰ্থ বিজ্ঞানী তথা কটন মহাবিদ্যালয়ৰ অধ্যক্ষ ড° কমলেন্দু দেব ক্ৰোড়ী আৰু বিশিষ্ট গণিতিবিদ তথা কটন মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ মুৰব্বী অধ্যাপক ড° তাৰকেশ্বৰ চৌধুৰীৰ তত্ত্বাৱধানত গৱেষণাৰ কাম চলায়, আৰু Physical Review D, General Relativity and Gravitation, Canadian Journal of Physics আদি জাৰ্নেলত গৱেষণা-পত্ৰ প্ৰকাশ কৰিবলৈ সক্ষম হয়। অধ্যাপক ড° তাৰকেশ্বৰ চৌধুৰীদেৱৰ তত্ত্বাৱধানত 'Some exact solutions in curved space-times of $n \geq 4$ dimensions' শীৰ্ষক গৱেষণা-গ্ৰন্থৰ বাবে ১৯৯৭ চনত গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা তেওঁ পিএইচডি ডিগ্ৰী লাভ কৰে।

সুদীৰ্ঘ ২৮ বছৰ কাল কটন মহাবিদ্যালয়ত (বৰ্তমান কটন বিশ্ববিদ্যালয়) অধ্যাপনা কৰাৰ পাছত ২০১৬ চনৰ পৰা ড° মহন্তই গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগত অধ্যাপনা কৰি আছে। কটন বিশ্ববিদ্যালয় আৰু গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয় – এই দুয়োখন বিশ্ববিদ্যালয়ৰে তেওঁ স্বীকৃতিপ্ৰাপ্ত গৱেষক তত্ত্বাৱধায়ক। ইতিমধ্যে তেওঁৰ তত্ত্বাৱধানত এগৰাকীয়ে এমফিল আৰু চাৰিগৰাকীয়ে পিএইচডি ডিগ্ৰী লাভ কৰিছে। আন চাৰিগৰাকী গৱেষকে তেওঁৰ তত্ত্বাৱধানত কাম চলাই আছে। ড° মহন্তৰ গৱেষণাৰ ক্ষেত্ৰ – আপেক্ষিকতাবাদ, ব্ৰহ্মাণ্ড বিজ্ঞান, আৰু গণিত শিক্ষা (Mathematics Education)।

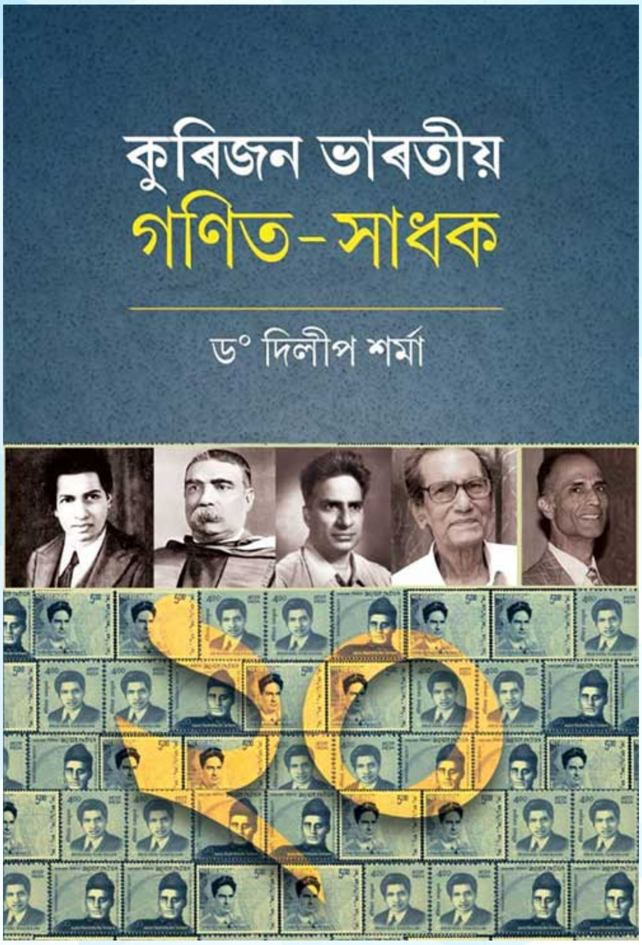
বেহেলাৰ বাদ্য বিশাৰদ ড° মহন্তই গণিত চৰ্চাৰ মাজে মাজে সংগীতৰো চৰ্চা অব্যাহত ৰাখিছে। বিভিন্ন গৱেষণামূলক প্ৰবন্ধৰ উপৰি মাজে-মধ্যে বাতৰি-কাকত, আলোচনী আদিত তেওঁ লিখা-মেলাও কৰে। ড° মহন্ত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ বৰ্তমানৰ কাৰ্যবাহী সদস্য আৰু 'গণিত বিকাশ'ৰ প্ৰাক্তন সম্পাদক।

['অসম গণিত শিক্ষায়তন'-এ আয়োজন কৰা 'শান্তিৰাম দাস স্মাৰক বাৰ্ষিক বক্তৃতামালা'ৰ চতুৰ্থটি বক্তৃতানুষ্ঠান মঙ্গলদৈৰ পশ্চিম ৰঙামাটি উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত ২০১৯ চনৰ ২৯ নৱেম্বৰত অনুষ্ঠিত হয়। 'গণিত বিকাশ'ত প্ৰকাশৰ উদ্দেশ্যে বক্তৃতাটিৰ দুই-এঠাইত অতি সামান্য সম্পাদনা কৰা হৈছে, আৰু উদাহৰণসমূহত থকা মান নিৰ্ণয়ৰ সাধাৰণ হৰণ-পূৰণসমূহ আঁতৰাই সেইসমূহ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গৃহকাৰ্য হিচাপে এৰা হৈছে। – সম্পাদক।]

‘কুৰিজন ভাৰতীয় গণিত-সাধক’ : এজন পাঠকৰ দৃষ্টিৰে

ড° চয়নিকা বৰুৱা

সহকাৰী অধ্যাপিকা, গণিত বিভাগ, ইউনিভাৰ্চিটি অৱ ছায়েঞ্চ এণ্ড টেকন’লজী, মেঘালয়



গণিতৰ ইতিহাসত ভাৰতবৰ্ষৰ এক সুকীয়া পৰিচয় আছে। বহুকেইজন বিৰল প্ৰতিভাধৰ গণিতজ্ঞৰ জন্মভূমি ভাৰতবৰ্ষ। গণিতৰ বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত অৱদান আগবঢ়োৱা বিছজন ভাৰতীয় গণিতজ্ঞৰ জীৱন আৰু কীৰ্তিৰ বৰ্ণনাৰে শ্ৰদ্ধাৰ শিক্ষাগুৰু ড° দিলীপ শৰ্মা ছাৰে ‘কুৰিজন ভাৰতীয় গণিত-সাধক’ নামেৰে লিখা গ্ৰন্থখন জানুৱাৰী মাহত গ্ৰন্থমেলাৰ পৰা সংগ্ৰহ কৰিছিলোঁ। আকৰ্ষণীয় বেটুপাতেৰে সজ্জিত ডেৰশ টকা মূল্যৰ গ্ৰন্থখন প্ৰকাশ কৰিছে অসমৰ অগ্ৰণী প্ৰকাশন প্ৰতিষ্ঠান ‘বান্ধৱে’। বহুকেইটা লেখা ইতিমধ্যে অসমৰ বিভিন্ন কাকত-আলোচনীত প্ৰকাশ হৈছে।

প্ৰাচীন ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ আচাৰ্য পিংগল, আৰ্য্যভট, বৰাহমিহিৰ, মহাবীৰাচাৰ্য্য, ভাস্কৰাচাৰ্য্য, ৰাধানাথ শিকদাৰ, আনন্দমোহন বসু, আশুতোষ মুখোপাধ্যায়, সৰ্দমন চাওলা, গণিতৰ পাঠ্যপুথি লেখক হিচাপে খ্যাতিমান গণিতৰ অধ্যাপক শান্তিনাৰায়ণ, জগতনাৰায়ণ কাপুৰ, হৰিশ-চন্দ্ৰ, আদি কৰি বিছজন গণিতজ্ঞৰ সংক্ষিপ্ত জীৱনী আৰু গাণিতিক অৱদান আলোকপাত কৰা হৈছে গ্ৰন্থখনত। এই কুৰিজনৰ ভিতৰত আন বহু তীক্ষ্ণধী গণিতজ্ঞৰ নাম বাদ পৰি গৈছে, আৰু পৰৱৰ্তী সংস্কৰণত সংযোজন কৰা হ’ব বুলি লেখকে পাতনিত উল্লেখ কৰিছে। আন্তৰ্জাতিক খ্যাতিসম্পন্ন পৰিসংখ্যাবিদ আৰু গণিতজ্ঞ জ্যোতিপ্ৰসাদ মেধি, আৰু অসমৰ প্ৰথমজন গণিতৰ ডক্টৰেট শিৰেন্দ্ৰনাৰায়ণ বৰুৱাৰো জীৱন-কাহিনী আৰু অৱদান লেখকে সুন্দৰকৈ বৰ্ণনা কৰিছে।

অতি সাৱলীল ভাষাৰে লেখকে সকলো স্তৰৰ পাঠকে বুজি পোৱাকৈ কিতাপখন লিখিছে। বহুল ব্যৱহৃত গাণিতিক শব্দৰ অসমীয়া প্ৰতিশব্দৰ প্ৰয়োগ কিতাপখনৰ আন এক মন কৰিবলগীয়া কথা। গণিতৰ কিতাপ যদিও, শুৱলা শব্দ তথা জতুৱা-ঠাঁচ, কাব্যিক উদ্ধৃতি আদিৰ ব্যৱহাৰ শৰ্মা ছাৰৰ ৰচনাৰ এক অনন্য বৈশিষ্ট্য। উদাহৰণস্বৰূপে ৰামানুজনৰ পত্নী জানকীৰ বিষয়ে লিখোঁতে ৰত্নকান্ত বৰকটকীৰ ‘ঊৰ্মিলা’ কবিতাটিৰ দুশাৰী উল্লেখ কৰিছে। অসমীয়া বহু কাকত-আলোচনী তথা বিশ্ববিখ্যাত গৱেষণা-পত্ৰৰ

নাম প্ৰতিটো লেখাত সংযুক্ত কৰিছে, যিখিনিয়ে কৌতুহলী পাঠকক সমল যোগান ধৰিব। সাধাৰণতে উপেক্ষিত আৰু জনমানসত প্ৰায়ে প্ৰচাৰ নোহোৱা বহুকেইজন ভাৰতীয় গণিতজ্ঞৰ জীৱন-কাহিনীৰ বৰ্ণনা কৰাটো মোৰ বোধেৰে আটাইতকৈ ভাল লগা কথা। উদাহৰণস্বৰূপে 'পাস্কেলৰ ত্ৰিভুজ'ৰ বিষয়ে ব্লেইজ পাস্কেলৰ বহু আগতেই ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ পিংগলে চৰ্চা কৰিছিল, কিন্তু এই কথা গণিতৰ ছাত্ৰী হৈয়ো আমি জনা নাছিলোঁ, কিতাপখন পঢ়াৰ আগতে। মনোৰঞ্জক গণিতৰ সাধক দত্তাত্ৰেয় ৰামচন্দ্ৰ কাপ্ৰেকৰ সম্পৰ্কীয় লেখাত কাপ্ৰেকৰ ধ্ৰুৱক, কাপ্ৰেকৰ সংখ্যা, আত্ম সংখ্যা, যাদু বৰ্গ, আদিৰ বিষয়ে সুন্দৰকৈ আলোচনা কৰিছে। একাধাৰে গণিতজ্ঞ, পৰিসংখ্যাবিদ, সংস্কৃত পণ্ডিত তথা মুদ্ৰা বিশেষজ্ঞ দামোদৰ ধৰ্মানন্দ কোসাম্বীৰ কালজয়ী জীৱন কাহিনী এটা অধ্যায়ত বৰ্ণিত কৰা হৈছে। ৰামানুজনৰ বাটেৰেই বাট বোলা, লিটলউডৰ তত্বাৱধানত গৱেষণা কৰা অন্য এজন প্ৰখৰ মেধাৱী আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় খ্যাতিসম্পন্ন গণিতজ্ঞ সৰ্বদমন চাওলা, গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত আৰু পৰিসংখ্যাবিজ্ঞান বিভাগৰ প্ৰথমজন প্ৰফেছৰ আৰু মুৰব্বী অধ্যাপক তথা কেম্ব্ৰিজৰ ৰেংলাৰ ৰেংশী দেতাৰাম থাৰানিৰ জীৱন কাহিনী আৰু গাণিতিক অৱদান গ্ৰন্থখনত সুন্দৰকৈ আলোকপাত কৰা হৈছে। গণিতৰ বহু উচ্চ মানবিশিষ্ট পাঠ্যপুথিৰ লেখক, অধ্যাপক শান্তিনাৰায়ণৰ জীৱন, তেওঁৰ গৱেষণাৰ কাহিনী, আৰু গণিতৰ শিক্ষকৰ বাবে গ্ৰীষ্মকালীন প্ৰশিক্ষণ শিবিৰ আয়োজন কৰাৰ আঁৰৰ শ্ৰম আদি ঘটনাৰ বিষয়ে এটা অধ্যায়ত বিৱৰণ দিয়া হৈছে। গ্ৰন্থখনৰ শেষৰ অধ্যায়ত কেলিফৰ্ণিয়া বিশ্ববিদ্যালয়ৰ ডক্টৰেট ডিগ্ৰীধাৰী গণিতজ্ঞ 'India's own John Forbes Nash' বুলি অভিহিত বশিষ্ঠনাৰায়ণ সিঙৰ জীৱন, কীৰ্তি আৰু স্কিজ'ফ্ৰেনিয়াত আক্ৰান্ত হোৱাৰ পিছৰ দুৰ্দশাৰ কাহিনী বৰ্ণনা কৰা হৈছে।

এগৰাকী কৃতী ছাত্ৰ আৰু সফল শিক্ষক হিচাপে ড° দিলীপ শৰ্মা সুপৰিচিত। নলবাৰীৰ সন্ধেলীত জন্ম গ্ৰহণ কৰা শৰ্মাই ১৯৭১ চনত হাইস্কুল শিক্ষান্ত পৰীক্ষাত সপ্তম স্থান, আৰু ১৯৭২ চনত গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ প্ৰাগ্‌বিশ্ববিদ্যালয় (কলা) পৰীক্ষাত লজিক, আৰু সংস্কৃতত সৰ্বোচ্চ গুণাংকসহ প্ৰথম স্থান অধিকাৰ কৰি উত্তীৰ্ণ হয়। ১৯৭৫ চনত গণিতৰ অনাৰ্ছত প্ৰথম শ্ৰেণীৰ প্ৰথম স্থান অধিকাৰ কৰি বিএ পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হয়। ১৯৭৭ চনত গণিতত প্ৰথম শ্ৰেণীৰ তৃতীয় স্থান অধিকাৰ কৰি এমএ পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হয়। ইয়াৰ পাছত তেওঁ ক্ৰমে এমফিল আৰু পিএইছডি ডিগ্ৰি লাভ কৰে। নগাঁও কলেজত কৰ্মজীৱনৰ পাতনি মেলা শৰ্মাই কটন কলেজত ডেৰকুৰি বছৰতো অধিক কাল সেৱা আগবঢ়াই গণিত বিভাগৰ মুৰব্বী হিচাপে অৱসৰ লয়। সম্প্ৰতি ড° শৰ্মা গুৱাহাটীৰ গিৰিজানন্দ চৌধুৰী ব্যৱস্থাপনা আৰু প্ৰযুক্তিবিদ্যা প্ৰতিষ্ঠানৰ গণিত বিভাগৰ মুৰব্বী। ইতিমধ্যে ড° শৰ্মাৰ ন খন গণিতৰ জনপ্ৰিয় গ্ৰন্থ প্ৰকাশ পাইছে,— *গণিতদ্ৰষ্টা ৰামানুজন, নিষ্ণাত গণিতজ্ঞ, সংখ্যাৰ কাননত, ইউক্লিড আৰু জ্যামিতি, নিৰুপম গণিত, সংখ্যাৰ জগতত বটুছাৰ, অমিততেজা গণিতজ্ঞ, প্ৰাচীন ভাৰতত গণিত-চৰ্চা,* আৰু *অনুপম গণিত*। ইয়াৰে *নিৰুপম গণিত* (দ্বিতীয় সংস্কৰণ), *সংখ্যাৰ জগতত বটুছাৰ* (দ্বিতীয় সংস্কৰণ), আৰু *অনুপম গণিত*ৰ প্ৰকাশক **বান্ধৱ**। তদুপৰি দ্বাদশ শতিকাৰ বিখ্যাত ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ ভাস্কৰাচাৰ্য্যৰ *লীলাৱতী*ৰ তেওঁ কৰা সাৱলীল অনুবাদ অসম প্ৰকাশন পৰিষদে প্ৰকাশ কৰিছে। তেওঁ ৰচনা কৰা গণিত বিষয়ক নাট আকাশবাণী গুৱাহাটী কেন্দ্ৰই সম্প্ৰচাৰ কৰিছে। অসম গণিত শিক্ষায়তনৰদ্বাৰা প্ৰকাশিত *গণিত বিকাশ* নামৰ ছমহীয়া আলোচনীখন তেওঁ বহু বছৰ সম্পাদনা কৰিছিল। ইয়াৰ উপৰিও মাধ্যমিক, উচ্চতৰ মাধ্যমিক, স্নাতক, আৰু স্নাতকোত্তৰ মহলাৰ বাবে তেওঁ কেবাখনো পাঠ্যপুথিও লেখিছে। নৱম আৰু দশম শ্ৰেণীৰ বাবে তেওঁ যুগুত কৰা *ব্যৱহাৰিক গণিত, উচ্চ গণিত* **বান্ধৱে** প্ৰকাশ কৰিছে। বিভিন্ন কাকত-আলোচনীত তেওঁৰ চাৰিকুৰিৰো অধিক প্ৰবন্ধ-গল্প প্ৰকাশ পাইছে। অধুনালুপ্ত *অবিকল* শীৰ্ষক আলোচনীৰ তেওঁ নিয়মীয়া লেখক আছিল। *বাৰ ওঠৰতো* তেওঁ নিয়মীয়াকৈ লেখিছিল। ভাৰত চৰকাৰৰ বিজ্ঞান আৰু প্ৰযুক্তিবিদ্যা বিভাগে ড° শৰ্মাক ছপা মাধ্যমেৰে বিজ্ঞান আৰু প্ৰযুক্তিবিদ্যা ক্ষেত্ৰলৈ উল্লেখনীয় বৰঙণি আগবঢ়োৱা হেতু ২০১৭ বৰ্ষৰ ৰাষ্ট্ৰীয় বঁটাৰে সন্মানিত কৰিছে।

- প্ৰকাশক

এই কুৰিজন ভাৰতীয় গণিত-সাধকৰ জীৱন-কাহিনী একত্ৰিত কৰি ড° দিলীপ শৰ্মা ছাৰে সঁচাকৈয়ে এক প্ৰশংসনীয় কাম কৰিছে। ছাৰৰ এই প্ৰচেষ্টা সঁচাকৈয়ে শলাগ ল'বলগীয়া। গ্ৰন্থখনে গণিতপ্ৰেমীক আপ্লুত কৰাৰ লগতে অসমৰ বিজ্ঞান-সাহিত্য জগতখনলৈয়ো নিসন্দেহে বৰঙণি আগবঢ়াব।

প্ৰতিটো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n ৰ বাবে তলৰ সূত্ৰটোৱে একোটা মৌলিক সংখ্যা দিয়ে:

$$f(n) = \left\lfloor \frac{n! \mod (n+1)}{n} \right\rfloor (n-1) + 2,$$

য'ত $\lfloor x \rfloor$ হৈছে যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে, x ৰ সমান বা সৰু আটাইতকৈ ডাঙৰ অখণ্ড সংখ্যাটো।

কিন্তু কথা হ'ল যে এই সূত্ৰটো এটা অতি দুৰ্বল সূত্ৰ।

‘ৰামানুজন আৰু তেওঁৰ গণিত’ : অসামান্য ৰামানুজনৰ নিখুঁত প্ৰতিবিম্ব

অনামিকা বড়া

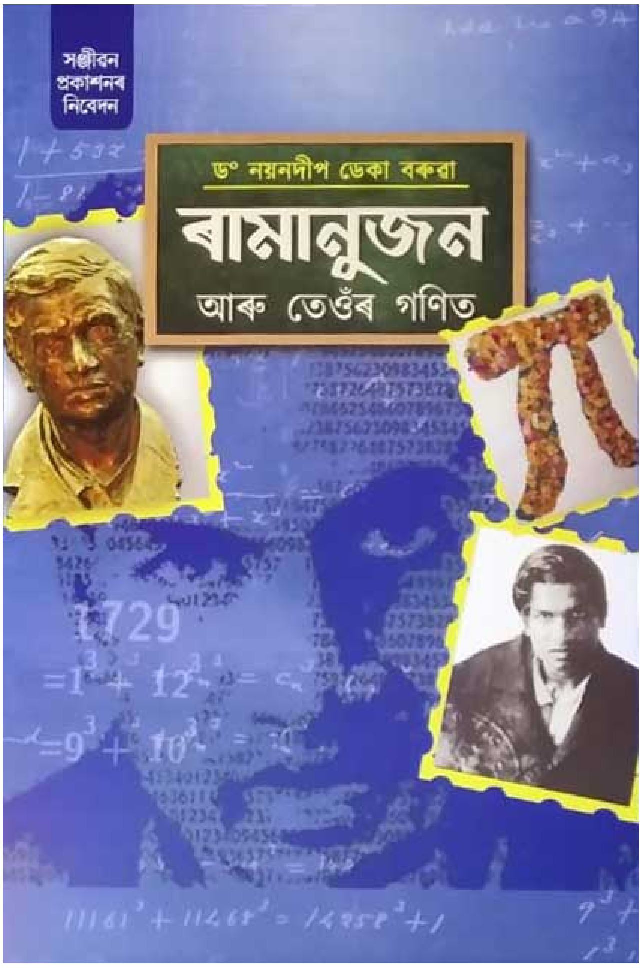
শিক্ষা স্নাতক (BEd), তৃতীয় ষাণ্মাসিক, ডিব্ৰুগড় বিশ্ববিদ্যালয়

“মই গান্ধীজীৰ দৰে হ’ম/ সদায় সত্য পথত ৰ’ম/ সত্য কথাহে ক’ম/ মই গান্ধীজীৰ দৰে হ’ম” – অ-আ-ক-খ শিকিয়েই অসমীয়া মাধ্যমৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে পাঠ্যপুথিত পঢ়া এটি পাহৰিব নোৱৰা কবিতা। কবিতাটিৰ অন্তৰ্নিহিত ভাবে কৈ যায় – মানুহেই মানুহৰ আকৰ্ষণ আৰু প্ৰেৰণাৰ এক অনন্য উৎস। নিজৰ লগতে আনৰো জীৱন মহীয়ান কৰিব পৰাকৈ স্ব-প্ৰতিভাৰে উজ্জ্বলি উঠে একো একোজন প্ৰতিভাশালী ব্যক্তি। সংঘাতময় জীৱনৰ সকলো বাধা নেওচি অদম্য প্ৰতিভাৰে চমক সৃষ্টি কৰা ব্যক্তিবিশেষৰ জীৱনাদৰ্শই আমাক সততে অনুপ্ৰাণিত কৰি আহিছে। বহু সময়ত এনে প্ৰতিভাৱানসকলৰ সফলতাৰ আঁৰৰ শক্তি সাধাৰণ মানুহৰ ওচৰত ৰহস্যৰ আৱৰ্তত থাকিলেও সমাজৰ বাবে তেওঁলোকৰ জীৱন-কাহিনী চিৰদিন প্ৰেৰণাদায়ী হৈ বৈ থাকে। যাৰ বাবে কবিয়ে কবিতাত লিখি থৈ গৈছে, “মহা মহা পুৰুষৰ/ চানেকিৰে জীৱনৰ/আমিও কৰিব পাৰোঁ জীৱন গঢ়িত”। সেইবাবে শিশু অৱস্থাৰ পৰাই এনে অসাধাৰণ ব্যক্তিত্বৰ জীৱনী অধ্যয়নৰ অভ্যাস আমি গঢ়িব লাগে। অনুকৰণপ্ৰিয় শিশু-কিশোৰৰ কোমল মনত এইবোৰে গভীৰ ইতিবাচক প্ৰভাৱ পেলাব পাৰে। কিন্তু সেই জীৱনী হ’ব লাগিব সদায় বিশ্বাসযোগ্য, যাৰ বাবে জীৱনীকাৰৰ থাকিব লাগিব বিষয়-বস্তু আৰু ব্যক্তিত্বৰ বিষয়ে নিৰ্ভুল জ্ঞান।

অসমীয়া ভাষাত এনে জীৱনীমূলক গ্ৰন্থ সীমিত; বিশেষকৈ গণিত আৰু বিজ্ঞানৰ লগত জড়িত ব্যক্তিত্বৰ ক্ষেত্ৰত। পৰিতাপৰ বিষয় এই যে এনে পৰিসংখ্যাত ভাৰতীয় অথবা অসমীয়া ব্যক্তিৰ উদাহৰণ কম নহয়। তেনে লোকৰ জীৱন-ভিত্তিক বিভিন্ন কথিত-কাহিনী যিমান প্ৰচলিত, পূৰ্ণাংগ জীৱনী কিন্তু খুব কমেই পঢ়িবলৈ পোৱা যায় অসমীয়া ভাষাত, বেছিভাগৰে নাথাকেই। দুখে পীড়িত কৰা, অভাৱে জুৰুলা কৰা, অথচ অভাৱনীয় গুণৰ অধিকাৰী বিশ্ববৰেণ্য গণিতজ্ঞ, মহান ভাৰতীয় শ্ৰীনিবাস ৰামানুজনৰ বিচিত্ৰ জীৱন-ঘটনা এই ক্ষেত্ৰত জ্বলন্ত উদাহৰণ।

বিস্ময়কৰ প্ৰতিভাৰ গৰাকী ৰামানুজনৰ সম্পৰ্কে প্ৰচলিত ঘটনাসমূহৰ মাজৰে এটি বহুল জনপ্ৰিয় কাহিনী এনেধৰণৰ: ৰামানুজনে লণ্ডনত, কলিনেট হাউছত চিকিৎসাধীন হৈ থকাৰ সময়ৰ কথা। জি এইচ হাৰ্ডিয়ে এখন টেক্সিত উঠি ৰামানুজনৰ খবৰ ল’বলৈ আহিল। টেক্সিখনৰ নম্বৰটো আছিল ১৭২৯। যেতিয়া হাৰ্ডিয়ে সেই সংখ্যাটো বৰ নিস্তেজ ($১৭২৯ = ৯ \times ১৩ \times ১৯$) বুলি দুখ প্ৰকাশ কৰিলে, তেতিয়া ৰামানুজনে সংখ্যাটো আমোদজনক বুলিহে প্ৰত্যুত্তৰ দিলে, আৰু ক’লে যে দুটা ধনাত্মক সংখ্যাৰ ঘন সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে দুই ধৰণে লিখিব পৰা ($১৭২৯ = ১^৩ + ১২^৩ = ৯^৩ + ১০^৩$) এইটো আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা। চিকিৎসালয়ত অসুখীয়া অৱস্থাতো মন-মগজু গণিত বিষয়তে সক্ৰিয় হৈ থকা বিস্ময়কৰ প্ৰতিভাৰ অধিকাৰী ৰামানুজনৰ এই ঘটনাটো বিভিন্ন জনে বিভিন্ন ধৰণে উপস্থাপন কৰাৰ লগতে বহু ঠাইত “ৰামানুজন ইমানেই জিনিয়াছ আছিল যে তেওঁ তৎমুহূৰ্ততে গণনা কৰি ১৭২৯ ৰ বৈশিষ্ট্য হাৰ্ডিক কৈছিল” বুলিয়েই পঢ়িবলৈ পোৱা যায়। কিন্তু এয়া সম্পূৰ্ণ সত্য নহয়। প্ৰকৃততে এই বিষয়ে তেওঁ আগেয়েই জ্ঞাত আছিল। লণ্ডনলৈ যোৱাৰ পূৰ্বেই ৰামানুজনে তেওঁৰ তৃতীয়খন টোকাবহীত $A^3 + B^3 + C^3 = D^3$ সমীকৰণটোৰ সাধাৰণ পৰিমেয় সমাধান লিপিবদ্ধ কৰিছিল। তদুপৰি ১৯১৪ চনত ইংলেণ্ডলৈ যোৱাৰ পূৰ্বে ‘Journel of the Indian Mathematical Society’ত নিয়মীয়াকৈ গাণিতিক সমস্যা সম্পৰ্কীয় প্ৰশ্ন কিছুমান উপস্থাপন কৰিছিল, আৰু তাৰে ৬৬১ আৰু ৬৮১ নং প্ৰশ্নত আছিল উপৰিউক্ত সমীকৰণৰ বিশেষ ৰূপৰ সমাধান সম্পৰ্কীয় প্ৰশ্ন য’ত উদাহৰণ হিচাপে আছিল ‘হাৰ্ডি-ৰামানুজন সংখ্যা’টো (১৭২৯)। এই ঘটনাটো এটা মাত্ৰ উদাহৰণ। গণিতদ্ৰষ্টা ৰামানুজনৰ এনে কেইবাটাও ঘটনা আছে যিসমূহ মুখ বাগৰি অথবা অতিৰঞ্জিত হৈ জনমানসত প্ৰচলিত হৈ আহিছে।

শেহতীয়াকৈ ২০২১ বৰ্ষৰ জানুৱাৰীত প্ৰকাশ হৈছে এখন ব্যতিক্ৰমী গ্ৰন্থ, “ৰামানুজন আৰু তেওঁৰ গণিত”। ‘সঞ্জীৱন প্ৰকাশন’-এ প্ৰকাশ কৰা ১০২ পৃষ্ঠাৰ এই কিতাপখন লিখি উলিয়াইছে বৰ্তমান তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিতবিজ্ঞান বিভাগৰ অধ্যাপক ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱাই। কিতাপখন পঢ়িলে সাহিত্যিক গোবিন্দ প্ৰসাদ শৰ্মাৰ এষাৰি বাক্য মনলৈ আহে যে জীৱনীকাৰে সচেতনভাৱে আৰু সজ্ঞানে প্ৰস্তুত কৰা জীৱনীসমূহ সফল হয়। কিতাপখন ৰচনা কৰাৰ সময়ত লেখকে সেই কথা পদে পদে মনত ৰাখিছে যেন অনুভূত হয়। উল্লেখযোগ্য যে ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱা হৈছে ৰামানুজনৰ টোকাবহীবোৰ সম্পাদনা কৰা প্ৰখ্যাত গণিতজ্ঞ ব্ৰুচ চি বাৰ্ণ্টৰ সৈতে গৱেষণা কৰি অহা এজন ব্যক্তি। “ডেকা বৰুৱা ব্যক্তিগতভাৱেও ৰামানুজনৰ প্ৰবল অনুৰাগী। তেওঁৰ গৱেষণাৰ এক বৃহৎ অংশ হৈছে ৰামানুজনৰ দ্বাৰা অনুপ্ৰাণিত গণিত।” প্ৰচুৰ প্ৰতিভাধৰ ৰামানুজনৰ বিস্ময়কৰ গণিতৰ সৈতে তেওঁ কিদৰে চিনাকি হৈছিল, আগ্ৰহান্বিত হৈছিল, আৰু তেনে বিষয়তে গৱেষণাৰ মন বান্ধিছিল, সেই বিষয়ে পাতনিত তেওঁ লিখিছে, “... ময়ো হাইস্কুলত পঢ়ি থাকোঁতে শুনিছিলো, দুই-এটা প্ৰবন্ধও বাতৰি-কাকত, আলোচনী আদিত পঢ়িছিলোঁ। কিন্তু ৰামানুজনে কেনেধৰণৰ অংক কৰিছিল, গণিতৰ কেনেকুৱা নতুন ধাৰণা অৱতাৰণা কৰিছিল, কি কাৰণে তেওঁক বিশ্বৰ মহান গণিতজ্ঞসকলৰ এজন বুলি ধৰা হয়, সেই ধাৰণা তেতিয়া স্পষ্ট কৰিবলৈ সুযোগ পোৱা নাছিলোঁ।” এইখিনিতেই প্ৰতিফলিত হয়, লেখকৰ কৈশোৰৰ জ্ঞানপিপাসু মনৰ জোখাৰে সেই সময়ত বিষয়টো অসমীয়াত পঢ়িবলৈ সমলৰ অভাৱ আছিল। তেতিয়াৰে পৰা অহোপুৰুষাৰ্থ কৰি আহি বৰ্তমান সন্মানীয় অধ্যাপকৰ পদবীত থাকিও ডেকা বৰুৱাই পাহৰি যোৱা নাছিল সৰুতে পাই অহা অভাৱ। সাম্প্ৰতিক সময়ত দুই-এখন কিতাপৰ সহিতে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ হাতে হাতে ইণ্টাৰনেটৰ সুবিধাই সেই অভাৱ কিছু লাঘৱ কৰিলেও শুদ্ধ-সত্য তথ্যৰ দিশৰ পৰা ই পৰ্যাপ্ত নহয় (আৰম্ভণিতে উল্লেখ কৰা ঘটনাটো ইয়াৰ এক উদাহৰণ)। কিয়নো যিকোনো পঢ়ুৱৈয়ে ৰামানুজনৰ জীৱন-কাহিনী অলপ জানিলেও কেনেকুৱা কামৰ বাবে তেওঁ গোটেই বিশ্বতে বন্দিত সেই কথা বস্তুনিষ্ঠভাৱে সৰল ভাষাৰে মাতৃভাষাত পঢ়িবলৈ হাতত নাই নিৰ্ভৰযোগ্য কিতাপ। উত্তৰ প্ৰজন্মৰ এই অভাৱক অন্তঃকৰণেৰে উপলব্ধি কৰিয়েই নয়নদীপ ডেকা বৰুৱাই লিখি উলিয়ালে তেখেতৰ প্ৰথমখন কিতাপ, “ৰামানুজন আৰু তেওঁৰ গণিত”। বাহুল্যবৰ্জিত বৰ্ণনাৰে, প্ৰাঞ্জল ভাষাৰে, ক্ষণজন্মা গণিতজ্ঞজনাৰ পৰম বিস্ময়কৰ প্ৰতিভাক নিখুঁতভাৱে প্ৰতিভাত কৰা কিতাপখন নিঃসন্দেহে অসমীয়া সাহিত্যত এক সোণালী সংযোজন।



ঘাত-প্ৰতিঘাত, অভাৱ-অনাটনে জুৰুলা কৰা এজন অখ্যাত ভাৰতীয় কেৰাণী হৈয়ো ৰামানুজন বিশ্ববিশ্ৰুত গণিতজ্ঞ হিচাপে খ্যাতিমন্ত হোৱাটো গণিতৰ এক স্বৰ্ণাভ অধ্যায়, যি অধ্যায়ৰ নিৰ্মোহ উপস্থাপনেৰে আলোচ্য কিতাপখন প্ৰচুৰ অনুপ্ৰেৰণাদায়ী। বহুতৰ জীৱন সলনি কৰিব পৰা এই কিতাপখন কেইবাটাও দিশৰ পৰা গুৰুত্বপূৰ্ণ। এটি আদৰ্শ ব্যক্তিত্বৰ জীৱনগাঁথাক দেৱত্বৰ ৰূপত উপস্থাপন কৰাৰ প্ৰৱণতাৰ পৰা এইখন মুক্ত। নিজৰ প্ৰিয় আদৰ্শ ব্যক্তিৰ বিষয়ে বৰ্ণনা কৰিবলৈ যাওঁতে স্বাভাৱিকতে আমি আৱেগিক হৈ পৰোঁ অথবা গুণ-গৰিমাৰ প্ৰশংসাত নিৰ্মোহ হোৱাটো কঠিন হৈ পৰে, আৰু বীৰপূজাৰ অধীন হোৱা দেখা যায়। কিন্তু “ৰামানুজন আৰু তেওঁৰ গণিত”ত ৰামানুজনক এজন মানৱীয় দোষ-গুণ

সম্পন্ন ব্যক্তি হিচাপে তুলি ধৰাত লেখকে কৰা প্ৰয়াস প্ৰশংসনীয়। গণিত আৰু সাহিত্যৰ সুসমন্বয়ে কিতাপখন স্বাভাৱিকতে সকলো শ্ৰেণীৰ পঢ়ুৱৈৰ বাবে সুখপাঠ্য কৰি তুলিছে। লেখকৰ বাস্তৱ জীৱনৰ অভিজ্ঞতা তথা সংগৃহীত উপাদানৰ পৰিস্কাৰ বিশ্লেষণে এই জীৱনী সাহিত্যৰ প্ৰতিটো দিশেই কৰি তুলিছে গৱেষণালব্ধ। তদুপৰি লেখকে ব্যৱহাৰ কৰা তথ্য-উৎসসমূহে গণিত বিষয়ৰ গৱেষণাৰ ক্ষেত্ৰখনলৈ যাব খোজাসকলৰ বাবে নিৰ্ভৰযোগ্য পথ প্ৰদৰ্শক। বিষয়-বস্তুক অধ্যয়নৰত পাঠ্যপুথিৰ সৈতে অনায়াসে সংযোগ স্থাপন কৰিব পৰাকৈ গাণিতিক শব্দ, বাক্যাংশ আদিৰ ইংৰাজী আৰু অসমীয়া দুয়োটাতে কৰা উপস্থাপনত এইখন এখন উৎকৃষ্ট নিদৰ্শন হ'ব পাৰে।

সৰ্বমুঠ চৈধ্যটা অধ্যায় সন্নিৱিষ্ট কিতাপখনে ৰামানুজনৰ জীৱনৰ লগত জড়িত প্ৰায় সকলোখিনি বিষয়কে চুই গৈছে। প্ৰতিটো অধ্যায়েই সৰল, বস্তুনিষ্ঠ তথা পৰিমিত। জীৱনভিত্তিক আৰু গণিতভিত্তিক অধ্যায়সমূহৰ লগতে কিতাপখনৰ শেহৰ ফালে লেখকে সংযোগ কৰিছে কুৰিখন প্ৰসংগ পুথি। এইখিনিতে উল্লেখযোগ্য যে কিতাপখন লিখাৰ উদ্দেশ্য বেকত কৰি পাতনিত লেখকৰ বক্তব্য– "আনুষ্ঠানিকভাৱে কেৱল এফ এলৈকে পঢ়িলেও ৰামানুজনে নিজে নিজে উল্লেখিত কঠিন বিষয়বোৰতো অসাধাৰণ চিন্তাৰে, সুতীক্ষ্ণ পৰ্যৱেক্ষণ ক্ষমতাৰে, অসামান্য বৰঙনি আগবঢ়াই গণিতৰ ক্ষেত্ৰখন সমৃদ্ধ আৰু প্ৰভাৱিত কৰি গ'ল। আগ্ৰহী পঢ়ুৱৈয়ে, বিশেষকৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে, বিষয়বোৰৰ সম্পৰ্কে অধিক পঢ়ি শিকিবলৈ আগ্ৰহী হ'ব বুলি কিতাপৰ শেষলৈ কেইখনমান গ্ৰন্থৰ নাম সন্নিৱিষ্ট কৰা হৈছে।" একেবাৰে শেষত থকা বাৰখন বিশেষ আলোকচিত্ৰৰ ভঁৰালেৰে 'প্ৰাসংগিক ফটো' অধ্যায়টিৰ সংযোজনে সোণত সুৰগা চৰাইছে।

'ৰামানুজনঃ সংক্ষিপ্ত জীৱন চৰিত' শীৰ্ষক প্ৰথম অধ্যায়ত ৰামানুজনৰ চমু জীৱনী ৰচনা, তাৰ পিছতে কিদৰে দৰিদ্ৰতাৰ চাপত তেওঁ ফলিত অংক কৰি কৰি টোকাবহীত ফলাফলসমূহ ৰাখি গৈছিল, পিছত কেতিয়া আৰু কেনেকৈ সেইসমূহ গণিতৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰভাৱ বিস্তাৰ কৰি বৰ্তমানেও সংৰক্ষণ হৈ আহিছে সেই যাত্ৰাক জলজল-পটপটকৈ দাঙি ধৰিছে 'ৰামানুজনৰ টোকাবহীবোৰ', 'ৰামানুজনৰ হেৰুওৱা টোকাবহীবোৰ', আৰু 'ৰামানুজনৰ ফলিখন' প্ৰভৃতি অধ্যায় তিনিটাত।

পঞ্চমটি অধ্যায়, 'ৰামানুজন আৰু জানকী'ত দৃঢ়মনা, স্বাধীনচিতীয়া, মৰমিয়াল, মহানুভৱী জানকীৰ জীৱন-চিত্ৰক এনেভাৱে আলোকপাত কৰিছে, য'ত আগেয়ে ক'তো পঢ়িবলৈ নোপোৱা কিছুমান সঁচা ঘটনাৰ বিষয়ে পঢ়ি পঢ়ুৱৈৰ দুচকু আপোনা-আপুনি ভৰুণ হৈ পৰে। নিৰক্ষৰ হৈয়ো স্বামীৰ অসামান্য প্ৰতিভাৰ গুৰুত্ব বুজি উঠা জানকীৰ অবিহনে ৰামানুজন সম্পৰ্কীয় বহু মূল্যৱান সম্পদ বিশ্ব-সমাজে পোৱাৰ আগতেই হেৰাই গ'লহেঁতেন। জানকীৰ ওচৰত সমগ্ৰ গণিত সমাজ তথা ভাৰতীয় সমাজ চিৰঋণী, যিটো বিষয় কৃতজ্ঞতা সহিতে উপস্থাপন কৰিছে লেখকে। পৰ্য্যায়ক্ৰমে 'ৰামানুজনৰ অসুখ'ত ৰামানুজনৰ স্বাস্থ্য সম্পৰ্কীয় তথ্য, গৱেষণা সহিতে কষ্টসহিষ্ণু গুণৰ অধিকাৰী ৰামানুজনজন সঠিকৰূপত প্ৰকাশ পাইছে। উল্লেখযোগ্য যে সেই সময়ৰ ভাৰত আৰু ভাৰতীয়ৰ খাদ্যাভ্যাস, লণ্ডন আৰু লণ্ডনৰ খাদ্যাভ্যাসৰ এক তুলনামূলক বিশ্লেষণ অধ্যায়টিৰ সুকীয়া বিশেষত্ব। ওপৰত উল্লেখ কৰি অহা ১৭২৯ সংখ্যাটোৰ ঘটনাটোৰ বিশদ বিৱৰণ অতিৰঞ্জিত নকৰাকৈ প্ৰামাণিক ৰূপত দাঙি ধৰা অধ্যায়টো হ'ল 'ৰামানুজন, কলিনেট হাউছ আৰু ১৭২৯ সংখ্যাটো', য'ত আৰু কিছু উল্লেখযোগ্য ঘটনাৰ বিষয়ে স্পষ্ট ৰূপত প্ৰকাশ কৰি 'মানুহ ৰামানুজন'ক চিত্ৰিত কৰিবলৈ যত্নত ত্ৰুটি ৰখা নাই। উদাহৰণস্বৰূপে, অসাধাৰণত্বৰ সমান্তৰালকৈ ৰামানুজনৰ গোড়া আৰু আঁকোৰগোজ চৰিত্ৰটোকো যথাযথভাৱেই ফুটাই তুলিছে। "... ক্ৰাইনেণ্টত থাকিলে তেওঁ কান্দিয়েই থাকিব লাগিব..." প্ৰভৃতি ৰামানুজনৰ মন্তব্যৰ উল্লেখেৰে ৰসিক ৰামানুজনকো লেখকে ঠায়ে ঠায়ে আমাৰ আগত দাঙি ধৰিছে। মন কৰিবলগীয়া যে অধ্যায়সমূহত মিল থকা ঘটনা-পৰিঘটনাৰ আগমন হ'লে লেখকে অতি নিপুণতাৰে পুনৰাবৃত্তি নোহোৱাকৈ বিষয়টিৰ মূল অধ্যায়লৈ সংযোগ পথ দি দিছে, যিয়ে কিতাপখনৰ অনাহক পৃষ্ঠাবৃদ্ধি ৰোধ কৰাৰ লগতে পঢ়ি আমনি নলগাকৈ পঢ়ুৱৈৰ মনত সাঁচ বহুৱাত সফল হৈছে।

ৰামানুজনৰ জীৱনক প্ৰতিফলিত কৰি যুগুতোৱা অধ্যায়সমূহৰ উপৰি কিতাপখনৰ প্ৰধান আৰু অতিকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ দিশটো নিহিত হৈ আছে ইয়াৰ পিছতে থকা গণিতভিত্তিক চাৰিটা অধ্যায়ত। যিটো কাৰণত অসমীয়া গণিত-সাহিত্যৰ ক্ষেত্ৰখনত কিতাপখন নিঃসন্দেহে অনন্য সংযোজন। অপৰিমেয় সংখ্যা 'পাই' কি, ইয়াৰ মান নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতিৰ সূচনাৰ পৰা পৰ্য্যায়ক্ৰমে বিকাশৰ গুৰুত্বলৈকে, ৰামানুজনৰ উপৰি ইয়াৰ মান নিৰ্ণয়ত জড়িত গণিতজ্ঞ-বিজ্ঞানীসকলৰ যথাযথ উল্লেখেৰে 'ৰামানুজন আৰু পাই' শীৰ্ষক যিটো প্ৰচুৰ তথ্যসমৃদ্ধ অধ্যায় কিতাপখনত আছে, কেৱল গণিতৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়েই নহয়, যিকোনো পঢ়ুৱৈৰ বাবেই চিত্তাকৰ্ষক। ইমান সহজ-সৰল ভাষাৰে মাতৃভাষাত পাইৰ বিষয়ে আজিলৈকে কোনো এখন পাঠ্যপুথিতে পঢ়া মনত নপৰে। কেৱল সেইটো অধ্যায়েই নহয়, 'ৰামানুজন আৰু বিভাজনতত্ত্ব', 'ৰামানুজন আৰু সৰ্বজনীন দ্বিঘাত ৰূপ', আৰু 'ৰজাৰ্ছ-ৰামানুজন অভেদ, ফলন আৰু অবিৰত ভগ্নাংশ' – এই তিনিটা অধ্যায়ো সমানেই সুখপাঠ্য তথা চিত্তাকৰ্ষক। নিঃসন্দেহে ৰামানুজনে গণিতৰ যিসমূহ কাম

কৰিছিল সেইসমূহ সামান্যটো নহয়েই, সহজো নহয়। কিন্তু সাধাৰণ দৃষ্টিত এনে কঠিন বিষয়কো কেনেকৈ বাস্তৱ জীৱনৰ লগত সংগতি ৰাখি সহজ শুৱলা ভাষাত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি, সেইসমূহৰ গুৰুত্বক সাধাৰণ পঢ়ুৱৈয়ে যাতে বুজে, সামান্য আভাস লাভ কৰে, তাৰ প্ৰতি থকা লেখকৰ সচেতনতাৰ উচিত প্ৰতিফলন ঘটিছে অধ্যায়কেইটাত। ন-সৃষ্টিৰ উন্মেষ ঘটাব পৰাকৈ গণিতৰ ক্ষেত্ৰখনলৈ পঢ়ুৱৈক লৈ যোৱাত এই অধ্যায়কেইটাই অদূৰ ভৱিষ্যতলৈকে লক্ষণীয় ভূমিকা গ্ৰহণ কৰিব পাৰে।

ৰাষ্ট্ৰীয়ভাৱে পৰিচিত গণিতজ্ঞ ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱা বৰ্তমান তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিতবিজ্ঞান বিভাগৰ অধ্যাপক। কটন কলেজৰ পৰা গণিত বিষয়ত স্নাতক ডিগ্ৰী লৈ তেওঁ আইআইটি কানপুৰৰ পৰা স্নাতকোত্তৰ ডিগ্ৰী আৰু তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা ডক্টৰেট ডিগ্ৰী লয়। ১৯৯৬ চনৰ মাৰ্চত অসম বিশ্ববিদ্যালয়ত অধ্যাপনা আৰম্ভ কৰা ডেকা বৰুৱাই ১৯৯৭ চনৰ ফেব্ৰুৱাৰীৰ পৰা তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ত অধ্যাপনা কৰি আছে। বৰ্তমানলৈকে তেওঁৰ ৫০ খনতকৈ অধিক গৱেষণা-পত্ৰ গণিত বিষয়ক বিশ্বৰ আগশাৰীৰ গৱেষণা-পত্ৰিকাত প্ৰকাশ পাইছে, আৰু তেওঁৰ তত্বাৱধানত ১১ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে ডক্টৰেট ডিগ্ৰী লাভ কৰিছে। ভাৰত চৰকাৰৰ অধীনস্থ বিজ্ঞান আৰু প্ৰযুক্তিবিদ্যা বিভাগে (DST) প্ৰদান কৰা BOYSCAST Fellow হিচাপে ডেকা বৰুৱাই প্ৰসিদ্ধ গণিতজ্ঞ তথা ৰামানুজনৰ টোকাবহীবোৰ সম্পাদনা কৰা ব্ৰুচ চি বাৰ্ণ্টৰ (Bruce C Berndt) সৈতে আমেৰিকাৰ আৰ্বানা-শ্যেম্পেইন স্থিত ইলিনয় বিশ্ববিদ্যালয়ত যৌথ গৱেষণা সম্পন্ন কৰিছিল। ডেকা বৰুৱাই ৩০ খনৰো অধিক প্ৰসিদ্ধ গৱেষণা-পত্ৰিকাত গৱেষণা-পত্ৰ পৰ্যালোচক (Referee) ৰূপে কৰ্মসম্পাদন কৰিছে। গণিত বিষয়ক সুবক্তাৰূপে পৰিচিত ডেকা বৰুৱাই গণিত বিষয়ক শতাধিক জনপ্ৰিয় বক্তৃতা প্ৰদান কৰিছে। গৱেষণাৰ বাবে তেওঁ ৰামানুজন গাণিতিক সমিতি, ভাৰতীয় বিজ্ঞান সমাজ, ভাৰতীয় গাণিতিক সমিতি আদিৰ দ্বাৰা বঁটাৰে সন্মানিতও হৈছে।

ডেকা বৰুৱাৰ গৱেষণাৰ এক বৃহৎ অংশ হৈছে ভাৰতীয় মহাপ্ৰতিভা ৰামানুজনৰ দ্বাৰা অনুপ্ৰাণিত গণিত। ব্যক্তিগতভাৱে তেওঁ ৰামানুজনৰ প্ৰৱল অনুৰাগী। এই অনুৰাগেৰে তেওঁ ৰামানুজনৰ গাণিতিক কৰ্মৰাজি গভীৰভাৱে অধ্যয়ন কৰাৰ উপৰি ৰামানুজন মানুহজন, ৰামানুজনৰ জীৱন আৰু জীৱনৰ ক্ষণবোৰো অধ্যয়নৰ বহু চেষ্টা কৰিছে। এজন অভিজ্ঞ গৱেষকৰূপে ডেকা বৰুৱা ৰামানুজনে সৃষ্টি কৰা গণিত আৰু গাণিতিক পদ্ধতিসমূহৰ আলমত এতিয়ালৈকে নতুন কিমান কি সৃষ্টি হৈ আছে সেই সম্পৰ্কতো বিজ্ঞ। এই প্ৰাজ্ঞ তথা অনুৰাগৰ আলমত তেওঁ 'ৰামানুজন আৰু তেওঁৰ গণিত' নামৰ কিতাপখন লিখি উলিয়াইছে, যাৰ ফলত কিতাপখন ব্যতিক্ৰমত পৰিণত হৈছে। ডেকা বৰুৱাৰ লেখাৰ ভাষা শুৱলা। কিতাপখনৰ লেখাবোৰে সাধাৰণ পঢ়ুৱৈ তথা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক বিষয়-বস্তুৰ প্ৰতি আকৰ্ষিত আৰু কৌতূহলী কৰিব। যিকোনো পঢ়ুৱৈয়ে ৰামানুজনৰ জীৱন-কাহিনী অলপ হ'লেও জানে বুলি ধৰিব পাৰি, কিন্তু কেনেকুৱা কামৰ বাবে তেওঁ গোটেই বিশ্বত আজিও বন্দিত সেই কথা বস্তুনিষ্ঠভাৱে সৰল ভাষাৰে পঢ়িবলৈ সুযোগ পোৱা মানুহ অতি কম। সেই অভাৱ দূৰ কৰিছে এইখন কিতাপে। কিতাপখনৰ বহুকেইটা অংশই নতুন গৱেষককো সহায় কৰিব, অধিক অধ্যয়নৰ বাবে তেওঁলোকে এটা আলম বিচাৰি পাব, পথ দেখা পাব।

গণিতৰ অধ্যায়কেইটা আপাত দৃষ্টিত সাধাৰণ পঢ়ুৱৈয়ে নপঢ়ো বুলি এৰি দিব পাৰে। কিন্তু তাকে নকৰি ভাৰতীয় মহান গণিতজ্ঞজনেনো এনে কি অংক কৰিছিল যাৰ বাবে সুদূৰ লণ্ডনৰ পৰা হাৰ্ডিৰ দৰে এজন বিদগ্ধ পণ্ডিতে ৰামানুজনক লগ পোৱাতো তেওঁৰ জীৱনৰ আটাইতকৈ ৰোমাণ্টিক ঘটনা বুলি আখ্যা দিছে, তাৰেই চমু আভাস লওঁ বুলি যদি পঢ়ে তেন্তে নিঃসন্দেহে অলপো বিৰক্ত নোহোৱাকৈ তাৰ ৰস পান কৰিব পাৰিব। লেখকৰ ভাষা আৰু ৰচনাশৈলীত থকা দখল, আৰু গাণিতিক ব্যুৎপত্তিয়ে গণিতৰ সৌন্দৰ্যক উপযুক্তভাৱে জনমানসলৈ লৈ গৈছে। কিতাপখন পঢ়োতে অনুভূত হোৱা ভাষাৰ মাধুৰ্য্যৰ বাবে অধ্যায়সমূহৰ লগত পঢ়ুৱৈৰ আন্তঃসংযোগত লেখকৰ কলমে উজুটি খোৱা নাই। পঢ়ুৱৈক ধৰি ৰাখিব পৰাটো কিতাপখনৰ শক্তিশালী দিশ।

কেৱল ৰামানুজনৰ গণিত বুলিয়েই নহয়, গণিতৰ যিকোনো শাখাৰ বাবেই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক অভিৰোচিত কৰিব পৰা এইখন কিতাপে সমগ্ৰ ছাত্ৰসমাজক নিশ্চিতভাৱে মাৰ্গ দৰ্শন কৰিব। ন-চিন্তাৰ বাট কটা এনে কিতাপ মাতৃভাষাত বহুত প্ৰয়োজনীয়। উল্লেখনীয় যে অসামান্য প্ৰতিভাসম্পন্ন ব্যক্তিজনক নিভাঁজৰূপত, সকলো দিশ সামৰি, কম সময়তে পৰ্যাপ্ত তথ্য জানিব পৰাকৈ, সকলো শ্ৰেণীৰ পঢ়ুৱৈৰ বাবে এইখন সহজলভ্য আৰু উপযুক্ত হাতপুথি। অসমীয়া ভাষাত এনে এখন অৱশ্য পঠনীয় কিতাপ প্ৰকাশৰ বাবে লেখক আৰু সঞ্জীৱন প্ৰকাশন নিঃসন্দেহে ধন্যবাদৰ পাত্ৰ। ক্ষুদ্ৰ কলেৱৰৰ হৈয়ো পঠনত প্ৰতিবাৰেই ন ন চিন্তাৰ খোৰাক যোগাব পৰা কিতাপখন ৰামানুজনৰ পূৰ্ণাংগ জীৱন-চৰিতৰ 'হাতী মাৰি ভুৰুকাত ভৰোৱা' বুলিব পাৰি। 'গণিত-বলিয়া' ৰামানুজনৰ প্ৰায় সকলোখিনি উল্লেখযোগ্য ঘটনাৰে পাৰ্যমানে সংক্ষিপ্ত অথচ বোধগম্য হোৱাকৈ স্বচ্ছ কিতাপখন ৰামানুজনৰ বত্ৰিশ বছৰীয়া জীৱন পৰিক্ৰমাৰ উৎকৃষ্ট দলিল স্বৰূপ। প্ৰসংগক্ৰমে উল্লেখ কৰিব পাৰি ৰামানুজন বুলিলেই যিটো নাম ওতঃপ্ৰোতভাৱে জড়িত হৈ থাকে সেয়া হৈছে জি এইচ হাৰ্ডি। বিশ্বস্ত বন্ধু, পৰামৰ্শদাতা হৈ ৰামানুজনৰ গণিতক চিনি পোৱা, ৰামানুজনৰ ছাঁৰ দৰে লাগি থকা এইজন মহান গণিতজ্ঞক লৈ কিতাপখনত কোনো সুকীয়া অধ্যায় নাই। যদিও এনে এটি অধ্যায়ৰ অভাৱ থকা যেন লাগিল তথাপিতো বাকীসমূহ অধ্যায়ৰ মাজেৰেই ৰামানুজনৰ জীৱনত হাৰ্ডিৰ ভূমিকাক প্ৰকাশ কৰাত লেখকে কৃপণালি কৰা নাই। হয়তো পুনৰাবৃত্তিৰ শংকাতে তেনে এটি অধ্যায়ৰ সংযোজনৰ পৰা লেখক বিৰত থাকিল। ইয়াৰ উপৰি দুই-এটা ছপাভুল চকুত পৰিলেও সেইকেইটা তেনেই সামান্য, আৰু পৰৱৰ্তী সংস্কৰণত সেয়া আঁতৰিব বুলি আমি নিশ্চিত।

উপসংহাৰ: সুস্বাদু খাদ্যই যিদৰে ভোক বঢ়ায়, সৰ্বাংগ-সুন্দৰ কিতাপেও মনৰ ভোক বঢ়ায়। ৰামানুজনৰ বিষয়ে যিখিনি "ৰামানুজন আৰু তেওঁৰ গণিত"ত আছে সেইখিনি আৰু যিখিনি অন্তৰ্ভুক্ত নোহোৱাকৈ ৰৈ গ'ল, সেই সকলোখিনি বিস্তৃতভাৱে অসমীয়া ভাষাত এখন পূৰ্ণাংগ জীৱনী ৰূপত পঢ়িবলৈ লেখকৰ কলমে আগ্ৰহী কৰি তুলিছে। তদুপৰি কিতাপখনৰ কলেৱৰ অনুপাতে ৰামানুজনৰ গণিত সম্পৰ্কীয় মাথোঁ চাৰিটা ভাগহে থূলমূলকৈ আলোকপাত কৰিলে বুলি লেখকে পাতনিত উল্লেখ কৰি বাকী ভাগসমূহৰ নামমাত্ৰ অৱতাৰণা কৰিছে। গণিতৰ এই সকলো শাখাৰে প্ৰাৰম্ভিক পৰিচিতি অসমীয়া ভাষাত লেখকৰ সহজ-শুৱলা ভাষাত পঢ়িবলৈ প্ৰতিজন গণিত-প্ৰেমীয়েই ইচ্ছুক হ'ব। আমি আশাবাদী, অনাগত সময়ত ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱাৰ কলমেৰে নিগৰি আহিব এখন এখনকৈ গণিত-বিষয়ক পুথি, যিসমূহে সমৃদ্ধ কৰি যাব অসমীয়া ভাষা-সাহিত্যৰ ভঁৰাল।

কলাকাৰ আৰু গণিতজ্ঞ : এজন অস্তিত্বহীন অতি-প্ৰতিভাৱান গণিতজ্ঞ নিক'লা বহবাকীৰ কথা

৪ৰ্থ অধ্যায় : পেৰিছত আহি উপস্থিত

আমিৰ একজেল • অনুবাদ : ড° খনীন চন্দ্ৰ চৌধুৰী

অনুবাদক: এমেৰিতাছ প্ৰফেছৰ, গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়

(আমিৰ একজেলৰ (Amir Dan Aczel) 'The Artist and the Mathematician: The Story of Nicolas Bourbaki, the Genius Mathematician Who Never Existed' গ্ৰন্থৰ অনুবাদ।)

যেতিয়া ১৯৪৫ চনৰ মে'ত ইউৰোপত যুদ্ধৰ অৱসান ঘটিছিল, সোঁতৰ বছৰীয়া আলেকজেণ্ডাৰ গ্ৰোথিএনডিকৰ পূনৰ্মিলন হৈছিল মাকৰ সৈতে। যুদ্ধৰ সময়ত এৰা-এৰি হোৱা সন্তানবোৰৰ মাজত গ্ৰোথিএনডিক আছিল ভাগ্যৱান। কাৰণ তেওঁ যুদ্ধৰ পৰা ৰক্ষা পৰি গৈছিল একো হানি-বিঘিনি নোহোৱাকৈ আৰু লগতে মাক-বাপেকৰ একোজনকো লগ পাবলৈ সক্ষম হৈছিল।

হেংকা আৰু আলেকজেণ্ডাৰ মেইছাৰ্গুছৰ গাঁৱলৈ বুলি যাত্ৰা কৰিছিল। ঠাইটুকুৰা আছিল দক্ষিণ ফ্ৰান্সৰ ম'পেলিয়েৰ ওচৰৰ সুৰা তৈয়াৰ হোৱা ঠাই এটুকুৰা। আলেকজেণ্ডাৰে ম'পেলিয়ে বিশ্ববিদ্যালয়ত নাম ভৰ্তি কৰিছিল। গণিত পঢ়িবলৈ বুলি এই বিশ্ববিদ্যালয়খন আছিল ফৰাছীৰ অতি তলৰ স্তৰৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ ভিতৰৰ এখন। তাত তেওঁ অধিক সময় খৰছ কৰিছিল হাইস্কুলত শিকিবলগীয়া পাঠ্যক্ৰমখিনি সাজু কৰাতহে। বিপৰীতে তেওঁ নজনাকৈয়ে নিজাববীয়াকৈ অন্বেষণ কৰি গৈছিল ফৰাছী গণিতজ্ঞ হেনৰী লেবেগৰ দ্বাৰা উদ্ভাৱন হোৱা- এক গাণিতিক শাখা - মেজাৰ থিয়ৰি বা মাপ-তত্ত্ব।

মঁচিয়ে চৌলা নামৰ এজন অধ্যাপকে গ্ৰোথিএনডিকক কলন (কেলকুলাছ) শিকাইছিল। তেখেতক তেওঁ গণিতৰ অৱিষ্কাৰসমূহৰ বিষয়ে সুধিছিল। উত্তৰত মঁচিয়ে চৌলাই কৈছিল– গণিতৰ শেহতীয়াভাবে মুকলি হৈ ৰোৱা সমস্যাসমূহৰ প্ৰায় আটাইখিনিয়েই প্ৰায় বিশ-ত্ৰিশ বছৰৰ আগেয়েই লেবেগ নামৰ এজনৰ দ্বাৰা সামাধা কৰা হৈছে। গ্ৰোথিএনডিকে এই উক্তিৰ মাজত বৈ থকা বৈপৰীত্য তথা বক্ৰোক্তিখিনি লক্ষ্য কৰিছিল। উপৰিউক্ত এই কৰ্মখিনি নজনা হিচাপেই লৈ তেওঁ নিজাববীয়াকৈয়ে লেবেগৰ তত্ত্ব উন্মোচনত ব্যস্ত হৈছিল। অৱশ্যে লেবেগৰ তত্ত্বৱেই গণিতৰ শেষ কথা নহয়, সেৱা একেবাৰে সঁচা। কুৰি শতিকাৰ শেষৰ দশককেইটাৰ ফালে গণিতৰ জগতখনত ঘটা অভিনৱ আৰু বিস্ফোৰিত অগ্ৰগতিয়ে সেই শিক্ষকজনৰ মন্তব্যৰ অসাৰতাকেই প্ৰতীয়মান কৰে। এই অগ্ৰগতিত আলেকজেণ্ডাৰ গ্ৰোথিএনডিকৰ অৱদানখিনি গুৰুত্বপূৰ্ণ বিবেচিত হয়। সৌভাগ্যবশতঃ ছাত্ৰজন পতিয়ন যোৱা নাছিল।

গ্ৰোথিএনডিক ম'পেলিয়েত ছাত্ৰ হৈ থাকোঁতে মাকৰ স'তে দুয়োজনেই তেওঁ পাই থকা স্কলাৰশ্বিপটোৰ ওপৰতেই নিৰ্ভৰ কৰি জীয়াই আছিল। তেওঁলোক দুয়োজনেই ঋতুকালীন আঙুৰ ছিঙা দিন হাজিৰা কৰিছিল, স্থানীয় আঙুৰ বাগানত। আঙুৰ ছিঙা পৰ্ব শেষ হৈ গ'লে দুয়োজনেই কাম কৰিছিল আঙুৰৰ পৰা মদ তৈয়াৰ কৰাত। ১৯৪৫ ৰ পৰা ১৯৪৮ লৈ মাক-পুতেক দুয়োজনেই বাস কৰিছিল মাইৰাৰ্গুছৰ সৰু নিকটৱৰ্তী এলেকাত। তেওঁলোক আপাততঃ যেনিবা লুকাই আছিল– ম'পেলিয়েৰ পৰা কেইডজন কিলোমিটাৰ আঁতৰৰ আঙুৰ বাগানৰ আঁৰত। তেওঁলোকৰ এখন বিস্ময়কৰ সৰু বাগিছা আছিল: তেওঁলোকে বৰকৈ খাটিবলগীয়া হোৱা নাছিল, ইয়াৰ মাটি আছিল অতি সাৰুৱা, বৰষুণ হৈছিল প্ৰচুৰ, আৰু সেয়ে বাগিছাখনে উৎপাদন দিছিল বহুত– প্ৰধানকৈ ডিমৰু, পালেংজাতীয় শাক, আৰু বিলাহী আদি। তেওঁলোকৰ বাগিছাখন আছিল অতি উৎকৃষ্ট আফিংফুলৰ পথাৰ এখনৰ এমূৰত।

গ্ৰোথিএনডিকৰ মতে, সেই সময়খিনিত মাকৰ সৈতে হোৱা স্মৃতিখিনি আছিল ‘La belle vie, ল বেল ভাই’ বা উত্তম। পিছে মাক প্ৰায়েই অসুস্থ হৈয়ে আছিল। তেওঁৰ স্বাস্থ্য নিৰাময় হ’ব নোৱৰাকৈয়ে বেয়া হৈ পৰিছিল, যুদ্ধৰ সময়ৰ কষ্টেৰে ফৰাছী ভগনীয়া শিবিৰত থকাৰে পৰা। তাৰে পৰে ৰক্ষা পৰি যোৱা হিচাপে অৱশ্যে তেওঁ পাই আছিল বিনামূলীয়া চিকিৎসাখিনি। চিকিৎসকে তেওঁলোকলৈ বুলি আগবঢ়োৱা চিকিৎসা সেৱাখিনিৰ বাবদ তেওঁলোকে কোনো পইছা দিবলগীয়া হোৱা নাছিল।

বিশ্ববিদ্যালয়ত গ্ৰোথিএনডিকে ক্লাছসমূহ বিৰক্তিকৰ আৰু নিৰুৎসাহজনক পাইছিল। তাত অধ্যাপকসকলে বুজোৱা গণিততকৈ তেওঁ বুজিব খোজা বা বুজা গণিতখিনি আছিল বহুত উচ্চখাপৰ। প্ৰতিটো ষান্মাষিকৰেই আৰম্ভণীত গ্ৰোথিএনডিকে পাঠ্যক্ৰমত লগা কিতাপ কিনি লৈছিল আৰু কিতাপৰ পৃষ্ঠাৰ পিছত পৃষ্ঠাকৈ পঢ়ি তথ্যসমূহৰ স’তে পৰিচয় হৈ লৈছিল। ষান্মাষিকটোৰ শেষৰফালে তেওঁ আৰু পাঠ্যক্ৰমৰে জড়িত হ’বলগীয়া একো নাছিল। তেওঁ তেনেদৰে ব্যস্ত হ’বলগীয়া একো নাছিলেই।

১৯৪৮ অত গ্ৰোথিএনডিক বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা স্নাতক হৈ ওলাইছিল। পেৰিছলৈ যাবলৈ বৃত্তি পাবলৈ বুলি চৰকাৰী অফিচাৰৰ স’তে প্ৰায় বিশ মিনিটৰ এটি সাক্ষাতৰ সমুখীন হ’বলগীয়া আছিল, তেওঁ অধ্যয়ন কৰিব খোজা বিষয়টোৰ জ্ঞানৰ সম্পৰ্কত। এই চুটি সময়ৰ সাক্ষাতটো প্ৰায় দুঘণ্টা ধৰি চলিছিল। গণিতৰ বিজ্ঞতা থকা সাক্ষাৎগ্ৰহণকাৰী অফিচাৰগৰাকীয়ে এই ছাত্ৰজনৰ বিষয়-জ্ঞানৰ গভীৰতা, বিশ্লেষণ ক্ষমতা আৰু সৃষ্টিশীলতাত বৰ আমোদ পাইছিল। তেওঁক যাতে বৃত্তিটো দিয়ে তাৰ বাবে অফিচাৰজনে গভীৰ অন্তঃকৰণেৰে অনুমোদন জনাইছিল। ম’পেলিয়েত পোৱা অধ্যাপকসকলৰ এজনে গ্ৰোথিএনডিকৰ প্ৰতি খুবেই প্ৰভাৱিত হৈছিল আৰু সেয়ে তেওঁ এগৰাকী প্ৰখ্যাত ফৰাছী গণিতজ্ঞলৈ তেওঁৰ গাণিতিক সক্ষমতাৰ সন্দৰ্ভত অনুমোদন জনাইছিল। সেই প্ৰখ্যাত গণিতজ্ঞজন আছিল– সেই সময়ত পেৰিছত থকা হেনৰী কাৰ্টেন।

উনৈশ বছৰত গ্ৰোথিএনডিকে পেৰিছৰ গণিত সমাজখনত এটা ধুমহা সদৃশ হৈ নামিছিল। কমকৈ ক’বলৈ হ’লে, তেওঁৰ আনুষ্ঠানিক গণিত প্ৰস্তুতিখিনি যথেষ্ট নাছিল, গণিতৰ স্কুলীয়া শিক্ষাখিনি পৰ্যাপ্ত নাছিল, লগতে সেই শিক্ষাখিনি বিচ্ছিন্ন আছিল। ম’পেলিয়েৰ বিশ্ববিদ্যালয়ত অধ্যয়নৰ পৰা পোৱা জ্ঞানখিনি পেৰিছৰ ইকোল নৰ্মেল ছুপিৰিয়ৰৰ ক’ৰ্চ আৰু ছেমিনাৰসমূহ আয়ত্ব কৰিবলৈ পৰ্যাপ্ত নাছিল। এই ‘এলিট’ স্কুলখনত, বিশেষকৈ হেনৰী কাৰ্টেনৰ ছেমিনাৰসমূহ অসাধাৰণ পৰ্যায়ৰ আগবঢ়া বিধৰ আছিল। বুজিবলৈ বুলি এক উচ্চখাপৰ গাণিতিক উদ্যমপূৰ্বক সক্ৰিয়তা প্ৰয়োজন হৈছিল, যিখিনিৰ অভাৱ আছিল গ্ৰোথিএনডিকৰ ক্ষেত্ৰত। কিন্তু এই উচ্চাভিলাসী আৰু অতি তীক্ষ্ণধী ছাত্ৰজনে কৰা কঠোৰ অধ্যৱসায়েৰে সেইসমূহ বিষয়ৰ স’তে নিজক একাত্ম কৰি ল’বলৈ সক্ষম হৈছিল। কাৰ্টেনৰ ছেমিনাৰত গ্ৰোথিএনডিকে ছেমিনাৰ-কোঠাৰ পিছপিনৰ পৰায়েই এই অধ্যাপকগৰাকীৰে কথোপকথনত ব্যস্ত হৈছিল, এনেদৰে যেনিবা এজন ছাত্ৰই অধ্যাপকৰ স’তে কথা হোৱাৰ বিপৰীতে তেওঁলোক দুয়োজনে পৰস্পৰে সমপৰ্যায়ৰহে আছিল!

নিজৰ স্মৃতি-লেখাত গ্ৰোথিএনডিকে লিখিছিল এনেদৰে:

“এবছৰ কি দুবছৰৰ পিছত যেতিয়া মই শেহতীয়াকৈ পেৰিছৰ গণিতৰ জগতখনৰে সংস্পৰ্শলৈ আহিছিলোঁ, মই অন্ততঃ বুজি উঠিছিলোঁ যে– ম’পেলিয়েত আন কেতবোৰৰ লগতে নিজাববীয়াকৈ মই যিখিনি কাম কৰিছিলোঁ সেইসমূহ গোটেই জগতখনতে জনাজাত আছিল – লেবেগৰৰ মাপ আৰু অনুকলন তত্ব – এই শিৰোনামৰ অধীনত। দুই-তিনিজন বয়োজেষ্ঠ ছাত্ৰৰ চকুত, তেওঁলোকক দেখুওৱা সেই কামখিনি (মোৰ পাণ্ডুলিপি দেখুৱাই উঠি) এনেহে লাগিছিল মই যেনিবা এইবোৰ কৰি এক পণ্ডশ্ৰমহে কৰিছিলোঁ। ইতিমধ্যে থকাখিনিকে পুনৰবাৰ কৰিছিলো কিজানি। কিন্তু মই হতাশ হোৱা বুলি মনলৈ নাহিছিল। সেইসময়ত মই কৰা কোনো কামৰ বাবে কাৰোবাৰ পৰা মান্যতা পোৱা বা অনুমোদন পোৱাটো মোৰ বাবে এক আশ্চৰ্যজনক কথায়েই আছিল।”

পিছে গ্ৰোথিএনডিকে এইখিনিও বুজি পাইছিল যে শৈক্ষিক পশ্চাৎপটত তেওঁ যিখিনি পঢ়িছিল– পেৰিছলৈ অহাৰ আগতে– সেই সময়খিনিৰ কোনো অপচয় কৰা নাছিল। তেওঁ তেওঁৰ নিজৰ বস্তুকেই পঢ়ি গৈছিল, যি নিজৰ জীৱনত লাগতিয়াল বিবেচিত হ’ব। তেওঁ গম পাইছিল সেই অনুভৱখিনি যে– তেওঁ এজন গণিতজ্ঞ। অতি গুৰুত্বপূৰ্ণভাৱে, তেওঁ অনুধাৱন কৰিছিল, “সেই গুৰুত্বপূৰ্ণ বছৰকেইটাত মই অকলশৰীয়া হ’বলৈ শিকিছিলোঁ।” [তেওঁৰ গভীৰ প্ৰত্যয় এয়া।]

পেৰিছত, গ্ৰোথিএনডিক সোমাইছিল এটা গণিতজ্ঞৰ জোঁটত। তেওঁলোক এজনে আনজনক অতি গভীৰভাৱে জানিছিল। প্ৰতিগৰাকীয়েই আছিল অতি প্ৰতিভাশালী আৰু তেওঁলোকে একেলগে কাম কৰিছিল আধুনিক গণিত সৃষ্টিৰ উদ্দেশ্যেৰে। কিন্তু গ্ৰোথিএনডিক আছিল যেনিবা এটা অকলশৰীয়া কুকুৰনেচীয়া যেন– তেওঁ দল বা গ্ৰুপত কাম নকৰিছিল। লোকজনে সাধাৰণতে যিখিনি সৰ্বসন্মতি ক্ৰমে সত্য বুলি মানি লৈছিল, নিজৰ কাৰণেই তেওঁ ইতিমধ্যে পাই অহা গাণিতিক তথ্যসমূহ সত্যাপন কৰি চাবলৈ খুজিছিল। যি হওক, তেওঁ পেৰিছত দলটোৰ ভিতৰত সু-আদৰণি পাইছিল। এইসকল আছিল প্ৰতিভাশালী চিন্তাবিদ, আৰু তেওঁলোকৰ বাবে গণিত আহিছিল বিনাকষ্টে। আনহাতে

গ্ৰোথিএনডিকে অনুভৱ কৰিছিল নিজকে এক মোলৰ (mole) দৰে, যি পৰ্বততলৈ বুলি নীৰৱে গাঁত খন্দাত ব্যস্ত – নিজৰ ৰাস্তা উলিয়াবলৈ বুলি। বিলম্বিত উপলব্ধিৰে তেওঁ বুজি পাইছিল যে "এই দলটোৰ অতি প্ৰতিভাধৰসকল হৈ উঠিছে উপযুক্ত আৰু প্ৰখ্যাত গণিতজ্ঞ। পিছে ত্ৰিশ বা পয়ত্ৰিশ বছৰ পাৰ হোৱাৰ পিছত, মই দেখিছিলোঁ যে তেওঁলোকে গণিতৰ জগতত কোনো প্ৰকৃত গভীৰ চাপ ৰাখি যাব পৰা নাছিল।"

পিছে গ্ৰোথিএনডিকৰ কৃতিখিনিয়ে নিশ্চিতভাৱেই আধুনিক গণিতক সলনি কৰিছে। তেওঁৰ মতটো এনেধৰণৰ যে এইসকল গণিতজ্ঞই তেওঁলোকে পাব পৰা কোনো গভীৰ ৰিজাল্ট নাপালেহেঁতেন, যদিহে তেওঁলোকৰ অকলশৰীয়া হ'ব পৰা ক্ষমতা নাথাকিলহেঁতেন, অকলশৰীয়া হৈ কাম কৰিব নোৱাৰিলেহেঁতেন, আৰু যদি আন কাৰোবাৰ কৰ্তৃত্বশীল চিন্তাক গ্ৰহণ নকৰি তেওঁলোকৰ নিজৰ বুদ্ধিমত্তাক গুৰুত্ব দি অকলে ভাবিব নোৱাৰিলেহেঁতেন।

যিসকল গণিতজ্ঞৰ মাজত গ্ৰোথিএনডিক আছিল তেওঁলোক হ'ল– হেনৰী কাৰ্টেন, ক্ল'ড চেভেল্লী, অন্দ্ৰে ভেই, জঁ পীয়েৰ ছেৰ, আৰু লৰেণ্ট চ্ছৱাৰ্ট্জ। এই গোটেই কেইজনেই তেওঁক গ্ৰহণ কৰিছিল বন্ধুভাৱেই, "কোনো দ্বিধা নকৰাকৈ, বা কোনো গোপনীয় অসন্মতি নথকাকৈয়ে। অৱশ্যে বোধহয় অন্দ্ৰে ভেইৰ বাদে।"

এয়া গ্ৰোথিএনডিকৰ কোৱা কথা যেনিবা, কাৰণ গ্ৰোথিএনডিক আৰু ভেই আছিল পৰস্পৰ বিৰোধী বৈশিষ্ট্যৰ। ভেই আছিল বিশেষ সুবিধাভোগী, স্পইল্ড বা নষ্টযোৱা, স্বাৰ্থপৰ, আৰু ক'বলৈ গ'লে এলেহুৱা। ভেইয়ে তেনে গণিততহে মগন অছিল, যিবোৰ তেওঁৰ বাবে আছিল উজু! তেনেবোৰ গণিতলৈ তেওঁ দৃষ্টি নিদিছিল যিবোৰ অতি কঠিন আছিল। তেওঁ নিজকে আমোদত ৰাখিছিল, ভ্ৰমণ কৰিবলৈ বিচাৰিছিল, সামাজিক হ'ব বিচাৰিছিল, আৰু বন্ধুৰ স'তে কটাবলৈ বিচাৰিছিল। আনহাতে গ্ৰোথিএনডিকৰ আছিল এক বঞ্চনা ভৰা শৈশৱ, আৰু তেওঁৰ ওচৰলৈ যিসমূহ আহিছিল, সেই সকলোবোৰেই আহিছিল অতি কষ্টেৰে। তেওঁ আছিল অতি উচ্চাকাংক্ষী, সহজতে পোৱাৰ বিপৰীতে কঠিন সমস্যাৰ সন্ধানত ৰত, আৰু সমূহীয়াকৈ কৰ্মৰত হোৱাৰ পক্ষত নাছিল। এই দুজন মানুহে পৰস্পৰে বৰ ভাল হৈ নথকাৰ অন্য কাৰণ আছিল পাৰস্পৰিক ঈৰ্ষা। দলটোত ভেই আছিল উত্তম গণিতজ্ঞজন, অৱশ্যে ডেকা গ্ৰোথিএনডিক নহালৈকেহে। ভেইয়ে নিশ্চিতভাৱেই উমান পাইছিল যে– গ্ৰোথিএনডিক ভেইতকৈ বেছি দূৰলৈ যাব পাৰিব। তেওঁ নৱাগতৰ প্ৰতি সন্দেহবাদী আৰু ঈৰ্ষাপৰায়ণ আছিল, আৰু তেওঁলোকৰ পৰা দূৰত্ব বজাই চলিছিল।

বাকীখিনিয়ে সমৰ্থন আগবঢ়াইছিল, নতুন গণিতৰ জ্ঞানৰ সন্ধানত ব্যস্ত হৈ জীৱনৰ এটা অভিযানৰ বোকোচাত আৰোহণ কৰি ৰোৱা এই ডেকা যুৱকজনক। পিছে ভেইক দলটোৰ আন সকলোৱে মন দি আছিল। পেৰিছৰ গণিতজ্ঞৰ এই দলটোৱে পিছে ভেইক নেতা বুলিৰেই লৈছিল আৰু তেওঁ আছিল যেন সকলোৰে ওপৰত এগৰাকী প্ৰকৃতি বা ঈশ্বৰ প্ৰদত্ত হৈ। কিন্তু ডেকা গ্ৰোথিএনডিক আছিল এক সম্পূৰ্ণ সুকীয়া স্তৰত। আলেকজেণ্ডাৰ গ্ৰোথিএনডিক ভেইতকৈ আছিল বহুত পৃথক– প্ৰধানতঃ তেওঁৰ গণিত অভিগমণৰ (approach) ক্ষেত্ৰত; গ্ৰোথিএনডিক কেৱল এজন গণিতৰ শৃংখলাখিনিক বুজি লোৱা বা ইয়াৰ লেখৰ ৰিজাল্টসমূহ প্ৰমাণ কৰা গণিতজ্ঞয়েই নাছিল। তেওঁ এনে এগৰাকী আছিল, যিজনে নতুন গণিত সৃষ্টি কৰিব পাৰিছিল বা জনম দিব পাৰিছিল। আৰু এইখিনি তেওঁ অকলেই কৰিছিল।

কেইবছৰমানৰ ভিতৰতেই গ্ৰোথিএনডিক পেৰিছত কৰ্মৰত হৈ ৰোৱা এই দলটোৰ এজন নিয়মিত সদস্য হৈ পৰিছিল। তেওঁ আন সকলোৰে লগত কাম কৰিবলৈ লৈছিল। তেওঁলোকে কি কৈছিল তাক তেওঁ শুনিছিল, আলোচনাত অংশ লৈছিল, আৰু তেওঁক চাৰিওপিনৰ থকাসকলক সহায় কৰিছিল। কিন্তু গণিত গৱেষণা তেওঁ অকলেহে কৰিছিল। আৰু ফলশ্ৰুতিত এই পৃথিবীত তেওঁ অকলেই জীৱন যাপন কৰিছিল।

গ্ৰোথিএনডিকে ট'প'লজিকেল গ্ৰুপ বা সংস্থিতীয়-সংঘৰ প্ৰতি মনযোগ আগবঢ়াই নিছিল বা বিকাশ ঘটাইছিল। সেয়া আছিল সেই সময়খিনিত প্ৰসাৰ লভা গণিতৰ এক উন্নত বা অগ্ৰসৰীয় পৰ্যায়ৰ শাখা। এই শাখাটোত তেওঁ নিজৰ গৱেষণা আগবঢ়াই লৈ গৈছিল। এদিনাখন বিশ্ববিদ্যালয়ত তেওঁ নিক'লা বহবাকীৰ দ্বাৰা আয়োজিত এখন ছেমিনাৰত উপস্থিত আছিল, য'ত এজন লেখৰ ফৰাছী গণিতজ্ঞ চাৰ্লচ এৰেছমেনে বক্তৃতা দিছিল, যিগৰাকী আছিল এই শাখাৰ পাৰ্গত। বক্তৃতা দি থাকোঁতেই গ্ৰোথিএনডিকে হঠাতে উঠি আহি চাৰ্লচক সুধিছিল, "আপুনি বাৰু সংস্থিতি-সংঘৰ পাৰ্গত নে?" এৰেছমেনে বিনয়েৰে কৈছিল, "হয়, মই সংস্থিতি-সংঘৰ কিছু জানো...।" কিন্তু আঁতৰি গৈ পিছলৈ ঘূৰি গ্ৰোথিএনডিকে কৈছিল, "মই এই ক্ষেত্ৰখনৰ এজন সঁচা পাৰ্গতক বিচাৰি আছোঁ।"

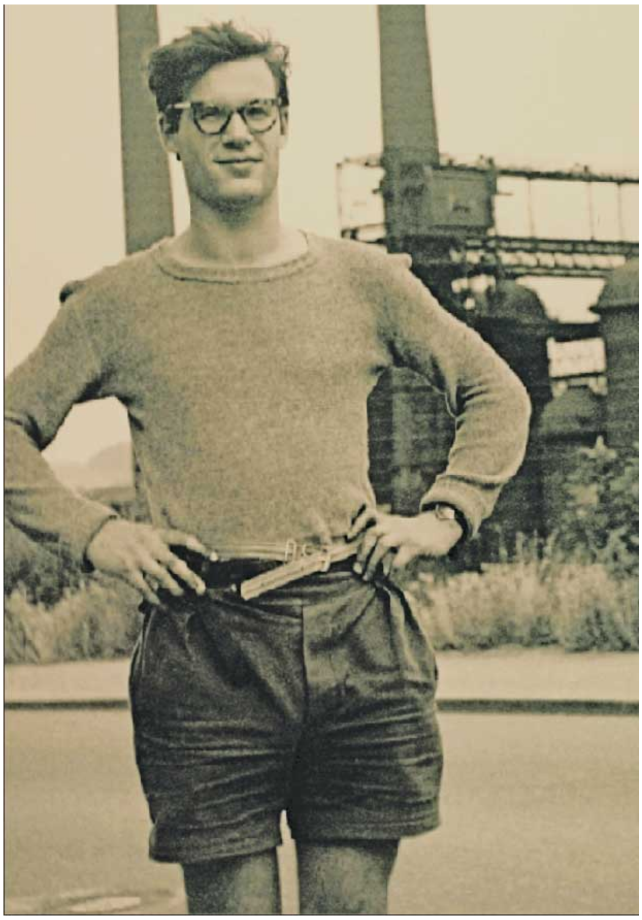
~ ০ ~

দ্বিতীয় মহাসমৰ ঠিক শেষ হোৱাৰ ক্ষণত পেৰিছত হোৱাহোৱে আগবাঢ়ি অহা বা পুনঃপৰিলক্ষিত হোৱা ক্ষেত্ৰসমূহৰ ভিতৰত অকল গণিতেই নাছিল। নগৰীখন উপচি পৰিছিল সাংস্কৃতিক কৃতি-কৰ্মৰে, যেনিবা যুদ্ধইহে ইয়াক বাধা দি ৰাখিছিল। আৰু সেয়ে মানুহে ইয়াক যথাপূৰ্ণতাৰে পাব পৰা নাই। স্বৈৰাচ্ছাৰী শাসন আৰু ৰাজনৈতিক হাৰাশাস্তিৰ পৰা পোৱা এক নতুন ধৰণৰ স্বাধীনতাই ফৰাছী বুদ্ধিজীৱিসকলক থুপখুৱাই লৈ উলিয়াই

আনিছিল। এই সকলোৰে সৈতে লগ লাগিছিল দেশান্তৰিত বা নিৰ্বাসিত দাৰ্শনিক, লেখক, আৰু পৃথিবীৰ চাৰিওপিনৰ কলাকাৰসকল, আৰু তেওঁলোক সকলো মিলি পেৰিছক লৈ আহিছিল যুদ্ধ-পূৰ্ব কালৰ ইয়াৰ হৃত গৌৰৱলৈ যুগলৈ – সেই যুগটোলৈ কলাকাৰ, লেখক, পণ্ডিত, আৰু বুদ্ধিজীৱিসকলে ইয়াক গঢ়ি তুলিছিল এক সাংস্কৃতিক ৰাজধানী হিচাপে। বৌদ্ধিক জীৱনটো প্ৰস্ফুটিত হৈছিল ৰাজধানীৰ কাফেবোৰত, ইয়াৰ বাট-পথত, পেৰিছৰ 'কাফে-বুদ্ধিজীৱি সকল'ৰ অবিসম্বাদী নেতাগৰাকী আছিল দাৰ্শনিক জ্য পল ছাৰ্ট্ৰে।

ছাই-ভস্মৰ পৰা ফৰাছী চিন্তাক পুনৰোজ্জীৱিত কৰি লৈ ছাৰ্ট্ৰেয়ে দৰ্শনক 'বাট-পথ'লৈ উলিয়াই আনিলে। 'অস্তিত্ববাদ' হৈ পৰিল সদ্যবিৰাজমান এক দৰ্শন। ছাৰ্ট্ৰেয়ে ছিমন দি বিউভৰে লগ লাগি এখন জাৰ্নেল উলিয়ালে, নাম– 'Les Temps Modernes', লেছ টেম্পচ্ মডাৰ্ণচ্। ইয়াত ছাৰ্ট্ৰে আৰু বিউভৰে আৰু আনসকলে গুৰুত্বপূৰ্ণ সাংস্কৃতিক কৃতিসমূহ পুনৰীক্ষণ কৰিবলৈ লাগিল। ছাৰ্ট্ৰেয়ে আৰম্ভ কৰিলে বাতৰিকাকত 'Liberation', লিবাৰেছন। যিখন এতিয়াও আছে, আজিৰ ফৰাছীত এতিয়াও ই প্ৰভাৱ পেলাই ৰৈছে। তথাপি তেওঁৰ কৃতকাৰ্যতাখিনিয়ে তেওঁক অৰক্ষিত বা আক্ৰমণ সাধ্য কৰি থৈছে। আৰু ৪০ ৰ দশকৰ পিছৰ কালত আৰু ১৯৫০ ৰ আগৰকালত ইয়েই পূৰ্বৰ মিত্ৰগোষ্ঠীৰে এক বুজন সংখ্যক বিচ্ছেদৰ সমুখীন হৈছে। আৰু তেওঁৰ নতুন দৰ্শনক অধিক অৰক্ষিত কৰিছে। ১৯৪৯ ত বিভউৰে টেম্পচ্ মডাৰ্ণচত এখন কিতাপ পুনৰীক্ষন কৰিছিল। কিতাপখন এজন ডেকা নৃতত্ববিদৰ, নাম ক্লড লেভি-ষ্ট্ৰউছৰ। তেওঁৰ এই পুনৰীক্ষণ অতি ধনাত্মকেই আছিল, কিন্তু ইতিহাসে কয়, লেভি-ষ্ট্ৰউছে আগবঢ়োৱা বা জনম দিয়া দৰ্শনে অস্তিত্ববাদৰ সমাপ্তি ঘটাইছে। আৰু ইয়াৰ ঠাইত জন্ম দিছে এক নতুন দৰ্শনৰ, নাম তাৰ— structuralism, সংৰচনাবাদ।

জীৱনৰ প্ৰতি এই নতুন অভিগমনে, বিজ্ঞান আৰু আন আন মানৱ চৰ্তসমূহেৰে আৰম্ভ কৰিব এক নতুন সূত্ৰৰ বা নীতিৰ, এক বৈজ্ঞানিক অনুসন্ধানৰ, পিছে কিছুবছৰৰ শেষত ই সাৰি-পুছি লৈ যাব বৌদ্ধিক জীৱনৰ সকলো ক্ষেত্ৰকেই। যদিওবা সংৰচনাবাদৰ শাহ অংশত আছে এক গাণিতিক ধাৰণা, পিছে ই ধীৰে ধীৰে সামৰি ল'ব বিজ্ঞান, কলা, অৰ্থনীতি, আৰু দৰ্শনকো। সংৰচনাবাদ আৰম্ভ হয় কঠোৰ গাণিতিক শৃংখলাৰ পৰা। পিছে ই আগুৱাই গৈ থাকে ইয়াৰ সমুখত আহি পৰা বৌদ্ধিক জগতখনৰ সকলোকে সাৰি-পুছি লৈ, জোৱাৰৰ প্ৰকাণ্ড সমুদ্ৰ ঢৌৰ দৰে। সংৰচনাবাদৰ এই নতুন দৰ্শনৰ ধাৰণাটো ৰূপিত হৈছিল ১৯৪০ ৰ পিছৰ ফালে এই ফৰাছী ৰাজধানীখনৰ ছেমিনাৰসমূহত, য'ত আলেকজেণ্ডাৰ গ্ৰোথিএনডিক উপস্থিত আছিল। ইয়াৰ স্ৰষ্টা আছিল কাৰ্যতঃ বা বাস্তৱত, কাৰ্টেন, ভেই, চেভেল্লী, আৰু আনসকলকে লৈ তেওঁ লগ পোৱা সকলোকেইজন অধ্যাপক। পেৰিছৰ কাফে-জীৱন সেয়ে অকল দাৰ্শনিক, আৰু লেখক, বা কলাকাৰসকলৰ দ্বাৰায়েই প্ৰভাৱিত হৈ ৰোৱা নাছিল। এইসকলৰ উপৰি গণিতজ্ঞসকলেও প্ৰভাৱিত কৰি থৈছিল। বোধকৰোঁ সাধাৰণ সংস্কৃতিত, প্ৰথমবাৰৰ বাবে গণিতে আধুনিক ইতিহাসত এক মুখ্যভূমিকা লৈছে– ঠিক যেনেদৰে লৈছিল দূৰ অতীতত পুৰণি গ্ৰীচত।



ছাৰ্ট্ৰে আৰু তেওঁৰ মিত্ৰজোঁটৰ জীৱনৰ প্ৰতি দৃষ্টিভংগী অ-গাণিতিক আছিল, তেওঁলোকক দৃঢ়তাৰেই এৰি যাব লাগিব। তেওঁলোকৰ অস্তিত্ববাদৰ দাৰ্শনিক তত্ত্বৰ প্ৰভুত্ব শেষ হৈছিল, তাৰ ঠাই লৈছিল সংৰচনাবাদ শীৰ্ষক নিখুঁত স্বীকাৰ্যভিত্তিক, কঠোৰ আৰু প্ৰণালীবদ্ধ তত্ত্বই। ইয়েই ফৰাছী আৰু বাকী পশ্চিমক চৌৱাই নিছিল। গণিতজ্ঞসকলে এক নতুন সঁচাৰকঠীয়া অংশ ল'ব নতুন পৰিবেশ তথা পৰিপাৰ্শ্বত – সেয়া কেৱল এক নতুন আৰু বহুল ব্যৱহৃত জীৱনধাৰাৰ কোনো সমৰ্থক হিচাপেই নহয়, বিভিন্ন ক্ষেত্ৰৰ অভ্যাস-অনুশীলনীৰে ৰত হৈ ৰোৱা সংগতি ৰক্ষাকাৰী হিচাপেও: সঠিক বিজ্ঞান, সমাজ বিজ্ঞান, কলা, সাহিত্য, মনস্তত্ব, অৰ্থনীতি, আৰু দৰ্শন আদিৰ দৰে। ইয়ে গণিতৰ এটা নতুন যুগৰ সূচনা কৰিব। ই এনে হ'ব, য'ত আমাৰ সংস্কৃতিত বিষয়টোৰ

প্ৰভাৱখিনি আন কাৰোৱে দ্বাৰা খাপখোৱা বিধৰ নহ'ব। কাৰণ য'ত গণিতজ্ঞসকলে তেওঁলোকৰ বিষয়টো বিমূৰ্ত আৰু দুৰ্বোধ্য কৰাৰ কাৰণে কঠোৰ চেষ্টা কৰিছে, বাস্তৱ জগতখনৰ পৰা পূৰাপূৰিভাবে সম্পৰ্ক ৰহিত হৈ, পাৰিপাৰ্শ্বিকৰ সকলোতে অমনযোগী হৈ -- প্ৰকৃততে এইসকল পেৰিছৰ কাফেৰ গণিতজ্ঞই প্ৰসাৰ ঘটোৱা ধাৰণাৰাজী সামগ্ৰিকভাবে সমাজখনতৰ বাবে গুৰুত্বপূৰ্ণ বুলি প্ৰমাণিত হ'ব। এইসকল গণিতজ্ঞৰ ধাৰণাসমূহে মানৱ-চিন্তাৰ জগতখনত এক আলোড়নত বাদে আন একোৱেই নকৰিব। যাৰ প্ৰভাৱখিনি বহু দূৰ যোজনলৈ বিয়পি পৰিব। যেতিয়া এই বিপ্লৱখিনিয়ে এক উচ্চ শিখৰ পাইছিল ১৯৬০ ৰ পিছৰ ফালে, মানৱ-বিজ্ঞানৰ কোনো এটা শাখাকো ই স্পৰ্শ নকৰাকৈ নাথাকিল।

~ ০ ~

পেৰিছত এই কালছোৱাত, গ্ৰোথিএনডিক আছিল সেইবোৰলৈ সম্পূৰ্ণ অমনযোগী, যিবোৰ পৰিৱৰ্তন ঘটি ৰৈছিল তেওঁৰ পাৰিপাৰ্শ্বিকত। পিছে তথাপি তেওঁৰ কৃতি আৰু ধাৰণাখিনি এই নব্যদৰ্শনৰ আন্দোলনৰ অগ্ৰদূত। কিন্তু গ্ৰোথিএনডিকৰ মন ইমান নমনীয় আৰু ইমান উৰ্বৰ আছিল যে তেওঁ চিৰদিন নিজৰ সময়তকৈ অতিকে আগত থাকিব। এই প্ৰাক-কালৰ সময়ছোৱাত তেওঁৰ অজানিতেই কেইবছৰমানৰ ভিতৰতেই নতুন তত্ত্বৰ মাজত ভুল -দোষ উলিয়াব, যিয়ে পশ্চিমীয়া চিন্তাক সাৰি-পুছি লৈ যাব। তেওঁ অকলেই চেষ্টা কৰি গৈছিল গাণিতিক তত্ত্বৰ ক্ৰুটি বা ঘাটিখিনি পূৰাবলৈ, যি আছিল সংৰচনাবাদৰ নতুন দাৰ্শনিক তত্ত্বৰ আৰু বৈজ্ঞানিক চিন্তাৰ ৰাজহাড়স্বৰূপ।

পিছে আজিও পেৰিছৰ কাফেত গণিতজ্ঞসকলৰ লগতে লেখক, বুদ্ধিজীৱিসকলে গ্ৰোথিএনডিকৰ সেই কৰ্তৃত্বক অনুসৰণ কৰিবলৈ অসম্ভৱ যেনেই পাব। দিশ-দৰ্শন একো নাপাই হতাশাত পৰি, তেওঁ শেষত দল এৰিলে। আৰু নিজৰ পথত ধাৱমান হ'ল। পিছে তেওঁ মানৱতাক, দৰ্শনক, সমাজ-বিজ্ঞানক, আৰু অৰ্থনৈতিক সংকটৰ পৰা উদ্ধাৰ কৰিবলৈ অক্ষম হ'ল। অস্তিত্ববাদৰ দৰে সংৰচনাবাদো নামি আহিল, আৰু পশ্চিমীয়া সংস্কৃতিত দুয়োৱেই বাট উলিয়ালে এক নতুন পৰম্পৰাৰ, নাম তাৰ : উত্তৰ আধুনিকতাবাদ, পোষ্টমডাৰ্নিজিম। কিন্তু এয়া ভৱিষ্যতৰ দশককেইটাৰ মাজতহে। ইতিমধ্যেই বৰ উত্তেজনাপূৰ্ণ কৰ্মত ৰত হ'বলৈ বুলি আছে, যিয়ে প্ৰভাৱিত কৰিব আমাৰ পৃথিবীখনৰ প্ৰতিটো শৃংখলাকেই। যুদ্ধৰ সমাপ্তিয়ে প্ৰকৃতাৰ্থত এক নতুন আৰম্ভণৰ পথ মুকলি কৰি দিছিল– পশ্চিমীয়া সংস্কৃতিত!

~ ০ ~

অতিপ্ৰতিভাৰ স্বাক্ষৰ বহন কৰি ৰোৱা সত্বেও গ্ৰোথিএনডিকৰ প্ৰয়োজন হৈছিল সাংঘাটিকভাবেই এক গাণিতিক সবল ভেঁটিৰ। কাৰ্টেনে এই কথাটোকেই বুজি পাই বিচাৰিছিল গ্ৰোথিএনডিক পেৰিছ এৰি গুছি যাওক। গুছি আহক নেন্সিলৈ – নেন্সি বিশ্ববিদ্যালয়ত থকা অসাধাৰণ প্ৰতিভাশালী আৰু প্ৰখ্যাত অধ্যাপক লৰেণ্ট চ্ছৱাৰ্ট্জৰ তত্বাৱধানত ডক্টৰেট কৰিবলৈ বুলি। কাৰ্টেনৰ উপদেশ সাৰোগত কৰি, গ্ৰোথিএনডিক গুছি আহিল নেন্সিলৈ। তাত তেওঁ নিজকে এজন ছাত্ৰ হিচাপে থাপিলে। এই প্ৰতিষ্ঠানত লৰেণ্ট চ্ছৱাৰ্ট্জ, লগতে আন আন অধ্যাপককো বাৰুকৈয়ে মুহিলে। গ্ৰোথিএনডিকে গাণিতিক ব্যুৎপত্তিৰ স্বাক্ষৰ বহন কৰি ছয়খন মৌলিক গৱেষণা-পত্ৰ আগবঢ়ালে। ইয়াৰ প্ৰতিখনেই একোখন অনুপম সৃষ্টি হিচাপে স্বীকৃত হ'ল। এখন ডক্টৰেল ডিচাৰ্টেছনৰ বাবে উপযুক্ত বিবেচিত হ'ল। তেওঁৰ অধ্যাপকসকল বিমোৰত পৰিছিল এই কথাটোক লৈ যে কোনখনকনো ডক্টৰেলৰ বাবে লোৱা হ'ব। নেন্সী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা ১৯৫৩ ত তেওঁক গণিতৰ ডক্টৰেট প্ৰদান কৰা হ'ল।

নেন্সীত তেওঁ লৰেণ্ট আৰু মেৰী-হেলেন চ্ছৱাৰ্ট্জৰ সঘনাই আলহী হৈছিল, তেওঁলোকৰ ঘৰত তেওঁ মুকলি অনুভৱ কৰিছিল। চ্ছৱাৰ্ট্জ আৰু ডিউডনিয়ে গ্ৰোথিএনডিকক টপ'ল'জিকেল ভেক্টৰ অন্তৰীক্ষৰ প্ৰব্লেম কেতবোৰ দিছিল। এই বিষয়ক তত্ত্বখিনিয়ে সেইসময়ত প্ৰসাৰ লভি আছিল। অধ্যাপকদ্বয়ে আচৰিত হৈছিল যে কেইমাহমানৰ ভিতৰতেই এই ডেকা ছাত্ৰজনে এই অতিকে কঠিন প্ৰব্লেমকেইটাৰ প্ৰতিটোৰেই সমাধান দিছিল। এনেদৰেই তেওঁ এই নতুন ক্ষেত্ৰখনক উল্লেখনীয়ভাবে আগবঢ়াই দিছিল।

নেন্সিত গ্ৰোথিএনডিক আছিল মাকৰ সৈতে। মাক সেইসময়ত ভুগি আছিল টিউবাৰকিউলোছিছত। অসামৰিক বন্দীৰ শিবিৰত থাকোঁতে এই বেমাৰে পোখা মেলিছিল। মাক-পুতেকে তাত এগৰাকী মহিলাৰ কোঠা এটি ভাড়াত লৈছিল। মহিলাগৰাকী গ্ৰোথিএনডিকতকৈ বয়সত ডাঙৰ আছিল। তেওঁৰে সৈতে গ্ৰোথিএনডিকৰ সম্পৰ্ক গঢ় লৈছিল। আৰু এই সম্পৰ্কয়েই জনম দিছিল তেওঁলোকৰ এটি পুত্ৰসন্তান– ছাৰ্জ।

ডক্টৰেট পোৱাৰ পিছত গ্ৰোথিএনডিক উভটি আহিছিল পেৰিছলৈ, আৰু পুনৰ ইকোল নৰ্মেলত ছেমিনাৰসমূহত যোগ দিছিল আৰু লগতে ছৰবনতো। এই অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ ছেমিনাৰখনত, ইয়াৰ গুৰি ধৰোঁতা হেনৰী কাৰ্টেনৰ লগতে নিক'লা বহবাকীৰ সৈতে যুক্ত গোটেই গণিতজ্ঞ গোটটোক গ্ৰোথিএনডিকে ভালদৰে জানিবলৈ সুবিধা পাইছিল। কিন্তু এই নিক'লা বহবাকীনো কোন আছিল বাৰু?

মস্তিষ্ক মন্থন

ড° প্ৰবীণ দাস

'অসম গণিত শিক্ষায়তন'ৰ প্ৰাক্তন সভাপতি

১) আগতীয়া যাত্ৰী

চাকৰিয়াল ভগৱান কাকতিয়ে কাৰ্যালয়ৰ পৰা সদায় ট্ৰেইনেৰে সন্ধিয়া ৫ বজাত আহি ঘৰৰ ওচৰৰ ষ্টেচনত নামেহি; য'ৰ পৰা তেওঁক পত্নীয়ে আহি গাড়ীৰে ঘৰলৈ আগবঢ়াই নিয়ে। এদিন কাকতিয়ে নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ আগৰ ট্ৰেইনখনেৰে আহি ৪ বজাতে ষ্টেচনত নামিলহি; আৰু শ্ৰীযুতা কাকতিলৈ তাত অপেক্ষা নকৰি তেওঁক পথৰ মাজতে কোনোবাখিনিত লগ পোৱাৰ উদ্দেশ্যে খোজ কাঢ়িয়েই ঘৰমুৱা হ'ল। ভবামতেই পথত তেওঁ পত্নীক লগ পালে। পত্নীয়েও তাৰ পৰাই তেওঁক গাড়ীত উঠাই ঘৰলৈ লৈ গ'ল আৰু অন্যদিনাতকৈ ১০ মিনিট আগতে ঘৰ পোৱাই দিলে।

এতিয়া প্ৰশ্নটো হ'ল: কাকতিয়ে কিমান সময় খোজ কাঢ়িছিল?

২) নকল মুদ্ৰা

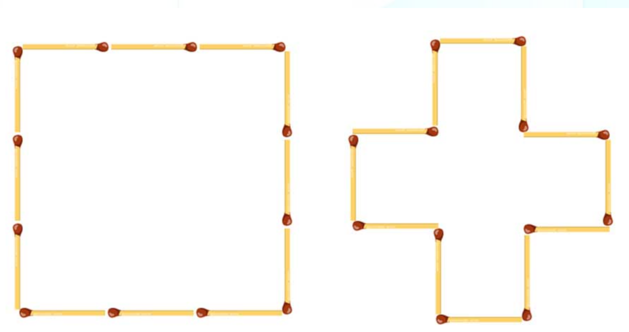
দুই যমজ ভগ্নী পিংকী আৰু চিংকী অসম জাতীয় বিদ্যালয়ৰ দশম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰী। পঢ়া-শুনাত দুয়োজনীয়েই মনোযোগী, তথাপি স্কুলীয়া শিক্ষান্ত পৰীক্ষাত অৱতীৰ্ণ হোৱাৰ আগে আগে কিছু দিহা-পৰামৰ্শ পাওক বুলি মাকে দুয়োজনীকে মোমায়েকৰ ঘৰলৈ কেইদিনমানৰ বাবে পঠিয়াই দিলে। মোমায়েক স্থানীয় কলেজ এখনৰ গণিতৰ অধ্যাপক। মোমায়েকে বহুদিনৰ মূৰত লগ পোৱা ভাগিনীয়েকহঁতক পাই ঘৰৰ খা-খবৰ লোৱাৰ লগে লগে কিছু সময় ৰং-ৰহইচ কৰি কটালে। আলাপ-আলোচনাৰ মাজে মাজে তেওঁ সিহঁতৰ মানসিক অৱস্থাৰ উমান লোৱাৰ উদ্দেশ্যে দুই-এটা কৌতুকো সমাধানৰ বাবে আগবঢ়ালে। তেওঁৰ এটা কৌতুক আছিল এনে ধৰণৰ:

"ধৰি লোৱা, পাঁচ টকীয়া মুদ্ৰাৰ দহটা থাক সজাই থোৱা আছে, যাৰ প্ৰতিটো থাকতে আকৌ দহটাকৈ মুদ্ৰা আছে। ইয়াৰে কোনোবা এটা থাকৰ আটাইকেইটা মুদ্ৰা নকল। ধৰা, প্ৰতিটো আচল মুদ্ৰাৰ ওজন ১ গ্ৰাম আৰু প্ৰতিটো নকল মুদ্ৰাৰ ওজন ১.১ গ্ৰাম। তৰ্জুত ওজন লৈ মুদ্ৰা এটা আচল নে নকল জানিব পৰা যায়। এতিয়া প্ৰশ্নটো হ'ল, নকল থাকটো বাছি উলিয়াবলৈ তৰ্জু এখনত ন্যূনতম কিমান বাৰ মুদ্ৰাৰ ওজন ল'ব লাগিব?"

সহজভাৱে হাঁহি মাৰি তেওঁ পুনৰ ক'লে, "চাওঁচোন, তোমালোকে কেনেদৰে আগবাঢ়া! নোৱাৰিলে পাছত ময়েই সমাধান কৰি দিম।"

৩) বাৰডাল শলাকাঠি

পূবেৰুণ আদৰ্শ হাইস্কুলৰ গণিতৰ শিক্ষক কমলকৃষ্ণ বৰুৱাই দশম শ্ৰেণীত সৰল বন্ধ-ক্ষেত্ৰৰ পৰিসীমা আৰু ক্ষেত্ৰফল বা কালিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিছে। বিষয়টো সহজে বোধগম্য কৰি তোলাৰ উদ্দেশ্যে তেওঁ শ্ৰেণীলৈ দিয়াচলাই বাকচ এটা নি তাৰ কাঠিবোৰেৰে ত্ৰিভুজ, বৰ্গ, আয়ত আদি কিছুমান সৰল জ্যামিতিক চিত্ৰৰ সহায়ত পৰিসীমা আৰু কালিৰ ধাৰণা দিবলৈ চেষ্টা কৰিছে। নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক কাঠিৰে আৰ্হি সজাই তেওঁ দেখুৱালে যে বিভিন্ন আকৃতিৰ বন্ধ-চিত্ৰ সাজিব পাৰি, যিবোৰৰ পৰিসীমা একে, অথচ কালি বেলেগ বেলেগ। তেওঁ দিয়াচলাইটোৰ পৰা বাৰডাল শলা উলিয়ালে আৰু প্ৰতিডাল শলাৰ দৈৰ্ঘ্য এক একক ধৰি তলত দিয়া ধৰণে প্ৰথমে এটা বৰ্গ আৰু পাছত এটা ক্ৰছ-চিহ্ন সাজি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক দুয়োটা ক্ষেত্ৰৰ কালি উলিয়াবলৈ দিলে। প্ৰায় সকলো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে জনালে যে বৰ্গক্ষেত্ৰটোৰ কালি ৯ বৰ্গ একক আৰু ক্ৰছ চিহ্নটোৰ কালি ৫ বৰ্গ একক। (সংলগ্ন চিত্ৰ দ্ৰষ্টব্য।)



এইবাৰ তেওঁ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক সুধিলে: বাৰডাল কাঠিৰে এনে এটি বন্ধ-চিত্ৰৰ আৰ্হি সাজিব পাৰিবানে যাৰ কালি ৪ বৰ্গ একক হয়? প্ৰসংগক্ৰমে তেওঁ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক ত্ৰিভুজৰ কালিৰ সূত্ৰটো সোঁৰৰাই দিলে।

৪) পুনৰাবৃত্ত সংখ্যা

নেহা, শ্ৰুতি আৰু সীমা স্কুলৰ ক্ৰমে ষষ্ঠ, অষ্টম আৰু দশম শ্ৰেণীত অধ্যয়নৰত তিনিগৰাকী বাই-ভনী। তেওঁলোকৰ আজি মহা ফূৰ্তি, কিয়নো হোলীৰ বন্ধ উপলক্ষে তেওঁলোকৰ ঘৰলৈ মোমায়েক অৰিন্দম ফুৰিবলৈ আহিছে। মোমায়েকে গণিতৰ স্নাতকোত্তৰ ডিগ্ৰী লৈ অলপতে বেঙ্কৰ চাকৰিত সোমাইছে। হোলীৰ ৰং তামাচাৰ অন্তত গা-পা ধুই তেওঁলোকে ভাত-পানী খালে, আৰু আটায়ে নানা গল্প-গুজব লৈ ব্যস্ত হৈ পৰিল। মাজতে কাগজ এটুকুৰা লৈ মোমায়েকে ভাগিনীহঁতক ক'লে, "সংখ্যাৰ খেল এটি খেলোঁ আহা।" তেওঁ সৰুজনীক, অৰ্থাৎ নেহাক ক'লে, "যিকোনো তিনি অংকীয়া সংখ্যা এটি লিখা।"

"লিখিলোঁ", নেহাই উত্তৰ দিলে।

"সংখ্যাটো একে শাৰীতে সোঁপিনে আকৌ এবাৰ লিখা। এটা ছয় অংকীয়া সংখ্যা পালানে?", মোমায়েকে সুধিলে।

"হয়, পালোঁ", নেহাই উত্তৰ দিলে।

"এতিয়া প্ৰাপ্ত সংখ্যাটোক ৭ ৰে ভাগ কৰা। কিবা বাকী ৰ'ল নেকি চোৱা।", মোমায়েকে ক'লে।

"নাই, সংখ্যাটো ৭ ৰে সম্পূৰ্ণৰূপে বিভাজ্য হৈছে।", নেহাই ক'লে।

"কাগজখন এতিয়া শ্ৰুতিক দিয়া।"

এইবাৰ শ্ৰুতিক উদ্দেশ্য কৰি মোমায়েকে ক'লে, "নেহাই কৰা হৰণৰ ভাগফলটোক ১১ ৰে ভাগ কৰা।"

"ভাগ কৰিলোঁ", শ্ৰুতিয়ে ক'লে।

"কিবা বাকী ৰ'ল নেকি?", মোমায়েকে সুধিলে।

"নাই, সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি গৈছে", শ্ৰুতিয়ে ক'লে।

"কাগজখন সীমাক দিয়া", মোমায়েকে ক'লে। আৰু এইবাৰ সীমাক উদ্দেশ্য কৰি তেওঁ ক'লে, "শ্ৰুতিয়ে কৰা হৰণৰ ভাগফলটোক ১৩ ৰে ভাগ কৰা।"

"ভাগ কৰিলোঁ", সীমাই ক'লে।

"নিশ্চয়, হৰণটো সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি গৈছে, নহয়নে?", মোমায়েকে সুধিলে।

"হয়, কোনো বাকী নোৰোৱাকৈ ১৩ ৰে ভাগ গৈছে", সীমাই ক'লে।

"ভাগফল কিমান পাইছা কোৱা", মোমায়েকে ক'লে। সীমাই ভাগফলটো উল্লেখ কৰাৰ লগে লগেই নেহাই চিঞৰি উঠিল, "হা? সেইটোচোন মই প্ৰথমে কোৱা সংখ্যাটোৰেই !"

আটাইকেইজনীয়েই কৌতুহলী হৈ উঠিল আৰু কাগজখিলা মনোযোগেৰে পৰীক্ষা কৰিবলৈ ধৰিলে আৰু একেমুখে ক'লে, "কি আচৰিত!"

মোমায়েকে ক'লে, "আচৰিত হয় বাৰু! এতিয়া তোমালোকে ইয়াৰ অন্তৰালত থকা যাদুটোৰ ভেদ ভাঙিব পাৰিবানে? চেষ্টা কৰা।"

(**উৎস:** 'My Best Mathematical and Logic Puzzles' by Martin Gardner. 'গণিত বিকাশ'ৰ পঢ়ুৱৈৰ প্ৰয়োজনত পটভূমি আৰু উপস্থাপন-শৈলী সলনি কৰা হৈছে।)

যোৱা সংখ্যাৰ 'মস্তিষ্ক মন্থন'ৰ সমাধান

১) কাৰ কি ব্যৱসায়?

২য় উক্তি অনুসৰি সংগীতজ্ঞ আৰু মালী উভয়ে জিণ্টুৰ সৈতে মাছ মাৰিবলৈ গৈছিল। গতিকে, জিণ্টু সংগীতজ্ঞও নহয় আৰু মালীও নহয়। ৫ম উক্তি অনুসৰি মণ্টুৰে মালীক ৫ টকা দিবলৈ আছিল, অৰ্থাৎ মণ্টু মালী নহয়।

এতিয়া, জিণ্টু আৰু মণ্টু যিহেতু মালী নহয়, মালীজন ৰণ্টু হ'ব লাগিব।

৬ষ্ঠ উক্তি অনুসৰি ৰণ্টুৰে মণ্টুক আৰু চিত্ৰশিল্পীক খেলত হৰুৱাইছিল। গতিকে চিত্ৰশিল্পী গৰাকী ৰণ্টু বা মণ্টু নহয়। ইয়াৰ অৰ্থ হ'ল চিত্ৰশিল্পী গৰাকী জিণ্টু।

আকৌ, ২য় উক্তি অনুসৰি, সংগীতজ্ঞ আৰু মালী উভয়ে জিণ্টুৰ সৈতে মাছ মাৰিবলৈ গৈছিল। মালীগৰাকী যিহেতু ৰণ্টু, সেয়েহে সংগীতজ্ঞগৰাকী মণ্টু হ'ব লাগিব।

১ম উক্তি অনুসৰি ড্ৰাইভাৰজনে সংগীতজ্ঞৰ দীঘল চুলিক লৈ পেংলাই কৰিছিল, গতিকে, ড্ৰাইভাৰজন মণ্টু নহয়।

৪ৰ্থ উক্তি অনুসৰি ড্ৰাইভাৰে চিত্ৰশিল্পীৰ ভনীয়েকক প্ৰস্তাৱ

দিছিল। চিত্ৰশিল্পীগৰাকী যিহেতু জিণ্টু, গতিকে ড্ৰাইভাৰগৰাকী জিণ্টু নাইবা মণ্টু নহয়। ইয়াৰ অৰ্থ, ড্ৰাইভাৰগৰাকী ৰণ্টু হ'ব লাগিব।

৩য় উক্তি অনুসৰি সংগীতজ্ঞই চুলাই বেপাৰীৰ পৰা মদ কিনিছিল। অৰ্থাৎ, চুলাই বিক্ৰেতাগৰাকী সংগীতজ্ঞ, অৰ্থাৎ মণ্টু নহয়। গতিকে চুলাই বেপাৰীগৰাকী জিণ্টু নহ'লে ৰণ্টু হ'ব লাগিব। কিন্তু, ৰণ্টু এগৰাকী মালী আৰু লগতে ড্ৰাইভাৰ। সেয়েহে ৰণ্টু চুলাই বেপাৰী নহয়। ইয়াৰ অৰ্থ, চুলাই বেপাৰীজন জিণ্টু হ'ব লাগিব। এইদৰে দেখা গ'ল—

জিণ্টু একাধাৰে চিত্ৰশিল্পী আৰু চুলাই বেপাৰী। ৰণ্টু একাধাৰে মালী আৰু ড্ৰাইভাৰ। মণ্টু একাধাৰে সংগীতজ্ঞ আৰু নাপিত।

২) কাৰ কি বৃত্তি?

প্ৰথম বিকল্প: ধৰা হ'ল, ১ম উক্তিটো সঁচা; অৰ্থাৎ খেতিয়ক বোলাজন মাষ্টৰ নহয়। তেতিয়া, ২য়, ৩য়, ৪ৰ্থ উক্তিকেইটা মিছা; অৰ্থাৎ বেপাৰী বোলাজন খেতিয়ক হয়। খেতিয়ক বোলাজন খেতিয়ক নহয় আৰু বেপাৰী বোলাজন মাষ্টৰ হয়। এয়া অসম্ভৱ কাৰণ বেপাৰী বোলাজন একাধাৰে খেতিয়ক আৰু মাষ্টৰ হ'ব নোৱাৰে। গতিকে **১ম** উক্তিটো সঁচা নহয়।

দ্বিতীয় বিকল্প: ধৰা হ'ল ২য় উক্তিটো সঁচা। অৰ্থাৎ, বেপাৰী বোলাজন খেতিয়ক নহয়। সেইক্ষেত্ৰত, **১ম**, ৩য়, আৰু ৪ৰ্থ উক্তিকেইটা মিছা। অৰ্থাৎ, খেতিয়ক বোলাজন মাষ্টৰ হয়, খেতিয়ক বোলাজন খেতিয়ক নহয়, বেপাৰী বোলাজন মাষ্টৰ হয়। এয়াও অসম্ভৱ, কিয়নো খেতিয়ক আৰু বেপাৰী বোলা ভায়েক দুজনৰ একেই বৃত্তি মাষ্টৰী হ'ব নোৱাৰে। ২য় উক্তিটো মিছা।

তৃতীয় বিকল্প: ধৰা হ'ল ৩য় উক্তিটো সঁচা। অৰ্থাৎ, খেতিয়ক বোলাজন খেতিয়কেই হয়। তেতিয়া **১ম**, ২য় আৰু ৪ৰ্থ উক্তি কেইটা মিছা। অৰ্থাৎ, খেতিয়ক বোলাজন মাষ্টৰ হয়, বেপাৰী বোলাজন খেতিয়ক হয়, আৰু বেপাৰী বোলাজন মাষ্টৰ হয়। কিন্তু এয়াও অসম্ভৱ, কাৰণ বেপাৰী বোলাজন দুটা বৃত্তি খেতিয়ক আৰু মাষ্টৰীৰ সৈতে যুক্ত হ'ব নোৱাৰে। অৰ্থাৎ, ৩য় উক্তিটো সঁচা নহয়।

চতুৰ্থ বিকল্প: ধৰা হ'ল, ৪ৰ্থ উক্তিটো সঁচা। অৰ্থাৎ, বেপাৰী বোলাজন মাষ্টৰ নহয়। এই ক্ষেত্ৰত, **১ম**, ২য়, আৰু ৩য় উক্তিকেইটা মিছা হ'ব। অৰ্থাৎ, খেতিয়ক বোলাজন মাষ্টৰ হয়, বেপাৰী বোলাজন খেতিয়ক হয়, আৰু খেতিয়ক বোলাজন খেতিয়ক নহয়। অৰ্থাৎ, মাষ্টৰ বোলাজন বেপাৰী হয়। এই উক্তিবোৰৰ মাজত কোনো স্ববিৰোধিতা নাই। গতিকে, ৪ৰ্থ বিকল্পটোৰেই নিৰ্ণেয় সমাধান।

৩) অজান্তিমুলুকৰ অজান্তি লোক

লোক তিনিজনৰ উক্তিৰ পৰা বুজিব পাৰি যে তেওঁলোকৰ অতি কমেও এজনে মিছা কৈছে। গতিকে, তিনিওগৰাকীৰ আটাইকেইজনেই সুৰঞ্জন হ'ব নোৱাৰে।

ধৰা হ'ল, তেওঁলোকৰ দুগৰাকী সুৰঞ্জন। তেতিয়া প্ৰথমগৰাকীয়ে সঁচা কৈছে। সেই ক্ষেত্ৰত দ্বিতীয় আৰু তৃতীয়গৰাকীয়ে মিছা কৈছে। অৰ্থাৎ, তেওঁলোকৰ ভিতৰত দুগৰাকী সুৰঞ্জন হ'ব নোৱাৰে।

ধৰা হ'ল, তেওঁলোকৰ মাজত এগৰাকী সুৰঞ্জন। তেতিয়া প্ৰথমগৰাকীয়ে মিছা কৈছে আৰু বাকী দুগৰাকীয়ে সঁচা কৈছে। এই ক্ষেত্ৰত, সুৰঞ্জন এগৰাকী হ'ব নোৱাৰে। ইয়াৰ পৰা সিদ্ধান্ত ল'ব পৰা যায় যে তেওঁলোকৰ মাজত সুৰঞ্জন এগৰাকীও নাই। অৰ্থাৎ, লোক তিনিগৰাকীৰ প্ৰতিগৰাকীয়েই নিৰঞ্জন।

৪) কোন কি বিষয়ৰ স্নাতক?

৪ৰ্থ তথ্য অনুসৰি তেজপুৰৰগৰাকীয়ে ৰসায়ন বিষয় অধ্যয়ন কৰে। ৩য় তথ্য অনুসৰি গুৱাহাটীৰগৰাকীয়ে ইতিহাস বিষয় নপঢ়ে। এই ক্ষেত্ৰত, গুৱাহাটীৰগৰাকীয়ে জীৱবিজ্ঞান বিষয় আৰু ডিব্ৰুগড়ৰজনে ইতিহাস বিষয় পঢ়িব লাগিব।

আকৌ, সোণমণিয়ে তেজপুৰত নপঢ়ে, লগতে তেওঁ জীৱবিজ্ঞান নপঢ়ে। সেই ক্ষেত্ৰত, সোণমণিয়ে ডিব্ৰুগড়ত ইতিহাস পঢ়িব লাগিব। আনহাতে, ধনমণিয়ে গুৱাহাটীত নপঢ়ে, গতিকে তেওঁ তেজপুৰত ৰসায়ন পঢ়ে। আৰু নিশ্চিতভাৱে, বাকী ৰৈ যোৱাজনে, অৰ্থাৎ, হীৰামণিয়ে গুৱাহাটীত জীৱবিজ্ঞান পঢ়ে।

৫) বৰ্ণৰ সাংখ্যিক মান নিৰ্ণয়

দিয়া আছে, $ZOO \times ZOO = TOPAZ$.

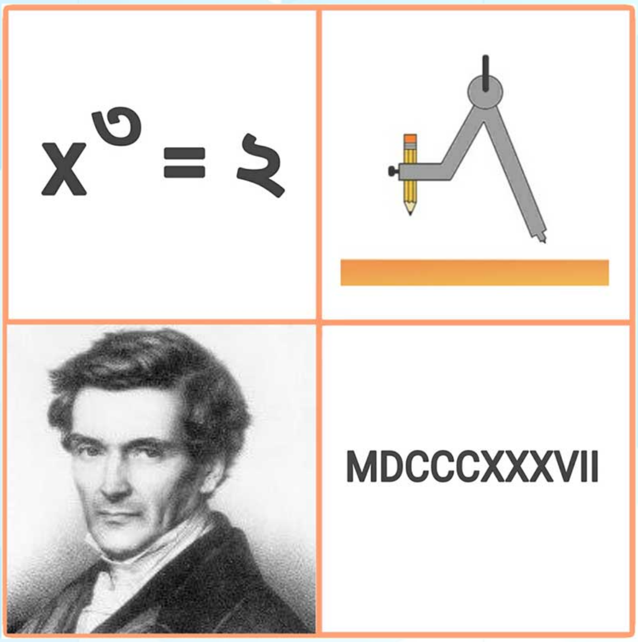
ইয়াত, বাওঁপিনৰ গুণকদ্বয়ত তিনিটাকৈ অংক আছে। আনহাতে, সোঁপিনৰ গুণফলটোত পাঁচটা অংক আছে। গতিকে, Z ৰ ঠাইত সাংখ্যিক চিহ্ন **১**, ২ নাইবা ৩ হ'ব লাগিব। আকৌ, সোঁপিনৰ গুণফলটো এটা বৰ্গফল, আৰু যিকোনো বৰ্গফলৰ একক স্থানত ২ বা ৩ থাকিব নোৱাৰে। সেয়েহে সোঁপিনৰ একক স্থানত **১** হ'ব লাগিব। তেতিয়াহ'লে, O ৰ ঠাইত ৯ হ'ব লাগিব। অৰ্থাৎ, গুণকদ্বয় **১৯৯** আৰু **১৯৯** হ'ব

যিহেতু, **১৯৯**×**১৯৯** = ৩৯৬০**১**, গতিকে T, P আৰু A ক্ৰমে ৩, ৬ আৰু ০ হ'ব। অৰ্থাৎ, A = ০, O = ৯, P = ৬, T = ৩ আৰু Z = **১**।

গণিত কুইজ

পংকজ জ্যোতি মহন্ত

১) সংযোগ স্থাপন কৰক:



২) তলৰ খালী ঘৰটোত কি বহিব?

$\prod$	$\bigcup$	$\bigcap$
১৮১২	১৮৮৮	

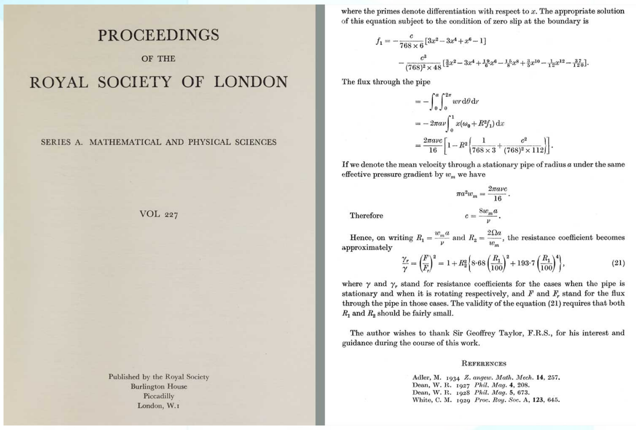
৩) ৰিক্ত সংহতি বুজাবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা ϕ চিহ্নটোৰ লগত 'গণিত বিকাশ'ত (এই সংখ্যাত) প্ৰকাশিত এটা লেখাৰ কি সম্পৰ্ক আছে?

৪) খালী ঠাই পূৰণ কৰক: ৩৭, ৫৯, _____, ১০১, ১০৩। (সংকেত: মৌলিক সংখ্যা।)

৫) $e^{\pi\sqrt{১৬৩}}$ সংখ্যাটোৰ নামটো কি?

৬) বেবিলনীয় ১, ইজিপ্টীয় ১, চীনা ১, আৰ্কিমিডিছ ২, আৰ্যভট ৩। কিন্তু এই ক্ষেত্ৰত আৰ্কিমিডিছ উন্নত বুলি নজিৰ ৰাখি গৈছিল। কিহৰ সম্পৰ্কে কোৱা হৈছে বাৰু?

৭) এইটো যদি এটা প্ৰশ্ন হয়, তেন্তে উত্তৰটো কি হ'ব:


PROCEEDINGS
OF THE
ROYAL SOCIETY OF LONDON

SERIES A. MATHEMATICAL AND PHYSICAL SCIENCES

VOL 227

Published by the Royal Society
Burlington House
Piccadilly
London, W.1

where the primes denote differentiation with respect to x. The appropriate solution of this equation subject to the condition of zero slip at the boundary is

$$f_1 = -\frac{c}{768\times 6}[3x^2-3x^4+x^6-1] - \frac{c^3}{(768)^2\times 48}[\tfrac{3}{2}x^2-3x^4+\tfrac{19}{6}x^6-\tfrac{15}{8}x^8+\tfrac{3}{5}x^{10}-\tfrac{1}{12}x^{12}-\tfrac{37}{120}].$$

The flux through the pipe

$$= -\int_0^a\int_0^{2\pi} wr\,d\theta\,dr = -2\pi a\nu\int_0^1 x(\omega_0+R^2f_1)\,dx = \frac{2\pi a\nu c}{16}\left[1-R^2\left\{\frac{1}{768\times 3}+\frac{c^2}{(768)^2\times 112}\right\}\right].$$

If we denote the mean velocity through a stationary pipe of radius a under the same effective pressure gradient by w_m we have

$$\pi a^2 w_m = \frac{2\pi a\nu c}{16}.$$

Therefore $$c = \frac{8w_m a}{\nu}.$$

Hence, on writing $R_1 = \frac{w_m a}{\nu}$ and $R_2 = \frac{2\Omega a}{w_m}$, the resistance coefficient becomes approximately

$$\frac{\gamma_r}{\gamma} = \left(\frac{F}{F_r}\right)^2 = 1 + R_2^2\left\{8\cdot 68\left(\frac{R_1}{100}\right)^2 + 193\cdot 7\left(\frac{R_1}{100}\right)^4\right\}, \quad (21)$$

where γ and γ_r stand for resistance coefficients for the cases when the pipe is stationary and when it is rotating respectively, and F and F_r stand for the flux through the pipe in those cases. The validity of the equation (21) requires that both R_1 and R_2 should be fairly small.

The author wishes to thank Sir Geoffrey Taylor, F.R.S., for his interest and guidance during the course of this work.

REFERENCES

Adler, M. 1934 *Z. angew. Math. Mech.* **14**, 257.
Dean, W. R. 1927 *Phil. Mag.* **4**, 208.
Dean, W. R. 1928 *Phil. Mag.* **5**, 673.
White, C. M. 1929 *Proc. Roy. Soc.* A, **123**, 645.

৮) সংযোগ স্থাপন কৰক:

যোৰা সংখ্যাৰ কুইজৰ উত্তৰসমূহঃ

ড° জ্যোতিষ্মান গগৈ
সহকাৰী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ,
এছ. বি. দেওৰা মহাবিদ্যালয়, উলুবাৰী, গুৱাহাটী

১) BODMAS, PEDMAS, BEDMAS, PEMDAS – এইকেইটা BODMAS নিয়মৰ বেলেগ বেলেগ ৰূপ।
২) টেৰেন্স টাও।
৩) The Great Circle Routes.
৪) ভাৰতীয় পৰিসংখ্যা প্ৰতিষ্ঠান আৰু প্ৰশান্ত চন্দ্ৰ মহালানবিছ।
৫) Professor Calculus.
৬) পল এৰ্ডছ
৭) আডা লাভলেছ (Ada Lovlace)।
৮) চতুৰ্ভুজ মন্দিৰ আৰু গোৱালিয়ৰ দুৰ্গ।
৯) The Infinite Monkey Theorem, ইয়াৰ মতে এটা বান্দৰক অসীমসংখ্যক বাৰৰ বাবে কী-বৰ্ডত টিপিবলৈ দিলে নিশ্চিতভাৱে কিবা অৰ্থবহ বাক্য লিখিব, যেনে শেক্সপিয়েৰৰ কৰ্মৰাজি।
১০) ঠাইকেইখনৰ নামটোত জ্যামিতিক আকাৰ আছে, Bermuda Triangle, Guanzhou Circle, Trafalgar Square, Pentagon.

"A good proof is one that makes us wiser."
– Yuri Manin

স্বাভাৱিক সংখ্যা একোটাৰ উৎপাদকসমূহক ভৰ বুলি ধৰি লৈ সেইসমূহ দগা-পাল্লা এখনৰ দুয়োপিনে উঠাই দিব পাৰি। যেনে: ৪ ৰ উৎপাদকসমূহ হ'ল ১, ২, ৪। গতিকে ৪ ৰ পৰা পোৱা ভৰ তিনিটা। আৰু সেইকেইটা হ'ল ১, ২, আৰু ৪ একক।

এতিয়া দগা-পাল্লাৰ পাল্লা দুখনত ভৰবোৰ এনেকৈ উঠাব লাগে যাতে, দুয়োপিনে সমান ভৰ হৈ থাকে।

এনেকৈ দুয়োপিনে সমান ভৰ দিব পৰা আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো হ'ল ৬। কাৰণ, ৬ ৰ উৎপাদকসমূহ হ'ল: ১, ২, ৩, ৬। গতিকে পাল্লাৰ এফালে ১, ২, ৩ উঠাব পাৰি; আৰু আনফালে ৬ উঠাব পাৰি।

এনেকুৱা দ্বিতীয় সংখ্যাটো হৈছে ১২, আৰু তৃতীয় সংখ্যাটো ২০। ১২ ৰ বাবে এপিনে ২, ১২, আৰু আনপিনে ১, ৩, ৪, ৬ ৰাখিলে, সমান সমান ভৰ পোৱা যাব। ২০ ৰ বাবে এপিনে ১, ২০, আৰু আনপিনে ২, ৪, ৫, ১০ ৰাখিব পাৰি।

৬, ১২, আৰু ২০ যে এনেকুৱা প্ৰথম তিনিটা ক্ৰমিক সংখ্যা, সেই কথা ২১ তকৈ সৰু স্বাভাৱিক সংখ্যাকেইটাৰ বাবে পৰীক্ষা কৰি চালেও সহজে প্ৰমাণ পাব পাৰি।

কিন্তু দগা-পাল্লাত যদি তিনিখন পাল্লা থাকে, আৰু আমি তিনিওখন পাল্লাত সমান ভৰ পাব বিচাৰিছোঁ, তেন্তে তাৰ বাবে কোনবোৰ সংখ্যা ল'ব লাগিব? এনেকৈ তিনিওখন পাল্লাত সমান ভৰ পাবলৈ হ'লে আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো হ'ল ১২০। এই ক্ষেত্ৰত এখন পাল্লাত ভৰ ২০, ৪০, ৬০, আৰু আন এখনত ১২০ ৰাখিব পাৰি। আৰু তেতিয়া তৃতীয়খনত বাকী থকা এইখিনি ভৰ ৰাখিব লাগিব: ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৫, ২৪, ৩০।

যদি চাৰিখন পাল্লা থাকে? এই ক্ষেত্ৰত আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো হ'ল ২৭৭২০।

গাণিতিকভাৱে ক'বলৈ গ'লে, সংখ্যা একোটাৰ উৎপাদকসমূহক এনেকৈ ভাগ কৰিব লাগে যাতে, প্ৰতিটো ভাগত থকা উৎপাদকসমূহৰ যোগফল সমান হয়।

যদি দগা-পাল্লাখনত পাঁচখন, ছখন, সাতখন, বা তাতকৈয়ো অধিক পাল্লা থাকে?

- পাঁচখন পাল্লা থাকিলে আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো হ'ল ১৪৭০২৬৮৮০।
- ছয়খনৰ ক্ষেত্ৰত আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো ১৩০৪২৯০১৫৫১৬৮০০।
- সাতখনৰ ক্ষেত্ৰত আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো ১৯৭০৯৯২৩০৪৭০০৪৫৩৯০৫২৭০৪০০।
- আঠখনৰ ক্ষেত্ৰত আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো ১৮৯৭৫৪৪২৩৩০৫৬০৯২১৬২০০৩৮০৬৭৫৮৬৫১৭৯৮৭৭৭২১৬০০০।

কিন্তু, ৯ খন বা তাতকৈ অধিক পাল্লা থাকিলে আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো কি হ'ব, তাৰ প্ৰমাণ এতিয়াও ওলোৱা নাই।

আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস উদযাপন

ড° প্ৰবীণ দাস

'অসম গণিত শিক্ষায়তন'ৰ প্ৰাক্তন সভাপতি

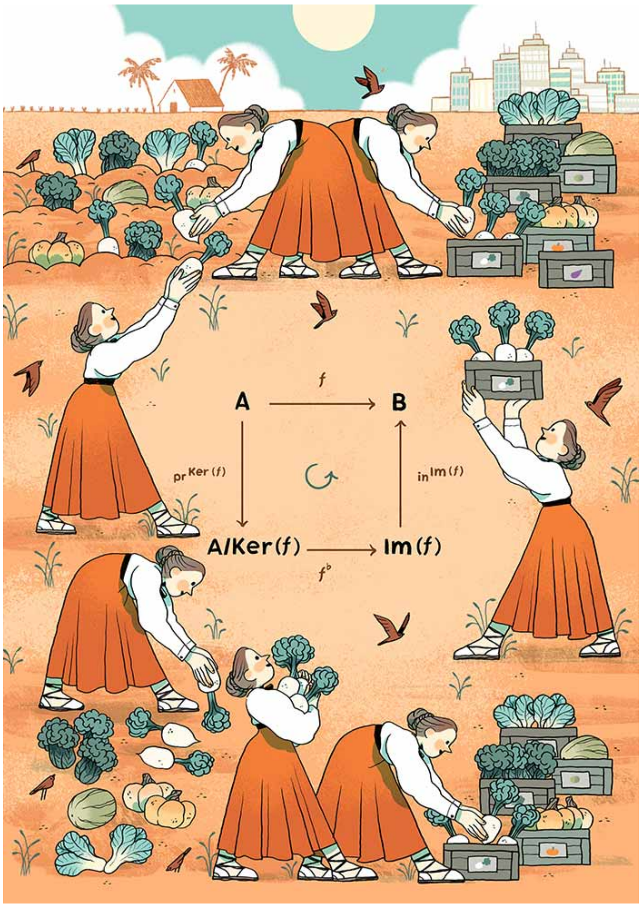
২০২০ চনৰ পৰা বিশ্বৰ গণিত সম্প্ৰদায়ে প্ৰতি বছৰে ১৪ মাৰ্চৰ তাৰিখটো আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস হিচাপে পালন কৰিবলৈ লৈছে। ইয়াৰ আগৰে পৰাই বহু দেশে ইতিমধ্যে ১৪ মাৰ্চ তাৰিখটো 'পাই দিৱস' হিচাপে উদযাপন কৰি আহিছিল।

কিন্তু কি এই 'পাই দিৱস', আৰু কিয় 'পাই দিৱস'কে 'আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস' হিচাপে ঘোষণা কৰা হ'ল?

'পাই' অৰ্থাৎ গ্ৰীক ভাষাৰ বৰ্ণ π হ'ল গণিত-শাস্ত্ৰত বহুলভাৱে চৰ্চিত আৰু ব্যৱহৃত এটি ধ্ৰুৱক। সংজ্ঞাৰ দিশৰ পৰা, বৃত্তৰ পৰিধি আৰু ব্যাসৰ অনুপাতেই হ'ল 'পাই', অৰ্থাৎ π, আৰু দশমিকৰ দ্বিতীয় স্থানলৈ π ৰ আসন্ন মান হ'ল ৩.১৪। গণিতৰ লগে লগে ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত π ৰ ভূমিকা অতি বিস্তৃত, আনকি অনেক ক্ষেত্ৰত অপৰিহাৰ্য। স্বাভাৱিকতে, গণিত-চৰ্চাৰ তেনেই নিম্ন-স্তৰৰ পৰাই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ বাবে π সম্পৰ্কে বিশেষ সজাগতাৰ প্ৰয়োজন হয়। এই ক্ষেত্ৰত 'পাই দিৱস' উদযাপনৰ জৰিয়তে গণিতৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ লগতে জনসাধাৰণৰ অন্যান্য অংশৰ মাজত 'পাই' আৰু ইয়াৰ সৈতে যুক্ত প্ৰাসংগিক ধাৰণাৰ সম্পৰ্কে সজাগতা সৃষ্টি কৰা যায়। এই উদ্দেশ্যৰে ১৯৮৮ চনৰ ১৪ মাৰ্চত আমেৰিকাৰ চানফ্ৰান্সিস্কো চহৰত অৱস্থিত এক্সপ্ল'ৰেট'ৰিয়ামত ('Exploratorium') কৰ্মৰত পদাৰ্থবিজ্ঞানী লেৰী শ্বই (Larry Shaw) পোনপ্ৰথমবাৰৰ বাবে 'পাই দিৱস' আয়োজন কৰে।

এইখিনিতে মন কৰিবলগীয়া কথাটো হ'ল যে আমেৰিকা, কানাডাকে ধৰি বিশ্বৰ কেইখনমান দেশত যিকোনো মাহৰ তাৰিখ বুজাবলৈ প্ৰথমে মাহটোৰ ক্ৰমাংক আৰু তাৰ পিছত দিনটোৰ ক্ৰমাংক লিখা হয়। এই নিয়ম অনুসৰি ১৪ মাৰ্চ বুজাবলৈ লিখা হয় ৩/১৪, যিটো π ৰ আসন্ন মান ৩.১৪ ৰ সৈতে সাদৃশ্যপূৰ্ণ, আৰু এনে সাদৃশ্যৰ বাবেই লেৰী শ্বই পাই দিৱস উদযাপনৰ বাবে ১৪ মাৰ্চ তাৰিখটো বাছি লৈছিল। ২০০৯ চনত আমেৰিকাৰ 'হাউচ অৱ ৰিপ্ৰেজেণ্টেটিভছ'-এ ৰাষ্ট্ৰীয় স্তৰত ১৪ মাৰ্চক 'পাই দিৱস' হিচাপে মান্যতা প্ৰদান কৰে। ক্ৰমাৎ এনেদৰে বিশ্বৰ দেশে দেশে বছৰি ১৪ মাৰ্চ তাৰিখে পাই দিৱস পালিত হ'বলৈ ধৰে, আৰু নানা ধৰণৰ ভিন্নমুখী কাৰ্যসূচী, যেনে π সম্পৰ্কে জনপ্ৰিয় বক্তৃতানুষ্ঠান, যিকোনো দশমিক স্থানলৈ π ৰ আসন্ন মান মুখস্থ ৰখা প্ৰতিযোগিতা, ইত্যাদি অনুষ্ঠিত কৰা হয়।

শেহতীয়াভাৱে উন্নত আৰু উন্নয়নশীল বিশ্বত জীৱন যাপনৰ মান উন্নত কৰি তুলিবলৈ কৃত্ৰিম মেধা (Artificial Intelligence), জলবায়ু পৰিৱৰ্তন (Climate Change), শক্তি (Energy), বহনক্ষম বিকাশ (Sustainable Development), আদি ক্ষেত্ৰত থকা প্ৰত্যাহ্বানসমূহৰ মোকাবিলা কৰাত গণিতৰ শক্তিশালী ভূমিকা সম্পৰ্কে সামগ্ৰিকভাৱে সজাগতা আৰু গভীৰ আস্থাৰ সৃষ্টি হৈছে। এই প্ৰসংগত এইটোও প্ৰণিধানযোগ্য কথা যে বহনক্ষম বিকাশৰ লক্ষ্যপ্ৰাপ্তিৰ বাবে ৰাষ্ট্ৰসংঘই অৰ্জন কৰা সফলতাত গণিতে বিশেষ ভূমিকা পালন কৰিব পাৰে। ভিন্নমুখী কাৰ্যসূচীৰে উৎসৱমুখৰ এক বিশেষ দিৱস উদযাপনৰ জৰিয়তে উল্লেখিত সমস্যাসমূহৰ সমাধানত গণিতৰ প্ৰয়োজনীয়তা আৰু ভূমিকা সাধাৰণ মানুহৰ মাজত তুলি ধৰা যায়। ইয়াৰ উপৰি এনে ধৰণৰ দিৱস উদযাপনৰ জৰিয়তে ল'ৰা-ছোৱালীবোৰক নানা ধৰণৰ সৃষ্টিশীল গাণিতিক কৰ্মকাণ্ডৰ সৈতে জড়িত কৰিব পৰা যায়, আৰু ইয়ে নিশ্চিতভাৱে তেওঁলোকৰ দৈনন্দিন জীৱনৰ কাম-কাজ, চিন্তা-চেতনাত আনন্দ প্ৰদানৰ লগে লগে দক্ষতা বৃদ্ধিত সহায়ক হ'ব পাৰে।



এমি নইথাৰ আৰু তেওঁৰ এটি উপপাদ্যৰ সম্পৰ্কে স্পেইনৰ এজন গৱেষকে প্ৰস্তুত কৰা এখনি পোষ্টাৰ

এনে পৰিপ্ৰেক্ষিততে আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় গণিত সংস্থাই (International Mathematics Union) 'পাই দিৱস'ক গণিতৰ বহল পৰিসৰত উদযাপন কৰিব পৰাকৈ ইয়াক 'আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস' (International Day of Mathematics) হিচাপে ঘোষণা কৰিবলৈ ইউনেস্কোলৈ (UNESCO) প্ৰস্তাৱ আগবঢ়াই আহিছিল। সেই মৰ্মে ২০১৯ ৰ নৱেম্বৰ মাহত বহা ইউনেস্কোৰ ৪০তম সাধাৰণ সন্মিলনে 'পাই দিৱস'ৰ দিনটো, অৰ্থাৎ ১৪ মাৰ্চ তাৰিখটো 'আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস' হিচাপে ঘোষণা কৰে। স্বাভাৱিকভাৱে আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱসৰ সকলো পৰিকল্পনা, কাৰ্যসূচী, আৰু ইয়াৰ ৰূপায়ণৰ নেতৃত্বত আছে আন্তৰ্জাতিক গণিত সংস্থা। প্ৰকৃতাৰ্থত আন্তৰাষ্ট্ৰীয় আৰু ৰাষ্ট্ৰীয় স্তৰত কাম চলাই থকা গাণিতিক সংস্থাসমূহৰ সমন্বয় আৰু দিক নিৰ্ণয়কাৰী হিচাপে কাম কৰে এই আন্তৰ্জাতিক গণিত সংস্থাই। আন্তৰ্জাতিক গণিত সংস্থাৰ প্ৰধান লক্ষ্যসমূহৰ ভিতৰত উল্লেখযোগ্য কেইটামান এনে ধৰণৰ–

- গণিত শিক্ষাৰ প্ৰয়োজনীয়তা সম্পৰ্কে সাধাৰণ ৰাইজ আৰু শিক্ষানুষ্ঠানসমূহৰ কৰ্তৃত্বশীল তথা নীতি-নিৰ্ধাৰণকাৰী মহলসমূহৰ মাজত বুজাবুজি উন্নত কৰা।
- উন্নয়নশীল দেশবোৰত স্ত্ৰী আৰু শিশুৰ ওপৰত বিশেষ প্ৰাধান্য দি গণিত আৰু বিজ্ঞান শিক্ষাত দক্ষতা অৰ্জনৰ বাবে চেষ্টা কৰা।
- গণিতৰ ক্ষেত্ৰখনত মহিলা আৰু ছোৱালীৰ সবলীকৰণৰ জড়িয়তে লিঙ্গ সমতা স্থাপন কৰা।
- চহকী অৰ্থনীতিৰ বাবে স্কুলসমূহত গণিতক এক আহিলা হিচাপে ব্যৱহাৰ কৰাৰ সম্ভাৱনীয়তা সম্পৰ্কে সজাগতা সৃষ্টি কৰা।
- কাৰিকৰী আৰু পৰিচালনাৰ দিশত থকা প্ৰতিবন্ধকতা আঁতৰাবলৈ গণিতৰ বুনিয়াদী গৱেষণাৰ ওপৰত গুৰুত্ব উপলব্ধি কৰোৱা।
- মানৱ জাতিৰ উত্তৰোত্তৰ বিকাশৰ প্ৰচেষ্টাত অৰ্থনৈতিক, স্বাস্থ্য, পৰিবহণ, দূৰসংযোগ প্ৰণালীক অন্তৰ্ভুক্ত কৰি আধুনিক সমাজ প্ৰতিষ্ঠাৰ বাবে গণিতৰ ভূমিকা চিনাক্ত কৰা।
- দুৰ্যোগ, মহামাৰী, অচিন ৰোগ, নতুন নতুন আগ্ৰাসী প্ৰজাতি, আদিৰ মোকাবিলা কৰিবলৈ গাণিতিক পদ্ধতিয়ে আগবঢ়াব পৰা ভূমিকা সম্পৰ্কে সজাগতা সৃষ্টি কৰা।
- জৈৱ বৈচিত্ৰ্যৰ সংৰক্ষণৰ সৈতে সমতা ৰক্ষাকাৰী বহনক্ষম চক্ৰীয় অৰ্থনীতিৰ বাবে গণিতৰ ভূমিকা চিনাক্ত কৰা।
- আমি বাস কৰা গ্ৰহটোৰ প্ৰত্যাহ্বানসমূহ বুজিবলৈ আৰু বিজ্ঞ নাগৰিক হিচাপে মুখামুখি হ'বলৈ সাধাৰণ মানুহৰ লগতে উঠি অহা প্ৰজন্মক উপযুক্ত আহিলাৰে সজ্জিত কৰি তোলা।
- গণিতত জন-সজাগতাৰ বাবে আন্তৰ্জাতিক সমন্বয় আৰু সহযোগিতা বৃদ্ধি কৰা।
- তথ্যৰ বাবে সুচলতা বৃদ্ধি কৰা, আৰু নাগৰিকক দৈনন্দিন জীৱনৰ সকলো ক্ষেত্ৰতে এক বিকল্প লাভৰ সহজ পথ দেখুওৱা।

উপৰোক্ত মূল লক্ষ্যসমূহৰ আধাৰত কাৰ্যসূচী ৰূপায়ণৰ বাবে আন্তৰ্জাতিক গণিত সংস্থাই আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস পালনৰ বাবে বাৰ্ষিক ভিত্তিত একোটাকৈ প্ৰধান বিষয় (Theme) নিৰ্দিষ্ট কৰি লয়। প্ৰথম আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱসৰ মূল বিষয় আছিল 'সকলোতে গণিত' (Mathematics is everywhere)। কিন্তু বিশ্বজুৰি প্ৰাদুৰ্ভাৱ ঘটা কৰ'না মহামাৰীৰ বাবে প্ৰথম আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱসৰ (২০২০) কাৰ্যসূচী বহু পৰিমাণে স্তিমিত হয়। তথাপি ভাৰ্চুৱেল পদ্ধতিৰে এই দিৱসৰ কাৰ্যসূচীৰ ৰূপায়ণ কৰা হয়।

দ্বিতীয় অৰ্থাৎ চলিত বৰ্ষৰ আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱসৰ বিষয় হ'ল 'এখন শ্ৰেষ্ঠতৰ বিশ্বৰ বাবে গণিত' (Mathematics for a better world)। উক্ত বিষয়ৰ সৈতে ৰজিতা খুৱাই এইবাৰৰ আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱসত গুৰুত্ব দিবলগীয়া উপ-বিষয়সমূহৰ ভিতৰত আছে—

- মহামাৰী বিশ্লেষণ,
- পৃথিৱীৰ অন্তৰ্ভাগৰ অনুসন্ধান,
- প্ৰকৃতি জগতত চানেকি,
- চাৰি ৰঙৰ পৰ্যাপ্ততা,
- ফ্ৰেক্টেল (Fractal) আৰু প্ৰকৃতি,
- কমলাৰ থাক (Packing of oranges),
- কৃত্ৰিম মেধা (Artificial Intelligence),
- সামূহিক গতি (Collective Motion),
- ডিজিটেল সংগীত (Digital Music),
- পৃথিৱীৰ অতীতৰ জলবায়ু,
- কম্পিউটাৰ খেল,
- বহিৰ্বিশ্বত প্ৰাণীৰ সন্ধান,
- কাৰ্বন ডেটিং (Carbon Dating),
- চিডি আৰু ডিভিডিৰ পঠন (Reading CD's and DVD's),
- বৃহৎ তথ্য (Big Data),
- বতৰৰ আগজাননী,
- ৰাজহুৱা গোপনীয়তা আৰু ক্ৰিপ্টোগ্ৰাফী,
- অসৎ কাৰ্য ধৰা পেলোৱা (Detecting Frauds),
- মহাকাশ বিজ্ঞান,
- উপগ্ৰহৰ সঞ্চালন,
- আকাশী যাতায়াত,
- সন্ধানী ইঞ্জিন,
- পৃথিৱীৰ মানচিত্ৰ,
- ফাইনাঞ্চ আৰু বেংকিং,
- ৰকেট আৰু কৃত্ৰিম উপগ্ৰহ,
- ইণ্টাৰনেট আৰু ফোন,
- বনজুইৰ আৰ্হিকৰণ,
- গ্লেচিয়াৰ গলন,
- সমস্যা সমাধান, ইত্যাদি।

বিশ্বৰ বিভিন্ন ৰাষ্ট্ৰই আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস পালনৰ বাবে উক্ত বিষয়সমূহৰ আধাৰত নানা প্ৰকাৰৰ কাৰ্যসূচী গ্ৰহণ কৰিছে। আন্তৰ্জাতিক গণিত সংস্থাৰ ফালৰ পৰা ইংৰাজী, ফ্ৰান্স, আৰু স্পেনিছ ভাষাত কেইবাটাও ভাৰ্চুৱেল বক্তৃতাৰ আয়োজন কৰিছে। সংস্থাৰ ৱেবছাইটৰ (idm314.org) উপৰি সামাজিক মাধ্যমৰ জৰিয়তে ১৪ মাৰ্চ তাৰিখে এইসমূহ প্ৰচাৰিত হয়।

π ৰ ১০০π জয়ন্তী

বৃত্ত একোটাৰ আকৃতি যিমানেই ডাঙৰ বা সৰু নহওক কিয়, বৃত্তটোৰ পৰিধি আৰু ব্যাসৰ অনুপাতটো সদায় সমান। এইটো প্ৰথম প্ৰমাণ কৰিছিল আৰ্কিমিডিছে, আজিৰ পৰা ২২০০ বছৰ আগতে। যদি সেই নিৰ্দিষ্ট অনুপাতটো w বুলি ধৰি লওঁ, তেন্তে এটা বৃত্তৰ ব্যাস ১ হ'লে তাৰ পৰিধি w হ'ব। অৰ্থাৎ, এটা বৃত্তৰ ব্যাস যদি ১ হয় তেন্তে বৃত্তটোৰ পৰিধিৰ মাপটোৱেই হ'ব সেই নিৰ্দিষ্ট অনুপাতটো বা সংখ্যাটো। গ্ৰীক ভাষাত পৰিধি বুজোৱা শব্দটোৰ প্ৰথম আখৰটো হ'ল π। সেয়েহে, ১৭০৬ চনত উইলিয়াম জ'নছ নামৰ গণিতজ্ঞ এজনে সেই নিৰ্দিষ্ট সংখ্যাটো বুজাবলৈ π আখৰটো ব্যৱহাৰ কৰিছিল। তেতিয়াৰ পৰাই সেই সংখ্যাটো বুজাবলৈ π চিহ্নটো প্ৰচলন হ'বলৈ ধৰিলে। গতিকে, আমাৰ এৰাব নোৱৰা সংগী π য়ে π-শত-বৰ্ষ অতিক্ৰম কৰিছে।

উৎস: *'Mathematical Intelligencer'.*

মাৰিয়াম মিৰ্জাখানীৰ মনোভংগী আৰু ব্যক্তিত্ব

অলিন্দ দাস

"Know what you want, and don't get distracted."

– Maryam Mirzakhani

২০১৪ চনৰ ১৩ আগষ্টত মাৰিয়াম মিৰ্জাখানীয়ে ফিল্ডছ্ মেডেল লাভ কৰিলে। ফিল্ডছ্ মেডেল প্ৰতিষ্ঠাৰ পৰা তেতিয়ালৈ ৭৮ বছৰীয়া ইতিহাসত, এই সন্মান পোৱা প্ৰথমগৰাকী মহিলা হিচাপে তেওঁ বহু মানুহৰ হৃদয়ত স্থান লাভ কৰিবলৈ সক্ষম হ'ল। এই উলাহ, আকৰ্ষণ, কৌতুহলৰ ঢৌ শেষ নহওঁতেই, তিনি বছৰ পাছত আন এটা খবৰে সকলোকে মৰ্মাহত কৰি পেলালে যে – মাৰিয়াম মিৰ্জাখানীৰ মৃত্যু হৈছে!

মাৰিয়াম মিৰ্জাখানীৰ মৃত্যুৰ কাৰণ কেন্সাৰ। তেওঁৰ মৃত্যুৱে অধিক মৰ্মাহত কৰাৰ এটা কাৰণ হ'ল, তেওঁৰ অসুস্থতাৰ কোনো খবৰ পূৰ্বতে পোৱা হোৱা নাছিল। তেওঁ আক্ৰান্ত হৈছিল ফিল্ডছ্ মেডেল পোৱাৰ পূৰ্বেই। চিকিৎসা আৰু বিদ্যায়তনিক কাৰণত অতি নিকট সংস্পৰ্শৰ কেইজনমানক বাদ দি, আন কোনেও এই কথা নজনাকৈ তেওঁ ৰাখিছিল। ইয়াৰ প্ৰধান কাৰণ হ'ল, যাতে তেওঁ গাণিতিক কৰ্মৰ পৰা মন আঁতৰাব লগা নহয়। আৰু যিকেইজনে তেওঁৰ কষ্টদায়ক চিকিৎসাৰ কথা জানিছিল তেওঁলোকে সেই সম্পৰ্কে আলোচনা কৰিব বিচাৰিলেও, তেওঁ সেই প্ৰসংগত কথা পাতিব বিচৰা নাছিল।

এষাৰ কথা আছে যে পৃথিৱীত সকলো মানুহেই দিনটোত ২৪ ঘণ্টাই লাভ কৰে, কিন্তু তাৰে কিছুমানেহে নানা আৱিষ্কাৰ বা উদ্ভাৱন কৰিবলৈ সক্ষম হয় বা প্ৰচুৰ উৎপাদনক্ষম হয়, আৰু বাকীসকল সমূলি নহয়। নিজৰ উৎপাদনশীলতা বৃদ্ধিৰ ক্ষেত্ৰত মাৰিয়াম মিৰ্জাখানী জীৱন্ত উদাহৰণ আছিল। অধিক মানুহ সাক্ষাতৰ পৰা তেওঁ দূৰত আছিল। কনফাৰেন্সসমূহকো তেওঁ অগ্ৰাধিকাৰ দিয়া নাছিল। তেওঁৰ বিয়াখনো সম্পন্ন হৈছিল কেৱল ছজন মানুহৰ উপস্থিতিত। ফিল্ডছ্ মেডেল বিজয়ৰ পাছতো তেওঁ প্ৰশংসা গোটোৱাৰ পৰা আঁতৰি আছিল। সংবাদ মাধ্যমৰ পৰাও দূৰত ৰৈছিল। ফিল্ডছ্ মেডেল পোৱা বুলি অহা ইমেইলটো তেওঁ ভুৱা বুলি ভাবি উপেক্ষা কৰিছিল। আৰু পিছত পুনৰ নিশ্চিত খবৰ অহাৰ পিছতো তেওঁ নিজৰ ঘৰলৈকে একো জনোৱা নাছিল। সেই খবৰ লৈ অকণো ব্যস্ত নাছিল তেওঁ। ফিল্ডছ্ মেডেল লাভ কৰা বাবে ইৰাণীয় ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ এটা গোটে তেওঁৰ উদ্দেশ্যে আয়োজন কৰা এটা অনুষ্ঠানৰ নিমন্ত্ৰণ তেওঁ ৰক্ষা কৰা নাছিল; পিছত অনানুষ্ঠানিকভাৱে, কোনো খবৰ নুলিওৱাকৈ তেওঁ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ সৈতে মিলিত হৈছিল। নিজৰ বিষয়ত অতি নিমগ্নতাৰ পাছতো তেওঁ কিন্তু ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ প্ৰয়োজনত কাকো উপেক্ষা নকৰিছিল। সেয়েহে সাধাৰণ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীগৰাকীয়েও তেওঁৰ সৈতে যোগাযোগ কৰাটো কঠিন নাছিল। তেওঁক লগ পাই সকলো উভটি আহিছিল অতিশয় যোগাত্মক মনোবৃত্তি লৈ, উদ্যমী হৈ। লাভ কৰা স্বীকৃতিসমূহৰ অবিহণেও নিজৰ কৰ্মৰাজিকলৈয়ে তেওঁ সদায় আছিল সন্তুষ্ট আৰু নিমগ্ন।

মাৰিয়াম মিৰ্জাখানী দৃঢ়তাৰ এক উদাহৰণ। তেওঁৰ অন্বেষণৰ প্ৰচেষ্টা বৰ অনুপ্ৰেৰণাদায়ক। এই কথা বহুচৰ্চিত যে সৰুতে তেওঁৰ গণিতত ৰাপ নাছিল, শ্ৰেণীত গণিত বিষয়ত সৰ্বোচ্চ নম্বৰ পোৱা নাছিল, তেওঁ এগৰাকী লেখক হ'ব বিচাৰিছিল, দুৰ্জেয় অসাধ্য সাধনৰ সপোন দেখিছিল, আৰু এদিন গাণিতিক সোৱাদৰ সৈতে পৰিচিত হৈ বিষয়টো অধ্যয়নৰ বাবে আত্মবিশ্বাস গঢ়ি উঠিছিল। তেওঁৰ অন্তৰংগ বান্ধৱী এগৰাকীয়ে কৈছিল – মাৰিয়াম অধ্যয়নশীল আছিল, লেখা-মেলাৰ প্ৰতি এক অনুৰাগ আছিল, সামাজিক বা ৰাজনৈতিক প্ৰসংগৰ তীব্ৰ তৰ্ক-বিতৰ্কত তেওঁ সহজে আগ্ৰহী হৈ উঠিছিল, মহিলাৰ প্ৰতি বিদ্বেষৰ প্ৰসংগত এয়া অতি প্ৰবল হৈ পৰিছিল। এই বীৰত্বসূচক মনোবৃত্তি তেওঁৰ অন্বেষণত ক্ৰিয়া হোৱা যেন অনুভৱ হয়। তেওঁ কৈছিল, "মোৰ কোনো নিৰ্দিষ্ট কৌশল নাই। এইটোৱেই কাৰণ, যাৰ বাবে গৱেষণা কৰাটো প্ৰত্যাহ্বানজনক আৰু আকৰ্ষণীয়। এইটো এনেকুৱা ধৰণৰ কথা যেন আপুনি জংঘলত বাট হেৰুৱাই পেলাইছে আৰু আপুনি একত্ৰ কৰিব পৰা সমস্ত জ্ঞান-অভিজ্ঞতা খটুৱাবলৈ চেষ্টা কৰিছে যাতে কিবা নতুন উপায় উলিয়াব পাৰে, আৰু কিবা সংযোগৰ বলত আপুনি এটা পথ নিৰ্ণয় কৰি উলিয়াইছে।" তেওঁৰ ডক্টৰেট ডিগ্ৰীৰ তত্বাৱধায়কজনে কৈছিল, "She has a fearless ambition when it comes to mathematics"।

সাধাৰণজনৰ দৰেই মিৰ্জাখানীয়ে ইংৰাজীত প্ৰথমে প্ৰেজেণ্টেছন দিবলৈ সংকুচিত আছিল, গৱেষণা-পত্ৰ স্পষ্টতাপূৰ্ণভাৱে লিখা আদিত বৰ সবল নাছিল। তেওঁৰ তত্বাৱধায়কজন আছিল ১৯৯৮ চনত ফিল্ডছ্ মেডেল বিজয়ী কাৰ্টিছ মেকমালেন। মিৰ্জাখানীৰ হাৰ্ভাৰ্ডৰ সহপাঠী কেইজনমানে কৈছিল যে ৰঙা দাগ দিয়াত আৰু পুনৰ্লিখন কৰোৱাত মেকমালেন বিখ্যাত। মিৰ্জাখানীয়ে থেচিছখন বিছবাৰমান পুনৰ্লিখন কৰাৰ পিছত পুনৰ এসোপা ৰঙা দাগ লৈ কন্দনামুৱা হৈ পৰিছিল, আৰু ৰসিকতা কৰি কৈছিল যে মেকমালেনৰ কলমটোত চিঞাহী শেষ হোৱা বাবেই চাগে শেষৰ দহটা পৃষ্ঠাত বৰ বেছি ৰঙা দাগ নাই। কিন্তু সকলো ক্ষেত্ৰতেই তেওঁৰ ব্যতিক্ৰমটো হ'ল তেওঁ সহজে ক্ষুণ্ণ বা বিচলিত নহৈছিল। সেই থেচিছখনতেই সোমাই আছিল তেওঁৰ জীৱনৰ তিনিখন অসাধাৰণ গৱেষণা-পত্ৰৰ বীজ, যাৰ বাবেই তেওঁ ফিল্ডছ্ মেডেল লাভ কৰিছিল।

মিৰ্জাখানীৰ প্ৰধান বিষয় আছিল সংস্থিতি বিজ্ঞান (টপ'লজী), গতিশীল তন্ত্ৰ (ডাইনেমিকেল চিষ্টেম), অধিবৃত্তীয় বক্ৰ ইত্যাদি। তেওঁৰ স্বামী জন ভনড্ৰেকো এগৰাকী প্ৰসিদ্ধ বিজ্ঞানী। আৰু জন ভনড্ৰেকৰ বিষয় হ'ল বিন্যাস তত্ব (combinatorics), সম্ভাৱিতা তত্ত্ব জড়িত বিন্যাস তত্ত্ব, খেল তত্ত্ব ইত্যাদি; — এইসমূহ তাত্ত্বিক কম্পিউটাৰ-বিজ্ঞান জড়িত, আৰু তেওঁক কম্পিউটাৰ-বিজ্ঞানী বুলিও কোৱা হয়। শেহতীয়া সময়খিনিত তেওঁলোক দুয়োৱে একেলগেও কিছুমান কাম কৰাৰ চিন্তা কৰিছিল। সেই অনুসৰি তেওঁলোক দুয়োৱে মিলি বিন্যাস তত্বৰ এখন গৱেষণা-পত্ৰ লিখিবলৈ সক্ষম হ'ল; য'ত সম্ভাৱিতা তত্ত্ব, খেল তত্ত্ব আদিৰ কথাও সংমিশ্ৰণ ঘটিছে। মিৰ্জাখানীৰ অকাল মৃত্যুৰ ফলত তেওঁলোক দুয়োৱে মিলিও সম্পন্ন কৰিবলগীয়া বহু কাম নোহোৱাকৈ ৰৈ গ'ল।

Result of Assam Mathematics Olympiad, 2020

The results of Mathematics Olympiad (MO), 2020 organised by Assam Academy of Mathematics (AAM) and held on 16 August, 2020 are declared as detailed below. In pursuance of disaster management protocol owing to Covid 19 pandemic affecting the people all over the world, AAM decided to conduct the competition online. It was an hour long competition for the senior category of students (viz., IX, X, and XI standard) only and the competitors participated in the competition from their own residences. Altogether 198 out of 457 candidates registered initially from all-over the State had appeared and Ms. Sunaina Pati of Sarla Birla Gyan Jyoti, Amingaon topped the list with a score of 70 out of 100. By virtue of being the topper in third category Ms. Sunaina Pati is qualified for the award of Subratananda Dowerah Gold Medal sponsored by the family of late Dr. Subratananda Dowerah, an extraordinary Mathematician of Assam who met an untimely death at a very young age. Following AAM convention the first five positions in order of merit have been sorted out as rank holders. AAM Talent Search Committee in consultation with leading office bearers of AAM Executive Committee have decided to award the rank holders with a cash prize of Rs.2000/- each. Based on cut-off marks fixed by AAM Talent Search Committee, candidates are selected for certificates of merit and appreciation also.

Following an extraordinary untoward situation prevailing in the State for Covid-19 and other reasons Academy's Award giving ceremony, 2020 remained suspended. As a result, the Subratananda Dowerah Gold Medal and other regular trophies couldn't be awarded last year. However, cash award of Rs 2000/- (Rupees two thousand) only was sent electronically to the account of each of six MO (AAM) rank holders of the year.

Rank Holders: Candidates eligible for Medals/Cash Award

Sl. No.	Roll No.	Name	School/College	Score	Rank
1	17005	Sunaina Pati	Sarala Birla Gyan Jyoti, Amingaon	70	1
2	19007	Madhurjya Pratim Sarma	Shrimanta Shankar Academy, Guwahati	63	2
3	06011	Kaushika Das	Little Flower English High School, Bongaigaon	60	3
4	06021	Parag Kumar Das	Ambikagiri Jatiya Vidyalaya, Abhayapuri	60	3
5	37001	Amit Kumar Basistha	Anundoram Borooah Academy, Pathsala	58	4
6	39029	Daivik Dev	Don Bosco H.S. School, Silchar	56	5

Following candidates are eligible for certificate of merit:

Sl. No.	Roll No.	Name	School/ College	Score
1	39081	Sanjiban Paul	Maharishi Vidya Mandir, Silchar	50
2	06036	Swarnav Kalita	Delhi Public School, Dhaligaon	42
3	12016	Supratik Chattopadhyay	Delhi Public School, Digboi	41
4	17006	Thejas Radhika Sajith	Kendriya Vidyalaya, IIT Guwahati	36
5	12014	Shiv Prasad Das	Delhi Public School, Digboi	32
6	06019	Milesh Kumar	Bongaigaon higher secondary school (Eng. Med.), Bongaigaon	32

Following candidates are eligible for certificate of appreciation:

Sl. No.	Roll No.	Name	School/ College	Score
1	12017	Vinit Shah	The Little Stars senior secondary school, digboi	25
2	05001	Nabanshu Neer Gogoi	Delhi Public School, Numaligarh	23
3	39057	Nirjhar Nath	Ramanuj Gupta Junior College, Cachar	23
4	06026	Sagar Sharma	Bongaigaon Higher secondary school English Medium, Bongaigaon	22
5	25002	Airban Bora	Pragjyotika English School, Titabar	22
6	19008	Parnavi Deka	Maria's public school, Guwahati	21
7	43001	Armin Begum	Emmanuel Chritian High School, Tezpur	19
8	20007	Manthan Kashyap Datta	Delhi Public School, Guwahati	19
9	40009	Isfakul Hussain	Arunodoi academy, Amguri	18
10	39014	Annika Bhattacharjee	Holy Cross HS School, Cachar	17
11	43021	Upasana Sharma	Biswanath Jnan Bharati School, Biswanath Chariali	17
12	15001	Adrish Bora	Golaghat Jatiya Vidyalaya, Hamdoi Pathar, Golaghat	17
13	43007	Dhritiman Sawarni	Don Bosco high school, Tezpur	16
14	39012	Ankush Mazumder	Silchar Collegiate School, Silchar	15
15	39052	Muhsin Ahmed Barlaskar	Sainik School Goalpara, Goalpara	15
16	30002	Kaustabh Prasad Saikia	Maharishi Vidya Mandir, Tangla	15
17	39035	Jagotjyoti Dutta	St. Capitanio senior secondary school, Cachar	15

মেলাখনৰ সবিশেষ তথ্যৰ বাবে ইয়াত ক্লিক কৰিবলৈ অনুৰোধ জনালোঁ

'অসম গণিত শিক্ষায়তন'ৰ সাধাৰণ সম্পাদকৰ প্ৰতিবেদন

যোৱা ২৩ জানুৱাৰী, ২০২১ তাৰিখে লামডিং মহাবিদ্যালয়ত 'অসম গণিত শিক্ষায়তন'ৰ এটা নতুন শাখা গঠন কৰা হয়। লামডিং মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ মুৰব্বী অধ্যাপক শ্ৰীযুত শিউ কুমাৰ ঝাক সভাপতি আৰু শ্ৰীযুত মিঠুন গোস্বামীক সাধাৰণ সম্পাদক হিচাপে লৈ এখন ১৫ জনীয়া সমিতি গঠন কৰা হয়।

যোৱা ৭ মাৰ্চ, ২০২১ তাৰিখ ৰবিবাৰে ভাৰতীয় ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত অলিম্পিয়াডৰ (Indian National Mathematics Olympiad, INMO-2021) অসমৰ প্ৰতিযোগীকেইজনৰ প্ৰতিযোগিতা কটন বিশ্ববিদ্যালয়ত অনুস্থিত কৰা হয়। ইয়াত মুঠ ৩৬ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰী অৱতীৰ্ণ হয়।

যোৱা ১৪ মাৰ্চ, ২০২১ তাৰিখ ৰবিবাৰে মৰিগাঁও মহাবিদ্যালয়ত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ উদ্যোগত কেন্দ্ৰীয়ভাবে, মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগ, আভ্যন্তৰীণ মান নিৰ্ণায়ক কোষ (IQAC), আৰু অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ নৱগঠিত মৰিগাঁও শাখাৰ সহযোগত আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস উদযাপন কৰা হয়। সেই উপলক্ষে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ মাজত গণিতৰ কুইজ, সম্বৰ্ধনা, আৰু বক্তৃতানুষ্ঠান অনুষ্ঠিত কৰা হয়। এই উদ্দেশ্যে অনুষ্ঠিত হোৱা মুকলি সভাখনত সভাপতিত্ব কৰে মহাবিদ্যালয়ৰ অধ্যক্ষ ড° লীলাকান্ত বৰঠাকুৰদেৱে। সভাৰ উদ্দেশ্য ব্যাখ্যা কৰি, কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ সাধাৰণ সম্পাদক হিচাপে আমি গণিত দিৱসৰ তাৎপৰ্যৰ বিষয়ে বহলাই ব্যাখ্যা কৰোঁ। আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱসৰ মূল বক্তৃতা প্ৰদান কৰে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ প্ৰাক্তন সভাপতি তথা বৰ্তমান অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ Talent Search Committee ৰ অধ্যক্ষ ড° প্ৰবীণ দাসদেৱে। এই সভাত, মৰিগাঁও উচ্চতৰ মাধ্যমিক আৰু বহুমূখী বিদ্যালয়ৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত গণিত শিক্ষক শ্ৰীযুত বুতেন নাথদেৱক তেওঁৰ জীৱনযোৱা গণিতৰ শিক্ষাৰ ক্ষেত্ৰত আগবঢ়োৱা বৰঙণিৰ বাবে সম্বৰ্ধনা জনোৱা হয়। সেইদিনাৰ মূল সভাখন পৰিচালনা কৰে মৰিগাঁও মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ সহযোগী অধ্যাপক ড° ৰঞ্জিত কুমাৰ কলিতাদেৱে। মৰিগাঁও শাখাৰ উপ-সভাপতি মৃণাল হাজৰিকা আৰু সহ-সম্পাদক জগদীশ নাথে পৰিচালনা কৰা কুইজ প্ৰতিযোগিতাত প্ৰথম স্থান লাভ কৰে যশস্বী দেৱী, নেহা শইকীয়া, আৰু উৰ্মী কোঁৱৰৰ দলে; আৰু দ্বিতীয় স্থান লাভ কৰে মৰিগাঁও ৰাধাকৃষ্ণ চেণ্ট্ৰেল একাডেমীৰ দীক্ষিতা সীমা দেৱ, জাগৃতি কলিতা, আৰু চিন্ময় হাজৰিকাৰ দলে।

মৰিগাঁওৰ উপৰি অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ বিভিন্ন শাখাই বঙাইগাঁও, গোলাঘাট, শিলচৰ, যোৰহাট, লামডিং, তেজপুৰ আদি ঠাইত বিভিন্ন কাৰ্যসূচীৰে আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস উদযাপন কৰে। এই সুযোগতে কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ তৰফৰ পৰা সকলো শাখালৈ আন্তৰিক কৃতজ্ঞতা আৰু অভিনন্দন জ্ঞাপন কৰিলোঁ।

ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা

সাধাৰণ সম্পাদক, অসম গণিত শিক্ষায়তন

ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস উদযাপন আৰু অন্যান্য কাৰ্যসূচীৰ প্ৰতিবেদন

(যোৱা সংখ্যাৰ পিছৰ পৰা)

দৰং জিলা শাখাৰ প্ৰতিবেদন

শাখাৰ তৰফৰ পৰা দেওমৰনৈ উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত এই দিৱস পালন কৰা হয়। এই উদ্দেশ্যে স্থানীয় স্কুলীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত গণিত বিষয়ক এলানি প্ৰতিযোগিতা অনুষ্ঠিত কৰা হয়। প্ৰতিযোগিতাখন উদ্বোধন কৰে বিদ্যালয়ৰ অধ্যক্ষ অক্ষয় কুমাৰ নাথদেৱে। মুখ্য-অতিথি হিচাপে উপস্থিত থাকে লেঙেৰীয়াঝাৰ কৃষক হাইস্কুলৰ শিক্ষক হৰনাথ ডেকাদেৱ। প্ৰতিযোগিতাৰ অন্তত শ্ৰেষ্ঠসকলক পুৰস্কৃত কৰা হয়।

– পবিত্ৰ হাজৰিকা

সাধাৰণ সম্পাদক, দৰং জিলা শাখা

শোণিতপুৰ জিলা শাখাৰ প্ৰতিবেদন

এই শাখা আৰু জিলাৰ বিদ্যালয়সমূহৰ পৰিদৰ্শক প্ৰভাত দাসৰ সহযোগত জিলাখনৰ প্ৰায় চল্লিছখনৰো অধিক বিদ্যালয়ে এই দিৱস উদযাপন কৰে। ইয়াৰে কেইখনমান বিদ্যালয়/প্ৰতিষ্ঠান হ'ল:

তেজপুৰ চৰকাৰী উচ্চতৰ মাধ্যমিক বহুমুখী কন্যা বিদ্যালয়, শিলিখাবাৰী উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, গামানি মাধ্যমিক বিদ্যালয়, মিছামাৰি উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, অমিয় দাস হাইস্কুল, শিঙৰী উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢেকীয়াজুলি শংকৰদেৱ শিশু নিকেতন, ৰঙাপাৰা কদমতল হাইস্কুল, যুগল উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ৰঙাগড়া উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, কেহেৰুখন্দা হাইস্কুল, তেজপুৰ গুৰুকুল, ডনবস্ক' হাইস্কুল তেজপুৰ, চৰকাৰী উচ্চতৰ মাধ্যমিক বালক বিদ্যালয় তেজপুৰ, পৰ্বতীয়া হাইস্কুল, বেংগলী বালক বিদ্যালয় তেজপুৰ, চিৰাজুলি উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, লুথেৰান হাইস্কুল তেজপুৰ, দৰং মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগ, ডাইমেনচন একাডেমী তেজপুৰ, ইমানুৱেল খ্ৰীষ্টীয়ান স্কুল তেজপুৰ, বৰচলা হাইস্কুল, আদি।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ উপযোগী হোৱাকৈ, শাখাই ৰামানুজনৰ জীৱনৰ সম্পৰ্কত এটা ভিডিঅ' প্ৰস্তুত কৰে, আৰু ভিডিঅ'টোত তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিতবিজ্ঞান বিভাগৰ অধ্যাপক ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱাদেৱে ভাষণ প্ৰদান কৰে। লগতে ৰামানুজনৰ জীৱন সম্পৰ্কত এটি লেখাৰ পিডিএফ প্ৰস্তুত কৰি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে পোৱাকৈ সকলো বিদ্যালয়ত বিতৰণ কৰা হয়। শোণিতপুৰ জিলাত এইবাৰেই প্ৰথমবাৰৰ বাবে সকলো বিদ্যালয়ত গণিত দিৱস উদযাপন কৰা হয়।

শাখাৰ সভাপতি ড° ৰামচৰণ ডেকাৰ সভাপতিত্বত বিহগুৰি উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত কেন্দ্ৰীয়ভাৱে এই দিৱস উদযাপন কৰা হয়। আমি উদ্দেশ্য ব্যাখ্যা কৰা সভাখনত, তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিতবিজ্ঞান বিভাগৰ অধ্যাপক ড° ভীম প্ৰসাদ শৰ্মাদেৱে গণিতজ্ঞজনৰ প্ৰতি শ্ৰদ্ধাঞ্জলি জনোৱাৰ লগতে গণিতৰ প্ৰতি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক আকৰ্ষিত কৰাৰ ক্ষেত্ৰত শিক্ষকসকলৰ বিশেষ ভূমিকা আছে বুলি জনায়। বিশিষ্ট অতিথি ৰূপে ৰামানুজনৰ জীৱনৰ সম্পৰ্কত আলোকপাত কৰে তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ ড° বিপুল কুমাৰ শৰ্মাদেৱে। অতিথিসকলক আদৰণি জনায় বিদ্যালয়খনৰ অধ্যক্ষ জয়ন্ত কুমাৰ শৰ্মাদেৱে। প্ৰভাত দাসদেৱে দিয়া শুভেচ্ছাবাণী পাঠ কৰে তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ ড° সোভম সেনদেৱে।

গণিতৰ মাহাত্ম্যৰ সম্পৰ্কত মাইনা গোস্বামীয়ে ৰচনা কৰা আৰু আনন্দ দাসে সুৰ কৰা এটা সমবেত গীত আমাৰ পৰিচালনাত বিদ্যালয়খনৰ ছাত্ৰীসকলে পৰিৱেশন কৰে। সেই বিদ্যালয়ৰে ছাত্ৰী হিমাশ্ৰী দেৱীয়ে 'অংকৰ সৰলতা' শীৰ্ষক এটি স্বৰচিত কবিতা পাঠ কৰে। অনুষ্ঠানটিৰ আঁত ধৰে সেই বিদ্যালয়ৰ শিক্ষক দিগন্ত বিজয় দত্ত আৰু ভাস্কৰ্য কমল হাজৰিকাই।

– অনামিকা গগৈ
সাধাৰণ সম্পাদিকা, শোণিতপুৰ জিলা শাখা

নলবাৰী জিলা শাখাৰ প্ৰতিবেদন

এই শাখা আৰু আৰ্যভট্ট বিজ্ঞান কেন্দ্ৰ বৰভাগ ব্লকৰ উদ্যোগত লটাচ প্ৰগ্ৰেছিভ চেন্টাৰ মৰোৱাত ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস পালন কৰা হয়। কামৰূপ মহাবিদ্যালয়ৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত অধ্যাপক ড° গিৰিশ ডেকাই ৰামানুজনৰ বিষয়ে বিস্তৃত বক্তৃতা প্ৰদান কৰে। নলবাৰী মহাবিদ্যালয়ৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত অধ্যাপক তথা অ.গ.শি. নলবাৰী শাখাৰ সভাপতি ড° প্ৰমোদ বৈশ্যই গণিত শিকাৰ ৰসিক কৌশল (Joy-ful Learning) সম্পৰ্কে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক অৱগত কৰে। বৰভাগ মহাবিদ্যালয়ৰ অধ্যাপক কৰুণা বৰুৱাই গণিতৰ দিশৰ সম্পৰ্কত আলোচনা আগবঢ়ায়। আমি বৰ্গ সংখ্যাৰ সম্পৰ্কত এটা চমু ভাষণ প্ৰদান কৰোঁ। অনুষ্ঠানটিৰ সভাপতিত্ব কৰে মৰোৱা আনন্দৰাম বৰুৱা উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত শিক্ষক শম্ভুৰাম বেজবৰুৱাই। অনুষ্ঠানত মুঠ ৭ খন বিদ্যালয়ৰ ৭০ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আৰু ১০ গৰাকী শিক্ষয়িত্ৰীয়ে অংশ গ্ৰহণ কৰে। চাৰিগৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে গণিত বিষয়টোৰ সম্পৰ্কত অনুভৱ ব্যক্ত কৰে।

ইয়াৰ পূৰ্বে ২৪ ছেপ্টেম্বৰ, ২০২০ তাৰিখে অনুষ্টুপীয়াকৈ নলবাৰী শাখাৰ প্ৰতিষ্ঠা দিৱস পালন কৰা হয়।

– অপূৰ্ব ডেকা
সাধাৰণ সম্পাদক, নলবাৰী শাখা

কামৰূপ (গ্ৰাম্য) জিলা শাখাৰ প্ৰতিবেদন

১২ ছেপ্টেম্বৰ, ২০২০ তাৰিখে কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ সহযোগত বাইহাটা চাৰিআলিৰ গেটৱে একাডেমীত এই শাখাৰ ১৫ জনীয়া সমিতিখন গঠন হয়।

এই শাখাৰ সহযোগত বাইহাটা চাৰিআলিৰ কামৰূপ পলিটেকনিক আৰু আইনষ্টাইন একাডেমীত ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস পালন কৰে।

– ড° লতিকা কলিতা
সাধাৰণ সম্পাদিকা, কামৰূপ (গ্ৰাম্য) জিলা শাখা

যোৰহাট শাখাৰ প্ৰতিবেদন

১৮ আগষ্ট, ২০২০ তাৰিখে 'গুগল মিট' মাধ্যমেৰে শাখাৰ প্ৰথম বৰ্ষপুৰ্তি অনুষ্ঠান অনুষ্ঠিত কৰা হয়। ইয়াত কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ সাধাৰণ সম্পাদক, শাখাৰ সদস্যসকল, আৰু বিভিন্ন বিদ্যালয়ৰ শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰী উপস্থিতি থাকি বক্তব্য আগবঢ়ায়।

২৬ ছেপ্টেম্বৰ, ২০২০ তাৰিখে গণিতজ্ঞ, সাহিত্য-সংস্কৃতিৰ সাধক, শিক্ষাবিদ, লেখক প্ৰয়াত ড° দিলীপ কুমাৰ দত্তদেৱৰ প্ৰথম মৃত্যুবাৰ্ষিকী গুগল মিটৰ মাধ্যমেৰে পালন কৰা হয়। শাখাৰ সাধাৰণ সম্পাদক হিচাপে আমি পুৰা নিজা বাসগৃহত দত্তদেৱৰ প্ৰতিচ্ছবিৰ সমুখত বন্তি প্ৰজ্বলন কৰি শাখাৰ হৈ শ্ৰদ্ধাঞ্জলি জ্ঞাপন কৰোঁ। কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ সাধাৰণ সম্পাদক ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মাদেৱে নিজা বাসগৃহত দত্তদেৱৰ প্ৰতিচ্ছবিৰ সমুখত বন্তি প্ৰজ্বলন কৰি উদ্বোধন কৰা গুগল মিট অনুষ্ঠানটোত, প্ৰথমে এক মিনিট সময় মৌন প্ৰাৰ্থনা কৰা হয়। অনুষ্ঠানত বক্তৃতা প্ৰদান কৰে যোৰহাট জগন্নাথ বৰুৱা মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ প্ৰাক্তন মুৰব্বী অধ্যাপক তথা কাকজান মহাবিদ্যালয়ৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত অধ্যাপক ড° দীপক শৰ্মাদেৱে। আমি আমন্ত্ৰণ কৰা, দত্তদেৱৰ সান্নিধ্যত থকা যোৰহাটৰ আয়ুৰ্বেদিক চিকিৎসক কৃষ্ণকান্ত নাথ, আৰু ড° ভূপেন হাজৰিকা ফাউণ্ডেছন যোৰহাটৰ সম্পাদক, অনাতাঁৰ শিল্পী মঞ্চ যোৰহাটৰ সাংস্কৃতিক সম্পাদক, অভিযন্তা ৰঞ্জন দত্তই গণিতজ্ঞজনৰ সান্নিধ্যৰ বিষয়ে বক্তব্য আগবঢ়ায়। কেন্দ্ৰীয় সমিতি আৰু বিভিন্ন জিলাৰ কেইবাজনো সদস্যই বক্তব্য আগবঢ়োৱা অনুষ্ঠানটিত শাখাৰ সভাপতি ড° ৰাফেল কুমাৰ শইকীয়াই সভাপতিৰ বক্তব্য আগবঢ়ায় আৰু শাখাৰ যুটীয়া সম্পাদক ত্ৰিদিৱ জ্যোতি নেওগে শলাগৰ শৰাই আগবঢ়ায়। শাখাৰ অস্থায়ী কাৰ্যালয় তৰাজান হাইস্কুলত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ উপস্থিতিত ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস উদযাপন কৰা হয়। বিদ্যালয়খনৰ প্ৰধান শিক্ষয়িত্ৰী চিনু গোস্বামী মহোদয়াই বন্তি প্ৰজ্বলনেৰে মুকলি কৰা সভাত শাখাৰ সদস্য প্ৰীতি বৰাই এই দিৱসৰ তাৎপৰ্য ব্যাখ্যা কৰে। অনুষ্ঠানত কেইবাজনো শিক্ষকে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক গণিতৰ খেল দেখুৱায়। আমি আঁত ধৰা অনুষ্ঠানটিত শাখাৰ সদস্য মধুস্মিতা গোস্বামীয়ে শলাগৰ শৰাই আগবঢ়ায়, আৰু বিদ্যালয়খনৰ শিক্ষয়িত্ৰী সঞ্চিতা বৰুৱাই সকলোকে ধন্যবাদ জনাই অনুষ্ঠানটি সমাপ্ত কৰে।

– কাকলি বৰঠাকুৰ
সাধাৰণ সম্পাদক, যোৰহাট শাখা

বোকাখাত শাখাৰ প্ৰতিবেদন

বোকাখাত শাখাই পুৱা ১০ বজাৰ পৰা দিনজোৰা কাৰ্যসূচীৰে এই দিৱস পালন কৰে। এই উপলক্ষে, ৰামানুজনৰ কৰ্মৰাজিৰ সন্দৰ্ভত ড° বিদ্যুৎ বৰুৱাই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ মাজত মনোগ্ৰাহী আলোচনা আগবঢ়ায়, আৰু স্নাতক **১ম** বৰ্ষৰ ছাত্ৰ গৌৰীশিখৰ নাথে ৰামানুজনৰ জীৱন সন্দৰ্ভত বক্তব্য আগবঢ়ায়। প্ৰতিবছৰে পালন কৰি অহাৰ দৰে এইবাৰো বোকাখাত মহকুমাৰ চাৰিজন অৱসৰপ্ৰাপ্ত গণিত শিক্ষকক সম্বৰ্ধনা জনোৱা হয়। বৰ্তমান পৰিস্থিতিৰ প্ৰতি লক্ষ্য ৰাখি এইবাৰ এই কাৰ্য তেখেতসকলৰ ঘৰলৈ গৈ ৰূপায়ণ কৰা হয়। সম্বৰ্ধিত ব্যক্তিকেইগৰাকী হ'ল— বোকাখাত উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত অধ্যক্ষ শিৱৰাম বৰা, বোকাখাত হিন্দী হাইস্কুলৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত মঃ ৰছিদ আনচাৰী, কুৰুৱাবাহী উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত

অধ্যক্ষ বিশ্বেশ্বৰ দাস, আৰু মহুৰামুখ হাইস্কুলৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত প্ৰধান শিক্ষক সুৰেণ বড়ি। সন্ধিয়া ৬ বজাৰ পৰা 'Joyful Learning in Mathematics' শীৰ্ষক এখনি ৱেবিনাৰ অনুষ্ঠিত কৰা হয়। ইয়াত সমল ব্যক্তি হিচাপে বক্তব্য ৰাখে ড° মনীন্দ্ৰ কুমাৰ মজুমদাৰে। ৱেবিনাৰখন উদ্বোধন কৰে ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মাই, আৰু পৰিচালনা কৰে ড° সুৰজিৎ দত্তই।

– অভিজিত খাউণ্ড
সাধাৰণ সম্পাদক, বোকাখাত শাখা

Report of Biswanath District Branch

The Biswanath district branch celebrated the National Mathematics Day with day long programme in association with Srimanta Sankar Guru Jatiya Vidyalay Burigang B. Chariali. Lakhyajit Das, rector, presided the meeting. Dr. Arun Chaliha, the president of Biswanath district branch, Ripunjay Bordoloi, science teacher and author, and I delivered special lecture on related issues of National Mathamtics Day. In my speech I briefed about the activities undertaken by AAM for the students' community. Lastly Kalyan Jyoti Gogoi, Mathematics teacher, gave vote of thanks on behalf of the branch.

– Pranjal Bordoloi
General Secretary, Biswanath Chariali Branch

Report of Cachar District Branch

The Cachar District Branch celebrated the National Mathematics Day in association with Department of Mathematics, Gurucharan College, Silchar. The inaugural session was graced by Sumit Sattawan, ADC, Cachar District as the Chief Guest in presence of Dr. Mihir Ranjan Nath, Vice-Principal, Gurucharan College and Dr. Rajasree Paul, Coordinator IQAC, Gurucharan College. Two renowned mathematics teachers, namely Apurba Kumar Nath, Sonai NGHS School and Parimal Chakraborty, Holy Cross HS School were invited as Guests of Honour. They were felicitated for their relentless service in imparting mathematics education at school level.

As the General Secretary, AAM Cachar District, I delivered the welcome address, and highlighted the significance of National Mathematics Day. Speaking on the occasion, ADC Sumit Sattawan lauded the effort of Assam Academy of Mathematics in popularizing mathematics through such events and urged the students to study mathematics seriously. Apurba Kumar Nath highlighted the importance of mathematics in our day to day lives and advised the students to develop problem solving skills. Parimal Chakraborty encouraged the students to excel in mathematics and develop moral thinking. He also recited a self-written poem as a tribute to Srinivasa Ramanujan. Rajasree Paul appreciated the initiatives taken by AMM Cachar District Branch and urged the administration as well as the AAM branch to focus on mathematics education for underprivileged students. Lastly, Dr. Mihir Ranjan Nath expressed his feelings on mathematics being a Physics teacher. He urged the students as well as teachers to make use of the latest technology in upgrading their knowledge and ideas.

A mathematical quiz competition 'Mathwiz' was also organized for students of classes VIII to X. Five teams out of thirty four were shortlisted for the final quiz. Dr. Mridul Mohan Das, Assistant Professor, Department of Botany, Gurucharan College acted as the quiz master. After four interesting and competitive rounds, Subhadip Roy and Harsha Purkayastha from Silchar Collegiate School were adjudged the winners while Sanjiban Paul and Swapnoneel Das from Maharishi Vidya Mandir were adjudged the runners-up. Certificates and prizes were distributed among the participants. All the five finalists are provided books to enhance their mathematical skills.

– Dr. Debashish Sharma
General Secretary, Cachar District Branch

AAM EXECUTIVE BODY (2020-2021)

ঘোষণা

‘গণিত বিকাশ’ত এটি ‘পত্ৰ শিতান’ সংযোগ কৰা হ’ব। এই শিতানলৈ পাঠকসকলক বিভিন্ন মতামত, তথ্য, বাৰ্তা, আদি তলত উল্লেখ থকা ইমেইল আৰু হোৱাট্‌ছ্‌এপ নম্বৰযোগে প্ৰেৰণ কৰিবলৈ অনুৰোধ জনালোঁ।

লেখকসকলৰ প্ৰতি গোহাৰি

লেখা পঠিয়াবলৈ ই-মেইল ঠিকনা: ganitbikash@gmail.com

হোৱাট্‌ছ্‌এপ নম্বৰ: +919101906237 আৰু +447464034185

- লেখাসমূহ LaTeX ত লিখি পঠিয়াব পাৰিব।
- LaTeX ৰ সুবিধা নহ’লে MS Word আদি ধৰণৰ সঁজুলিত লিখি পঠিয়াব আৰু যাতে আখৰবোৰ নতুন কম্পিউটাৰ-মোবাইল, সাধাৰণ ৱেবছাইট আদিত চাব পৰা হয় সেইটো মন কৰিব। যত দূৰ সম্ভৱ, লেখাৰ pdf টোও পঠিয়াব।
- লেখাৰ লগত সংগতি থকা ছবি, ফটো আদি পঠিয়াব।

LaTeX তো অসমীয়া লিখাটো তেনেই সহজ

LaTeX সঁজুলিসমূহৰ নতুন সংস্কৰণবোৰত প্ৰায়বোৰ ভাষাই লিখিব পাৰি। অসমীয়া লিখিবৰ বাবে fontspec আৰু babel package দুটা যোগ কৰি ল’ব লাগে। সমীকৰণবোৰতো অসমীয়া সংখ্যা-চিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। Run কৰাৰ নিয়মটো সামান্য সুকীয়া। XeLaTeX বা LuaLaTeX ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব।

উদাহৰণস্বৰূপে: MikTeX আৰু এডিটৰ TexStudio ৰ ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ কৰিবলৈ এটি ফাইল ইয়াৰ পৰা ডাউনলোড কৰিব পাৰিব: GanitBikash-LaTeX.zip। কম্পিউটাৰত ‘Kalpurush’ ফন্টটো ইনষ্টল থাকিব লাগিব। Run কৰিবলৈ Tools → Cammands → XeLaTeX এনেকৈ যাব লাগিব। তাৰ পাছত view ত ক্লিক কৰি চাব পাৰিব।

‘অসম গণিত শিক্ষায়তন’ৰ দশম জয়ন্তীৰ কেইটামান ঝলক আৰু অমলা বেজবৰুৱা বাইদেউৰ কথা অলপ

ড° খনীন চন্দ্ৰ চৌধুৰী

এমেৰিতাছ প্ৰফেছৰ, গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়

প্ৰথমতে সুঁৱৰিছোঁ সেইসকলক, যিসকলৰ দূৰদৰ্শী মগজ প্ৰসূত এই সমাজখনে এক নৱউন্মেষৰ সূচনা কৰিছিল অসমৰ গণিত শিক্ষাৰ জগতখনত। তেখেতসকলৰ কেইগৰাকীমান (শ্ৰদ্ধেয়/শ্ৰদ্ধেয়া) বুদ্ধ প্ৰসাদ চেতিয়া, তাৰকেশ্বৰ চৌধুৰী, অৰবিন্দ দেৱমিশ্ৰ, অমলা বেজবৰুৱা, বিশ্বজিৎ ভাগৱতী, তৰুণ চিৰকাৰ, ৰত্নজিৎ ভট্টাচাৰ্য, কৈলাশ চন্দ্ৰ গোস্বামী (বাকী আৰু আছে, নামবোৰ মনলৈ অহা নাই। দায় নধৰে যেন! তাৰোপৰি আমি অতি স্বাভাৱিক কাৰণতেই ড°, অধ্যাপক আদি লিখা নাই।) আৰম্ভ হৈছিল গণিত আলোচনী ‘গণিত বিকাশ’। মুকলি হৈছিল গণিত-সাহিত্য চৰ্চাৰ এক সুগম পথ। এই সংগঠিত গণিত-সাহিত্য বা গণিত জনপ্ৰিয়কৰণৰ পথ মুকলি হোৱাৰ আগতেই এই পথৰ কিছু সজোৱা-মিলোৱা কাম আৰম্ভ কৰা দুই-তিনিগৰাকী অগ্ৰজকো আমি এই আপাহতে সুঁৱৰিছোঁ। তেখেতসকল হ’ল: বিনয় কুমাৰ তামুলী, ভূপতি চন্দ্ৰ ডেকা, মহেন্দ্ৰ নাথ বৰুৱা, মৃগেন মহন্ত, আদি। পিছে, এক সংগঠিত ৰূপত এনে চিন্তা-চৰ্চাৰ ধাৰাটো বিয়পাই দিছিল প্ৰথমত উল্লেখ কৰা সকলেহে। নাম দিয়া হৈছিল ‘অসম গণিত শিক্ষায়তন’ (ইংৰাজীত Assam Academy of Mathematics, AAM)। এটা সৰু-সুৰা নৱজাগৰণ যেনেই অছিল সেই সময়খিনিত। সমাজখনৰ পিতৃ-মাতৃস্বৰূপ (স্বৰূপা) আছিল “চেতিয়া, চৌধুৰী, মিশ্ৰ, বেজবৰুৱা”। মাকৰ দায়িত্ব পালিলে অমলা বেজবৰুৱাই (বাইদেউ) সমাজখনৰ ‘লোগো’ বা ‘প্ৰতীক’ বা ‘প্ৰতিৰূপ’টোক সাকাৰ কৰি।

‘গণিত বিকাশ’ৰ পাততেই আৰম্ভ হৈছিল কেইজনমানৰ অভ্যাস— লেখা-মেলাৰ, গণিত সম্পৰ্কীয়। তাতেই আমাৰ প্ৰথমটো গণিত সম্পৰ্কীয় লেখা আছিল ‘এটা অতুলনীয় অনুপাত ϕ (ফাই)’। কৈলাশ গোস্বামী, বিশ্বজিৎ ভাগৱতী, ৰেৱতীমোহন দত্তচৌধুৰী, মহেন্দ্ৰ নাথ বৰুৱা, আদিকে ধৰি ভালেকেইজনে কলম হাতত ল’লে। এক নতুন আৱহাৱাই সকলোকে উৎসাহিত কৰিলে। সেই সময়ৰে পৰা গণিত শিক্ষায়তনে ভালেকেইবছৰ অতিক্ৰম কৰিলে।

গণিত অলিম্পিয়াড আৰম্ভ হ’ল– এক নতুন মাত্ৰা প্ৰদান কৰিলে। বহুকেইজন নতুনে আশাৰ বতৰা দিলে। তাৰে ভিতৰত নীৰজ কয়ল অন্যতম। আমাৰ গৌৰৱ, অসমৰ গৌৰৱ হিচাপে চিহ্নিত হ’ল। গণিত বিকাশেই নতুন সম্ভাৱনাপূৰ্ণ প্ৰজন্মক চিনাক্ত কৰি ল’লে। ইফটিকাৰ, মৃণাল কলিতা এইসকলৰে মাজত আছে।

এনেদৰে গণিত শিক্ষায়তনে দহ বছৰ অতিক্ৰম কৰিছিল ১৯৯৬ চনত। এটা উৎসৱৰ আয়োজন হৈছিল কটন কলেজত। আমাৰ সকলোৰে মন উদুলি-মুদুলি। কিনো নতুনত্ব থকা কাম দেখুৱাব পৰা যায়!

আমাৰ মনলৈ আহিছিল গণিত বিষয়ক এখন তোৰণ আৰু গণিত প্ৰদৰ্শনী। তাতোকৈ অন্য এটা চিন্তা আহিছিল– গণিত প্ৰদৰ্শনীৰ দুৱাৰ মুকলি কৰা হ’ব– সচৰাচৰ কেঁচীৰে ফিটা কটাৰ সলনি ‘টপোলোজিকেল নট্’ খুলি!! আমাৰ পৰামৰ্শকে লৈ আগবাঢ়িছিল সোদৰ প্ৰতিম ‘ভৱ’কে (ড° ভৱ শৰ্মা) ধৰি আন কেইজনমানে। জ্যোতিপ্ৰসাদৰ “তোৰে মোৰে আলোকৰে যাত্ৰা”ৰে মুকলি কৰা হৈছিল– মুকলি সভাখন। অসমীয়া নুবুজাসকলৰ বাবে আছিল ইংৰাজী অনুবাদৰ অলপ– “Unfailing is this journey of life together”। ভাগ লৈছিল কটনৰ পৰা নিৰুপমা দেৱী, ভৱ শৰ্মা, চাউথপইণ্ট স্কুলৰ পৰা মৈত্ৰেয়ী আৰু তেওঁৰ বান্ধৱী।

আমাৰ সুৰত অহা নাছিল– “সেউজীয়া জীৱনৰে জাগৃতি” ছন্দখিনি। ভৱই শিকাই দিছিল– ছাৰ! এইখিনি শুদ্ধ স্বৰত সা-ৰে-গা-মা গাই গ’লেই হ’ল। আৰু আমি (মই) তাকেই কৰিছিলোঁ আৰু শিকিছিলোঁ বঢ়িয়াকৈ। তোৰণখন সাজোঁতে ভৱ শৰ্মাই যি শ্ৰম

দিছিল, সেয়া কোনো কালেই নাপাহৰোঁ। ঠিক শ্ৰমিক এজনৰ দৰেই খাটিছিল, এইজন শ্ৰমক মৰ্যাদা দিয়া নতুনে (সেই সময়ত নতুন এজন)! অমলা বাইদেৱেও আমাক নিৰাশ কৰা নাছিল– তোৰণ মুকলি কৰা নতুনত্বখিনি দিবলৈ যাওঁতে। আমি অতি উৎসাহিত হৈছিলোঁ। তোৰণৰ কল্পনাখিনি আছিল এনে ধৰণৰ:

তোৰণৰ দুটা খুটা থাকিব– দুটা চিলিণ্ডাৰ। সমান জোখৰ। ইয়াত গণিত অনা হৈছিল ইয়াৰ সৈতে দুটা শংকু জড়িত কৰি লৈ। একে ভূমি আৰু একে উচ্চতাৰ শংকুৰ আয়তন চিলিণ্ডাৰৰ এক তৃতীয়াংশ। আৰু তাকেই এক বতৰা কৰি দিছিলোঁ– ছাত্ৰই গম নোপোৱাকৈয়ে শিকক বুলি। প্ৰেক্ষাপটত আছিল চাইক্লয়ড আৰু ভিন্ন বক্ৰৰ দ্বিমাত্ৰিক প্ৰকাশ। মাটিত আছিল অসীমক বুজোৱা এডাল ৰচি, খুটা দুটাক আগুৰি থকাকৈ।

এই উদযাপনৰ কেইখনমান পুৰণি ফটো বিচাৰি পাই গণিত বিকাশৰ সম্পাদকক দিলোঁ। পাঠকক এই অভিজ্ঞতাৰ ভাগীদাৰ কৰাৰ মানসেৰে। সম্পাদকৰ পৰামৰ্শ মৰ্মে আহিছোঁ শ্ৰদ্ধেয়া অমলা বাইদেউৰ কথালৈ। খুব কমেইহে জানে বাইদেউৰ কথা; বাইদেউৰ নামত দি অহা বঁটাটোৰ জৰিয়তে কিছু কথা জ্ঞাত হৈ আছে যদিও। আমি (ব্যক্তিগতভাৱে) অমলা বাইদেউৰ জহত "মেথেমেটিকেল লজিক" বিষয়টো পঢ়ি স্নাতকোত্তৰ শ্ৰেণীত শিকাবলৈ সুযোগ পাইছিলোঁ; গাণিতিক-লজিকৰ জগতখনত সোমাই পৰি এক অনিৰ্বচনীয় সুখ তথা আনন্দ পাইছিলোঁ।

বিভাগীয় সেইকালৰ শিক্ষকচামৰ, আমি জুনিয়ৰখিনিয়ে, চিনিয়ৰৰ পৰা বহুত শিকিছিলোঁ। তেখেতসকলে এটা পৰিৱেশ দিছিল বিভাগটোত। টী-টেবিলত গণিতৰ উপৰি বৰণীয়া আলোচনাই বিভাগটোক এটা অনন্য মাত্ৰা প্ৰদান কৰিছিল। অপ্ৰিয় হলেও ক'ব লাগিব সেই পৰিৱেশটো আজি কিবা কাৰণত অনুপস্থিত। তেনে এক আলোচনাৰ ফলতেই আমি এই লেখাটোত সংযোগ কৰা সৰু কবিতাহেন লেখা এটাৰে অমলা বাইদেউ মানুহগৰাকীৰ ব্যক্তিত্ব তথা জ্ঞানৰ পৰিধিখিনি প্ৰকাশ কৰিছিলোঁ তেখেতৰ বিয়োগৰ পিছত। তেখেতে আমাৰ সমুখত যিদৰে দেখা দিছিল তাক খুলি দিবলৈ প্ৰয়াস কৰিছিলোঁ – বাইদেউৰ নামত দি অহা বঁটা প্ৰদানৰ এক সভাত। গণিত বিকাশৰ সম্পাদকৰ পৰামৰ্শ মৰ্মে লেখাটো ইয়াত সংযোগ কৰা হৈছে।

বিঃদ্ৰঃ এয়া আমাৰ একান্ত নিজা অনুভৱহে। কবিতাটোৰ প্ৰকাশৰ সমস্ত দোষ-গুণ আমাৰ। এই লেখাটোৰ মাজেৰে অমলা বেজবৰুৱাক যেনেদৰে দেখিছিলোঁ তাৰেই এটা ৰূপ দিবলৈ প্ৰয়াস কৰিছোঁ।

অমলা-প্ৰশস্তি

লক্ষ্মী তুমি, অচলা তুমি, তুমি অমলা।
তোমাকে সুঁৱৰিছোঁ আজি।
অভিজাত তুমি– তোমাৰ শব্দৰ বাছনিত,
অভিজাত তুমি– তোমাৰ সজ্জাৰ বাছনিত,
অভিজাত তুমি– তোমাৰ বিষয়ৰ বাছনিত,
কুৰ্টগোডেলৰ ল'জিক আছিল সেয়া।
অনুপমা তুমি, তোমাৰ সংগীৰ আড্ডাত,
অনুপমা তুমি, তোমাৰ সমুদ্ৰ-ভ্ৰমণৰ বৰ্ণনাত,
অনুপমা তুমি, তোমাৰ নীতিৰ কঠোৰতাত,
অনুপমা তুমি, তোমাৰ শিষ্টাচাৰৰ মধুৰতাত।
অনুকৰণীয় তোমাৰ সূক্ষ্ম জাতীয় চেতনা,
অনুকৰণীয় তোমাৰ– সৌন্দৰ্যবোধ,
অনুকৰণীয় তোমাৰ– বুদ্ধিদীপ্ত ব্যংগ-চেতনা,
অনুকৰণীয় তোমাৰ– অনুজৰ প্ৰতি প্ৰেৰণাদায়ক প্ৰশস্তি-বোধ।
শ্ৰদ্ধাশীলা তুমি– বিজ্ঞজনৰ প্ৰতি,
শ্ৰদ্ধাশীলা তুমি– অধ্যৱসায়ী নিষ্ঠাৱানৰ প্ৰতি।
তোমাৰ স'তে সংগ যে আমাৰ– বহুমাত্ৰাৰ স্মৃতি।
তোমাৰ স'তে আলাপ আমাৰ—
আজিও যে মন-গহনত অনুৰণিত সিটি।
সুঁৱৰোঁ আজিও– আমাৰ সেই হিমালয় আলোচনা, এই বিভাগতে।
বিয়পোৱা অতি-মানৱ,
সেয়া আজি যেন– হেৰা পোৱা মাথোঁ এক অনুভৱ।
আৰু– এয়া গীতা নে কবিতা—।
"নেভাবিবা আছিল কোনোবা কাল,
যেতিয়া নাছিলোঁ মই, তুমিও নাছিলা,
নাছিল জীয়াই এই নৃপতি মণ্ডলী,
নেভাবিবা আহিব এনুৱা কাল,
যেতিয়া নোহোৱা হ'ম তুমি মই - সকলোটি প্ৰাণী।
এই পথে আছে মাথোঁ একান্ত বুদ্ধিৰ জয়।
একান্ত নহয় যাৰ, সত্য অন্বেষণ বহু শাখা পল্লৱিত,
সিবোৰৰ সাধনাই নেপায় বিচাৰি সত্য।
মাথোঁন উজুটি খায়
শিলে-শিলে আলি দোমোজাত।
আৰু আছে তেনে কথা
মহেন্দ্ৰ বৰাৰ 'গীতা'ৰ—
"লাহ দিয়া বেলিটোৰ ৰঙীন পৰত এই জীৱনৰ
যিজনে কটায় ক্ষণবোৰ মোৰে কথা সুঁৱৰি-সুঁৱৰি
সিজনাৰ মনৰ চৰুটো ভৰি উঠে মোৰেই ভাৱেৰে,
মৰণৰ সিপাৰলৈ গৈ বিচাৰিব নেলাগে একোকে
ভাৱৰ চৰুটো লৈ তেওঁ জানা– মই হৈ যায়।
– এনেকৈয়ে এদিন আমাৰ আড্ডা জমিছিল,
গণিত আৰু ল'জিকৰ পৰা 'মহেন্দ্ৰ-বৰাৰ-গীতা' পাইছিল।
আজিও মনত আছে– আমাৰ আলোচনা
মহেন্দ্ৰ-বৰাৰ গীতানুবাদ যে কবিতা -
আধুনিক কবিতা হৈছেগৈ।
হে অমলা, হে অচলা,
তোমাৰ প্ৰতি শ্ৰদ্ধা নিবেদিছোঁ।

সভাপতি বুদ্ধ চেতিয়াৰ পতাকা উত্তোলন

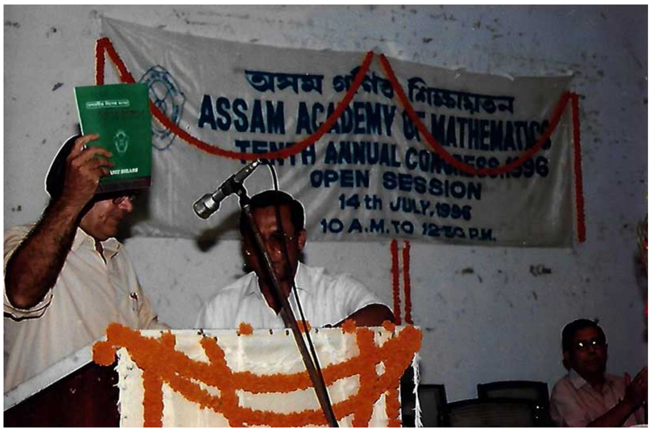
প্ৰদৰ্শনী মুকলি হোৱাৰ পিছত অমলা বেজবৰুৱা

গণিত তোৰণৰ সমুখত সমাৰেশৰ একাংশ

নীৰজ কয়লৰ বঁটা গ্ৰহণ


প্ৰবীণ দাস, খনীন চৌধুৰীৰ পৰিদৰ্শন


চাউথপইণ্ট স্কুলৰ দলটোৰ গণিত প্ৰদৰ্শনী



গণিত বিকাশৰ বিশেষ সংখ্যা উন্মোচন


অমলা বেজবৰুৱাৰ প্ৰদৰ্শনী পৰিদৰ্শন

তোৰণখনৰ এটি প্ৰতিৰূপ, পিছলৈ গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগত আয়োজিত এখনি ৰাষ্ট্ৰীয় কনফাৰেন্সত

বিশ্বজিৎ ভাগৱতীৰ প্ৰতিবেদন

আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় গাণিতিক সংঘৰ (IMU) অধীনৰ এখনি সমিতি হৈছে 'Committee for Women in Mathematics' (CWM)। সমিতিখনৰ শেহতীয়া খবৰ-পত্ৰিকাত ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ নীলা নটৰাজৰ (Neela Nataraj) এটি সাক্ষাৎকাৰ প্ৰকাশ হৈছে। তেওঁ ভাৰতীয় প্ৰযুক্তিবিদ্যা প্ৰতিষ্ঠান বোম্বেৰ (IITB) গণিত বিভাগৰ প্ৰথমগৰাকী মহিলা মুৰব্বী অধ্যাপকো। সাক্ষাৎকাৰটিত বিভিন্ন প্ৰশ্নৰ উত্তৰত তেওঁ কোৱা কেইটিমান কথা এনেধৰণৰ:

মই কেইবাখনো বিদ্যালয়ত পঢ়িছিলোঁ (১মৰ পৰা ১০ম শ্ৰেণীলৈকে), কাৰণ মোৰ দেউতায়ে বদলিকৰণ হৈ থকা চাকৰি এটা কৰিছিল। মই স্কুলীয়া শিক্ষা আৰম্ভ কৰিছিলো মুম্বাইত আৰু পিছত ভাৰতৰ দক্ষিণত অৱস্থিত এখন ৰাজ্য কেৰালালৈ গৈছিলো আৰু কেৰালাৰ বিভিন্ন বিদ্যালয়ত শিক্ষাগ্ৰহণ কৰিছিলোঁ। মই পাঁচ-ছয়বাৰ বিদ্যালয় সলনি কৰিছিলোঁ। স্কুলীয়া জীৱনৰ বিকাশমান বছৰবোৰত মোৰ এক গণিত-ভীতি আছিল। কোনো পৰ্যায়ত, দশম আৰু দ্বাদশ শ্ৰেণীৰ মাজত, কেইজনমান উত্তম শিক্ষকে মোৰ আত্মবিশ্বাস গঢ়ি উঠাৰ পৰিৱৰ্তনটো আনি দিছিল, যিটোৱে মোক কলেজত গণিতক বিশেষ বিষয় হিচাপে ল'বলৈ সিদ্ধান্ত লোৱাত সহায় কৰিছিল। যদিও স্নাতকৰ সময়ত মই গণিতৰ প্ৰতি উৎসাহী আছিলোঁ, কিন্তু পিএইচডি কৰাৰ কোনো পৰিকল্পনা মোৰ নাছিল। এটা অতি ৰক্ষণশীল পৰিয়ালৰ সদস্য হোৱাৰ হেতু, দীৰ্ঘ সময়ৰ শেষত পূৰণ হ'বলগীয়া লক্ষ্য স্থিৰ কৰাটো সহজ কথা নাছিল। শৈশৱৰ পৰা স্পষ্ট হৈ থকা মোৰ একমাত্ৰ কথাটো এইটোৱেই আছিল যে শিক্ষকতাক মই মোৰ বৃত্তি হিচাপে ল'ব বিচাৰোঁ।

... শ্ৰেণীসমূহৰ বাহিৰৰ বহুতো প্ৰশ্ন সমাধানত মই লাগিবলৈ ধৰিছিলোঁ। মই analysis, reasoning আৰু logical thinking ও ভাল পাইছিলোঁ। পিএইচডি কৰাৰ প্ৰথম প্ৰেৰণা আৰম্ভ হৈছিল স্নাতকোত্তৰ প্ৰথম বৰ্ষৰ গ্ৰীষ্মকালৰ সময়ত, যেতিয়া মই ভাৰতীয় বিজ্ঞান প্ৰতিষ্ঠান বাংগালোৰত (IISc Bangalore) তিনি সপ্তাহীয়া কৰ্মশালা এখনত অংশ লৈছিলোঁ। ভাৰতৰ বিভিন্ন প্ৰান্তৰ পৰা আহি তাত অংশ লোৱা অত্যন্ত প্ৰেৰণাদায়ী কিছুমান ব্যক্তিৰ সৈতে মই মত-বিনিময় কৰিছিলোঁ, আৰু কিছু সংখ্যক বিস্ময়কৰ গণিতজ্ঞই প্ৰদান কৰা বক্তৃতাও শুনিছিলোঁ। বিশেষকৈ, অধ্যাপক এছ কেচৱেন (Prof. S. Kesavan) আৰু এম ভানিনাথনৰ (Prof. M. Vanninathan) অসাধাৰণ শিক্ষাদান দক্ষতা, জ্ঞানৰাজী আৰু প্ৰৱল সক্ৰিয় কৰ্মশক্তিয়ে মোক বহুত অনুপ্ৰাণিত কৰিছিল। উল্লেখ কৰা নিষ্প্ৰয়োজন যে কেৰালা বিশ্ববিদ্যালয়ত মোৰ স্নাতকোত্তৰ শ্ৰেণীৰ কিছুসংখ্যক প্ৰশিক্ষকো এক বৃহৎ প্ৰেৰণা আছিল। ধীৰে ধীৰে, মই পিএইচডিত যোগদানৰ কথা ভাবিবলৈ আৰম্ভ কৰিছিলোঁ। অৱশ্যে, শৈক্ষিক বৃত্তিৰ লগতে গৱেষণা কেৰিয়াৰৰ কথা মই কেতিয়াও ভবা নাছিলোঁ। মই এইটোৱেই ক'ব বিচাৰো– মোৰ জীৱিকাৰ পথ মুকলি হৈ গৈ আছিল, আৰু মই মাত্ৰ প্ৰচলিত ব্যৱস্থাত সোমাই গৈছিলোঁ।

... মোৰ আদৰ্শ মোৰ মাতৃ। মই এটা অতি পৰম্পৰাগত দক্ষিণ ভাৰতীয় পৰিয়ালৰ পৰা আহিছোঁ, য'ত মহিলাসকলে জীৱনত সোনকালেই ঘৰ পাতিব লাগে বুলি আশা কৰা হৈছিল, যাৰ অৰ্থ হৈছে বিয়াত বহা আৰু কেতিয়াবা সুস্থিৰ চাকৰি এটা কৰা। মোৰ মায়ে বোম্বে বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা উদ্ভিদ-বিজ্ঞানত পিএইচডি কৰিছিল, কিন্তু মোৰ সৰু ভণ্টী আৰু মোৰ যত্ন ল'বলৈ মায়ে অধ্যাপনাৰ চাকৰি এৰি দিছিল। সেই সময়ত শিশু প্ৰতিপালনত সহায় পোৱাৰ বিকল্প নাছিল আৰু মোৰ দেউতাৰ বদলি হৈ থকা চাকৰিটোৰ বাবে মায়ে শৈক্ষিক কেৰিয়াৰ জলাঞ্জলি দিব লগা হৈছিল। কিন্তু মই ভাবো সেইটো তেওঁৰ পছন্দও আছিল, কিয়নো এনে কোনো দিন মনত নপৰে যেতিয়া নেকি মোৰ মায়ে আমাক ডাঙৰ কৰিবলৈ তেওঁৰ কেৰিয়াৰ এৰি দিয়া বুলি কৈছিল বা অনুশোচনা কৰিছিল। মই বিশ্বাস কৰোঁ, জীৱনৰ অগ্ৰাধিকাৰ নিৰূপণত তেওঁৰ স্পষ্টতা আছিল, আৰু এইটো এটা বুনিয়াদী শিক্ষা যিটো মই তেওঁৰ পৰা শিকিছিলোঁ। পৰিস্থিতি নিৰ্বিশেষে, তেওঁ তেওঁৰ জীৱনৰ সৰ্বশ্ৰেষ্ঠখিনি কৰি তুলিছিল, সদায় সুখী আছিল আৰু জীৱনৰ প্ৰতি ইতিবাচক মনোভংগী আছিল। তেওঁৰ লক্ষণসমূহে মোৰ ব্যক্তিত্ব গঠন কৰাত প্ৰভাৱিত কৰিছে। মই কেতিয়াও তেওঁক আলস্য ৰূপত দেখা নাছিলোঁ। তেওঁ তেওঁৰ সময়বোৰ কোনো আৰ্থিক লাভৰ অবিহনে এনে একোটা কামত খটুৱাইছিল যিয়ে জনসাধাৰণক বহু উপকৃত কৰিছিল। মই ভাবো, শিক্ষাদানৰ প্ৰতি মোৰ আগ্ৰহ তেওঁৰ পৰাই উত্তৰাধিকাৰ ৰূপে লাভ কৰিছিলোঁ – যেতিয়া তেওঁ শিক্ষাদানৰ কেৰিয়াৰ অব্যাহত ৰাখিব পৰা নাছিল, তেতিয়াও তেওঁ শিক্ষাৰ্থীসকলক শিকাইছিল যিসকলক তেওঁলোকৰ অধ্যয়নত সহায়ৰ প্ৰয়োজন আছিল। যেতিয়া মোৰ সৰু ভণ্টী (অধ্যাপক দীপা ভেংকটেশ, যিয়ে মোক তেওঁৰ আদৰ্শ বুলি বিবেচনা কৰে) আৰু মই তেওঁৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল নোহোৱাকৈ চলিব পৰিছিলো, তেতিয়া তেওঁ এখন বিদ্যালয়ত অধ্যক্ষ হিচাপে কাম কৰিবলৈ আৰম্ভ কৰিছিল। চমুকৈ ক'বলৈ গ'লে, তেওঁ মোক তেওঁৰ চিন্তাধাৰাৰ দ্বাৰা প্ৰভাৱিত কৰিছে, আৰু মোক সঁচাকৈয়ে জীৱনৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ শিক্ষা দিছে।

ডায়' ফেণ্টাছ
উৎস: Mathigon