



# গণিত বিকাশ

## GANIT BIKASH

পঞ্চষষ্ঠিতম (জুলাই—ডিচেম্বৰ, ২০১৯) আৰু ষষ্ঠষষ্ঠিতম (জানুৱাৰী—জুন, ২০২০) সংখ্যা • Volume 65 (July–Dec, 2019) & 66 (Jan–June, 2020)

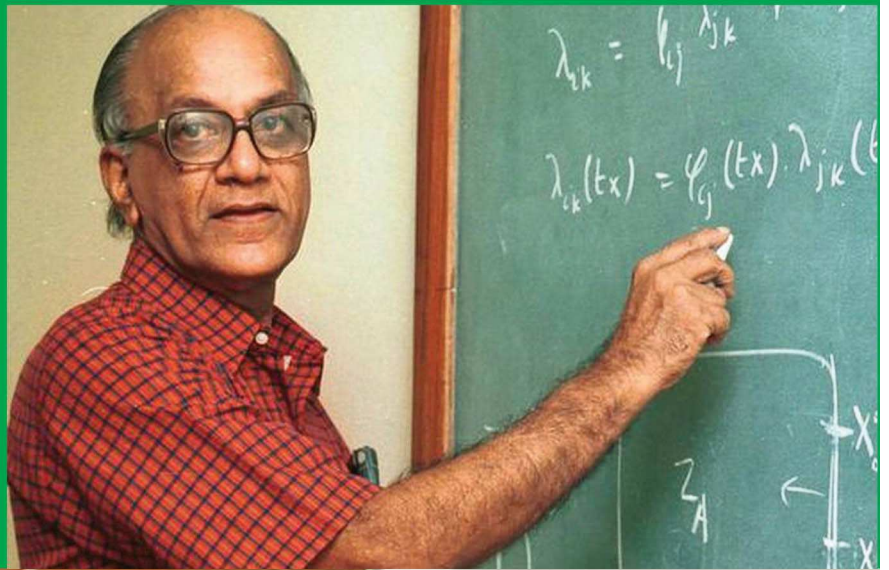
এতিয়াৰ পৰা গণিত বিকাশ  
[www.aamonline.org.in](http://www.aamonline.org.in) ত উপলব্ধ হ'ব

অসম গণিত  
শিক্ষায়তন

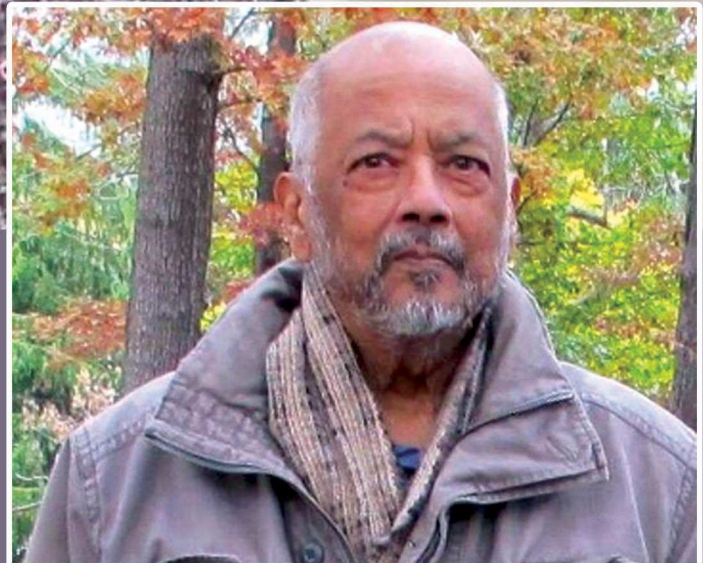
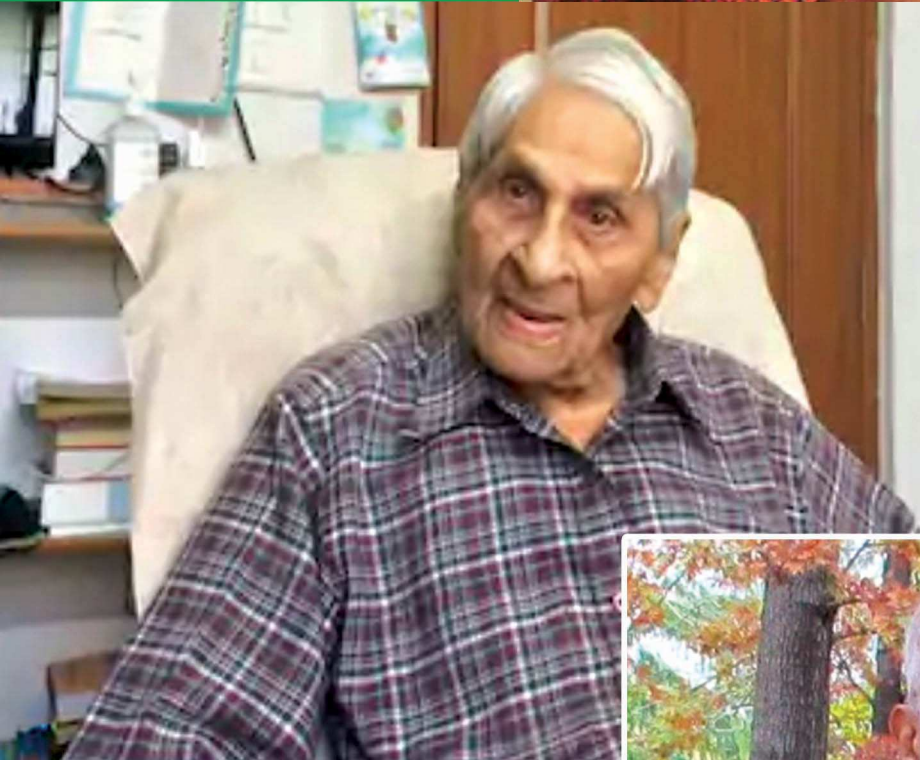
ASSAM ACADEMY  
OF  
MATHEMATICS

- ❖ শ্ৰদ্ধাঞ্জলি
- ❖ গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান আৰু এখন উপন্যাস
- ❖ গণিতজ্ঞৰ জীৱনৰ লেছেৰি : জি এইছ হাৰ্ডি
- ❖ 22/7 টো পাইতকৈ কিমান ডাঙৰ?
- ❖ Understanding graphs using SageMath
- ❖ দুহেজাৰ বছৰৰ মূৰত উত্তৰ ওলোৱা তিনিটা প্ৰশ্ন
- ❖ প্ৰবাসী অসম প্ৰেমী ড° দিলীপ কুমাৰ দত্ত
- ❖ সাক্ষাৎকাৰ : ভাৰতীয় মুদ্ৰাৰ নতুন চিহ্ন নিৰ্মাতা
- ❖ আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস
- ❖ শান্তিৰাম দাস বক্তৃতা মালা : তৃতীয় বক্তৃতা
- ❖ Problems & Solutions of Mathematics Olympiads
- ❖ Mathematics Olympiad Results
- ❖ List of Subratananda Dowerah Gold Medaliests
- ❖ AAM Centres and Coodinators' list
- ❖ কুইজ, মস্তিষ্ক মন্ত্ৰন
- ❖ অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ ভিতৰ চ'ৰা

**C S Seshadri**  
Born : 1932  
Died : 2020



**S S Shrikhande**  
Born : 1917  
Died : 2020



**Prof. Dilip Kr Dutta**  
Born : 1937  
Died : 2019



# গণিত বিকাশ

গণিতৰ দ্বিভাষিক (অসমীয়া আৰু ইংৰাজী)

ছমহীয়া আলোচনী

পঞ্চাষষ্টিতম (জুলাই—ডিচেম্বৰ, ২০১৯) আৰু ষষ্ঠাষষ্টিতম (জানুৱাৰী—জুন, ২০২০) সংখ্যা

সম্পাদনা সমিতি : ড° ৰামচন্দ্ৰ ডেকা, ড° চন্দ্ৰৰেখা  
মহন্ত, ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা

সম্পাদক : ড° প্ৰবীণ দাস  
(সম্পাদক ড° মুগাল কলিতাৰ অসুবিধাৰ বাবে 'অগশি'ৰ  
সভাপতি আৰু সম্পাদকৰ অনুমোদন ক্ৰমে ড° প্ৰবীণ  
দাসক সাময়িকভাৱে সম্পাদকৰ দায়িত্ব দিয়া হয়)



ESTD. 1986

Cover Concept : Dr. Prabin Das

**GANIT BIKASH** : Bilingual (Assamese &  
English) News Bulletin

Published by

Assam Academy of Mathematics, Guwahati

দাম : ₹ ৬০

সূচীপত্ৰ

- সম্পাদকীয়/৩
- শ্ৰদ্ধাঞ্জলি/৫
- গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান আৰু এখন উপন্যাস  
☞ ড° দিলীপ শৰ্মা/৭
- গণিতজ্ঞৰ জীৱনৰ লেছেৰি : জি এইছ হাৰ্ডি  
☞ ড° প্ৰবীণ দাস/১০
- 22/7 টো পাইতকৈ কিমান ডাঙৰ?  
☞ ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱা/১৩
- Understanding Graphs using SageMath  
☞ Dr. Debashish Sharma/১৮
- দুহেজাৰ বছৰৰ মূৰত উত্তৰ ওলোৱা তিনিটা প্ৰশ্ন  
☞ পংকজ জ্যোতি মহন্ত/২৬
- আনন্দদায়ক গণিত শিক্ষা ☞ ড° মুনীন্দ্ৰ কুমাৰ মজুমদাৰ/৩৯
- Mathematics used by all, detasted by many  
☞ Gunabikash Borgohain /41
- প্ৰবাসী অসম প্ৰেমী ড° দিলীপ কুমাৰ দত্ত  
☞ কাকলি বৰঠাকুৰ /88
- সকলোৰে বাবে গণিত ☞ ডিম্পী কলিতা /89
- সাক্ষাৎকাৰ : ভাৰতীয় মুদ্ৰাৰ নতুন চিহ্ন নিৰ্মাতা... /৫০
- আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস ☞ শ্ৰীযুত বীৰব্ৰত দাস চৌধুৰী/৫৩
- Inradius of a Triangle ☞ Pankaj Agarwal / 56
- কুইজ ☞ সম্পাদনা সমিতি /৬১
- শান্তিৰাম দাস বক্তৃতা মালা : তৃতীয় বক্তৃতা  
☞ ড° ৰঞ্জনা চৌধুৰী /৬৩
- Problems and Solutions to INMO-2020 /72
- Problems and Solutions RMO-2019 /79
- Problem & Solution Mathematics Olympiad :  
2019 (AAM) /83
- Mathematics Olympiad Result : 2019 /111
- Mathematics Olympiad Result 2020 /114
- List of Subratananda Dowerah Gold Medal  
Awardees from 1989 to 2020 /115
- AAM Centres and Coordinators for Mathematics  
Olympiads and Mathletics /115
- মস্তিষ্ক মন্থন/১১৬
- অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ ভিতৰ চ'ৰা/১১৭

## Disclaimer

The views expressed in the articles in this magazine are of the individual writers. It is not necessary that the editor or the editorial board or the publisher shares the same view point. The author will be solely responsible if any article contains portion(s) from unacknowledged sources. If any discrepancy in any information or fact is found, the editor or the editorial board or the publisher is in no way responsible for the damage(s) caused to any person or organisation.

## অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ দ্বাৰা প্ৰকাশিত গ্ৰন্থসম্ভাৰ



- ১। গণিত এক মৌলিক বিমূৰ্ত আত্মদান  
(গণিত বিকাশত প্ৰকাশিত নিৰ্বাচিত অসমীয়া বচনাৰ সংকলন)
- ২। প্ৰকৃতি জগতত গণিতৰ ভাষা : ড° সোণেশ্বৰ শৰ্মা
- ৩। কটা চিত্ৰৰ খেল : ড° কৈলাশ গোস্বামী
- ৪। আৰ্যভটীয় : ড° বামচন্দ্ৰ ডেকা
- ৫। প্ৰাচীন ভাৰতত গণিত চৰ্চা : ড° দিলীপ শৰ্মা
- ৬। বামানুজন - গণিতজ্ঞ আৰু মানুহজন : ড° খনীন চৌধুৰী
- ৭। Srinivasa Ramanujan : A tribute



- ৮। Collection of selected articles in English  
(Selected articles from Ganit Bikash)  
Editor : Dr. Buddha Prasad Chetiya

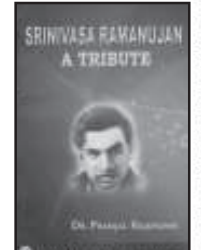


- ৯। অনুক্ৰম : সম্পাদক ড° দিলীপ শৰ্মা  
(অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ ৰূপালী জয়ন্তী উপলক্ষে প্ৰকাশিত স্মৃতি গ্ৰন্থ)

### প্ৰকাশৰ পথত...



- ১। কৌতুক আৰু কাইথেলী অংক : দণ্ডীনাথ দত্ত (পুনৰ্মুদ্ৰণ)
- ২। মই বামানুজনে কৈছোঁ : মইনা গোস্বামী (পুনৰ্মুদ্ৰণ)
- ৩। আমি বামানুজন বলছি : মূল- মইনা গোস্বামী  
(মূল অসমীয়া সংস্কৰণৰ বাংলা অনুবাদ)  
অনুবাদক বীৰব্ৰত দাসচৌধুৰী
- ৪। আং বামানুজনআ বুংদীং : মূল- মইনা গোস্বামী  
(মূল অসমীয়া সংস্কৰণৰ বড়ো অনুবাদ)  
অনুবাদক অৰিন' কুমাৰ ব্ৰহ্ম



## গণিত বিকাশৰ ই-সংস্কৰণ

সাম্প্ৰতিক কোভিডসৃষ্ট অভূতপূৰ্ব পৰিস্থিতিৰ বাবে গণিত বিকাশৰ পঞ্চমস্তিতম আৰু ষষ্ঠমস্তিতম অৰ্থাৎ জুলাই-ডিচেম্বৰ ২০১৯ আৰু জানুৱাৰী-জুন ২০২০ সংখ্যা দুটা সংযুক্ত ৰূপত প্ৰকাশ কৰিবলগীয়া হ'ল। পৰিবৰ্তিত পৰিস্থিতিৰ বাধ্য বাধকতাই ইতিমধ্যে সকলোকে নতুন বিকল্পৰ আশ্ৰয় লবলৈ শিকাইছে। লগে লগে আমিও পৰীক্ষামূলকভাৱে গণিত বিকাশৰ এই ছপা সংস্কৰণটোৰ সহযোগী এটা ই-সংস্কৰণ পাঠকসকললৈ আগবঢ়ালোঁ। বিগত কিছু বছৰ ধৰি অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ সাংগঠনিক মঞ্চত আলোচনীখনৰ ই-সংস্কৰণৰ বাবে সময়ে সময়ে একাংশ সদস্যৰ দ্বাৰা দাবী উত্থাপিত হৈ আহিছিল যদিও এতিয়ালৈ কোনো আনুষ্ঠানিক সিদ্ধান্ত লোৱা হোৱা নাছিল। কিন্তু ২০১৯ৰ শেষৰপিনে আৰিভাৰ হোৱা আৰু এতিয়ালৈকে অপৰিবৰ্তিত হৈ ৰোৱা ক'ভিড মহামাৰীৰ প্ৰাদুৰ্ভাৱে বাধ্য কৰা লকডাউন আৰু অচলাৱস্থা ই অন্যান্যসকলৰ লগতে অসম গণিত শিক্ষায়তনকো সম্ভৱপৰ সকলোধৰণৰ কাম-কাজ পৰিচালনাৰ বাবে ডিজিটাল মাধ্যমৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল হ'বলৈ একপ্ৰকাৰ বাধ্য কৰালে। শিক্ষায়তনৰ উপযুক্ত মঞ্চত হয়তো গণিত বিকাশক ই-সংস্কৰণ ৰূপে প্ৰকাশ কৰাৰ বাবে খুব সোনকালে এক আনুষ্ঠানিক সিদ্ধান্ত লোৱা হ'ব (শেহতীয়াভাৱে এই সম্পাদকীয় লিখি থকাৰ সময়তে 'অগশি'ৰ কাৰ্যবাহী সমিতিয়ে গণিত বিকাশৰ ই-সংস্কৰণৰ পক্ষে এক সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰিছে)।

গণিত বিকাশ আলোচনীখন স্থায়ীভাৱে ই-সংস্কৰণৰূপে প্ৰকাশিত হোৱাৰ পিছত স্বাভাৱিকতে প্ৰশ্ন উত্থাপিত হ'ব যে ইয়াৰ বৰ্তমান ছপা সংস্কৰণটোৰ স্থিতি কি হ'ব? সন্দেহ নাই যে শিক্ষায়তনৰ জন্মলগ্নৰে পৰা জড়িত থকা বহু সদস্যৰ লগতে ৰাজ্যখনত এতিয়াও একাংশ গণিত প্ৰেমী পাঠক আছে যিসকলে ই-মাধ্যমত পঢ়া-শুনা কৰাত অভ্যস্ত নহয় অথবা, তেওঁলোকে ছপা সংস্কৰণত প্ৰকাশিত গণিত বিকাশখনৰ প্ৰতি এক বিশেষ আবেগিক আকৰ্ষণ অনুভৱ কৰে। অৱশ্যে এনে আকৰ্ষণ একেবাৰে অমূলকো নহয়।

অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ জন্ম হৈছিল ১৯৮৬ চনৰ জুলাই মাহত। অসম উচ্চতৰ মাধ্যমিক শিক্ষা সংসদৰ দ্বাৰা আয়োজিত আৰু সেই সময়ৰ কটন কলেজত অনুষ্ঠিত উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ গণিতৰ বিষয় শিক্ষক শিক্ষয়িত্ৰীৰ এক গ্ৰীষ্মকালীন প্ৰশিক্ষণ শিবিৰত অংশগ্ৰহণকাৰীসকলে ৰাজ্যখনৰ গণিত প্ৰেমীসকলক লৈ এখন মঞ্চ গঠন কৰাৰ বাবে প্ৰথম উদ্যোগ লৈছিল আৰু ফলস্বৰূপে সংশ্লিষ্ট সকলোপক্ষৰ অকুণ্ঠ সমৰ্থন ক্ৰমে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ আৰিভাৱ ঘটিছিল। পৰৱৰ্তী বছৰত অৰ্থাৎ ১৯৮৭ চনৰ জুলাইত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ প্ৰথম বাৰ্ষিক অধিবেশন অনুষ্ঠিত হৈছিল আৰু উক্ত অধিবেশনতে গণিত বিকাশৰ প্ৰথম সংখ্যাটো উন্মোচিত হৈছিল। প্ৰথম সম্পাদক আছিল গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ অধ্যাপিকা, সহকৰ্মী শিক্ষক, ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ অতি প্ৰিয়ভাজন প্ৰয়াত ড° অমলা বেজবৰুৱা। মাত্ৰ এমুঠিমান সদস্যই এটা বছৰৰ প্ৰস্তুতিৰে চৰকাৰ বা বাহিৰা কোনো পৃষ্ঠপোষকতা অবিহনেই শিক্ষায়তনৰ সংবিধান প্ৰণয়ন, সদস্য ভৰ্তিকৰণ, পুঁজি সংগ্ৰহ, গণিত অলিম্পিয়াড পৰিচালনা আদি কাৰ্যসূচীৰ উপৰিও ৰাজ্যখনৰ ভিতৰতে প্ৰথমবাৰৰ বাবে কেৱল গণিতক উপজীব্য কৰি গণিত বিকাশৰ দৰে এখন আলোচনী প্ৰকাশ কৰাটো কিদৰে সম্ভৱ কৰি তুলিছিল সেই কথা ভাবিলে তবধ মানিব লাগে। ড° অমলা বেজবৰুৱাৰ সম্পাদনাত প্ৰথমটো সংখ্যাতে গণিত বিকাশৰ অংগসজ্জা, সকলো শ্ৰেণীৰ গণিতপ্ৰেমী পাঠকক আকৰ্ষিত কৰিব পৰাকৈ ভিন্ন ৰুচিসম্পন্ন শিতান, অৰ্থপূৰ্ণ বেটুপাত এই সকলোকে ইমান নিখুঁত আৰু সুপৰিকল্পিতভাৱে প্ৰস্তুত কৰা হৈছিল যে সুদীৰ্ঘ চৌত্ৰিছ বছৰৰ পাছতো আলোচনীখনৰ সামগ্ৰিক আঙ্গিকত কোনো ধৰণৰ পৰিবৰ্তন বা পৰিশোধন কৰাৰ কথা ভাবিব নোৱাৰি। একধৰণৰ আবেগে বাধ্য দিয়ে!

ড° অমলা বেজবৰুৱাই গণিত বিকাশৰ একেৰাহে প্ৰথম তিনিটা সংখ্যাৰ সম্পাদনা কৰিছিল আৰু তিনিটা সংখ্যাকে নিৰ্দ্ধাৰিত সময়ৰ ভিতৰত গুণগত মানৰ ক্ষেত্ৰত কোনো আপোচ নকৰাকৈ প্ৰকাশ কৰি উলিয়াইছিল আৰু সময়মতে সদস্যসকলৰ হাতত তুলি দিয়াৰ ব্যৱস্থা কৰিছিল।

গণিত বিকাশৰ পৰৱৰ্তী সংখ্যাসমূহ বেচ দীঘলীয়া সময়ৰ বাবে সম্পাদনা কৰিছিল সেই সময়ৰ কটন কলেজৰ গণিত বিভাগৰ সহযোগী অধ্যাপক (পিছলৈ মুৰব্বী অধ্যাপক) ড° দিলীপ শৰ্মাই। ড° অমলা বেজবৰুৱাই নিপুণ হাতেৰে সজাই তোলা গণিত বিকাশখনক ড° দিলীপ শৰ্মাই তেওঁৰ অনবদ্য কথাশৈলীৰে অধিক আকৰ্ষণীয় কৰি তুলিছিল আৰু পাঠকৰ মাজত ইয়াৰ সমাদৰ বৃদ্ধি কৰিছিল।

গণিত বিকাশৰ পৰৱৰ্তী সংখ্যাবোৰ বিভিন্ন সময়ত বিভিন্নজনে সম্পাদনা কৰিছে আৰু এই ক্ষেত্ৰত গুৰুত্বপূৰ্ণ কথাটো হৈছে যে বিগত চৌত্ৰিছ বছৰে ইয়াৰ মৰ্যাদা অকনো হানি বিঘিনি নোহোৱাকৈ অবিৰতভাৱে ই ছপা হৈ আছে আৰু বৰ্তমান সময়ত এক শ্ৰেণীৰ পাঠকৰ মনত ই এক সুকীয়া আসন অধিকাৰ কৰি আছে। নিশ্চিতভাৱে গণিত বিকাশৰ ছপা সংস্কৰণৰ অৱলুপ্তিয়ে হয়তো বহু পাঠকৰ মনত এক ধৰণৰ শূন্যতা আৰু আবেগবিহীনতাৰ সৃষ্টি কৰিব। কিন্তু আমি বিচাৰোঁ বা নিবিচাৰোঁ সকলো কথাৰে পৰিৱৰ্তন অৱশ্যস্তাৱী। আবেগ সময়ৰ দাবী আৰু বাস্তৱ পৰিস্থিতিৰ উৰ্ধত হ'ব নোৱাৰে। জ্ঞান-বিজ্ঞানৰ নিত্য নতুন দিশ উন্মোচিত হোৱাৰ লগে লগে এইবোৰত গণিতৰ প্ৰভাৱ, প্ৰয়োগ তথা ব্যৱহাৰ এতিয়া সাৰ্বজনীনভাৱে স্বীকৃত হোৱা পৰিলক্ষিত হৈছে। প্ৰণালীবদ্ধ জ্ঞান অন্বেষণৰ প্ৰায় সকলো ক্ষেত্ৰতে গাণিতিক পদ্ধতিৰ বহুল প্ৰয়োগ ঘটিছে আৰু গণিতৰ এনে প্ৰয়োগে জ্ঞানান্বেষণৰ নতুন নতুন ক্ষেত্ৰ উন্মোচিত কৰাৰ সমান্তৰালভাৱে গণিতৰ নিজৰ ক্ষেত্ৰলৈও নিত্য নতুন ধাৰণাৰ আমদানি ঘটাইছে। প্ৰণালীবদ্ধ জ্ঞানান্বেষণৰ এক কাৰ্যকৰী আহিলা হিচাপে গাণিতিক পদ্ধতিৰ ঐতিহাসিক ভূমিকাৰ লগতে আনুষঙ্গিক অন্যান্য বিষয় সম্বন্ধে যৎকিঞ্চিৎভাৱে হ'লেও অৱগত কৰাবলৈ গণিত বিকাশে জন্মলগ্নৰে পৰাই চেষ্টা কৰি আহিছে। কিন্তু সাম্প্ৰতিক বিশ্বায়নৰ যুগত ডিজিটেল মাধ্যমে তথ্য সম্প্ৰচাৰ প্ৰণালীত যি অভূতপূৰ্ব সুবিধাৰ সৃষ্টি কৰিছে তাৰ পৰিপ্ৰেক্ষিতত ছমাহৰ মূৰে মূৰে ওলোৱা গণিত বিকাশৰ ছপা সংস্কৰণে পাঠকৰ বাবে আগ্ৰহ সৃষ্টি কৰিব পৰাকৈ প্ৰাসংগিক খা-খবৰ বা বিষয়ীগত জ্ঞান যোগান ধৰাত যথেষ্ট ঘাটি ৰৈ গৈছে। আলোচনীখনৰ প্ৰস্তুতিৰ বাবে প্ৰয়োজনীয় সময়, আৰ্থিক ব্যয়, বিক্ৰী তথা সদস্যৰ মাজত বিতৰণৰ সৈতে যুক্ত সমস্যাবোৰৰ কথা উল্লেখ নকৰিলোঁৱেই বা।

আপাত দৃষ্টিত গণিত বিকাশৰ ই-সংস্কৰণৰ পৰা পোনে পোনে পাব পৰা সম্ভাৱ্য সুবিধাসমূহ এনেধৰণৰ—

(১) বৰ্তমানৰ ছমাহীয়া ছপা সংস্কৰণৰ ঠাইত অধিক বৈচিত্ৰ্যপূৰ্ণ শিতান আৰু বিষয়বস্তু সামৰি কমেও তিনিমাহৰ মূৰে মূৰে অৰ্থাৎ বছৰত মুঠ চাৰিখনকৈ ই-সংস্কৰণৰ গণিত বিকাশ প্ৰকাশ কৰাটো সম্ভৱ।

(২) আলোচনীখনৰ ই-সংস্কৰণ প্ৰকাশৰ লগে লগেই এইখন আমাৰ ৰাজ্যৰ লগতে দেশ বিদেশত থকা অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ সদস্য আৰু দৰদীকে ধৰি সৰ্বস্তৰৰ গণিত প্ৰেমী অসমীয়া পাঠকৰ হাতত উপলব্ধ হ'ব।

(৩) আলোচনীখনৰ ই-সংস্কৰণে ছপা সংস্কৰণত হোৱা আৰ্থিক খৰচৰ বোজা বহুলাংশে কমাৰ।

(৪) ছপা সংস্কৰণ এটাৰ প্ৰকাশৰ পৰৱৰ্তী পৰ্যায়ত উদ্ভৱ হোৱা এক প্ৰত্যাহ্বানমূলক সমস্যা হ'ল ইয়াৰ বিতৰণৰ চিন্তা। ই-সংস্কৰণে সংগঠনটোৰ দায়িত্বশীল উপ-সমিতি তথা সদস্যসকলক চিৰদিনৰ বাবে উক্ত প্ৰত্যাহ্বানৰ পৰা মুক্তি দিব।

(৫) ই-সংস্কৰণ ৰূপে প্ৰকাশিত গণিত বিকাশৰ সফল ব্যৱস্থাপনাই অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ কাম কাজ ৰাজ্যখনৰ বাহিৰলৈ প্ৰসাৰিত কৰাৰ সুযোগ সৃষ্টি কৰিব আৰু ইয়াক আন্তৰ্জাতিক স্তৰত পৰিচয় কৰাবলৈ সমৰ্থ হ'ব বুলি আশা কৰা যায়।

এনে পটভূমিত গণিত বিকাশক এখন ই-আলোচনীলৈ ৰূপান্তৰ কৰিবলৈ বিচৰা যুগান্তকাৰী সিদ্ধান্তক সংশ্লিষ্ট সকলো পক্ষই আন্তৰিকতাৰে আদৰি ল'ব নিশ্চয়!

প্ৰবীণ দাস

৬ চেপ্টেম্বৰ, ২০২০





## শ্রদ্ধাঞ্জলি

### শাবদ চন্দ্ৰ শঙ্কৰ শ্ৰীখাণ্ডে :

যোৱা ২১ এপ্ৰিল, ২০২০ তাৰিখে ভাৰতীয় গণিত জগতৰ এক উজ্জ্বল জ্যোতিষ্ক শতায়ু পাৰ কৰা গণিতজ্ঞ শাবদ চন্দ্ৰ শঙ্কৰ শ্ৰীখাণ্ডেৰ জীৱনাৱসান ঘটে। মৃত্যুৰ সময়ত তেখেতৰ বয়স আছিল ১০২ বছৰ। ১৯১৭ চনৰ ১৯ অক্টোবৰ তাৰিখে মধ্যপ্ৰদেশৰ সাগৰ চহৰত শ্ৰীখাণ্ডেৰ জন্ম হয়। স্থানীয় আটা মিলৰ কৰ্মচাৰী হিচাপে শ্ৰীখাণ্ডেৰ দেউতাকৰ আছিল এখন অভাৱক্লিষ্ট সংসাৰ। কিন্তু কৈশোৰৰ পৰাই অতি মেধাবী বাবে শ্ৰীখাণ্ডেই বিভিন্ন বৃত্তি লাভ কৰিছিল। নাগপুৰৰ চৰকাৰী বিজ্ঞান কলেজৰ পৰা তেওঁ গণিতৰ অনাৰ্চসহ স্নাতক পৰীক্ষাত সোণৰ পদক লাভ কৰিছিল। চাকৰি সূত্ৰে তেওঁ কিছুদিনৰ বাবে ভাৰতীয় পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান অনুষ্ঠানত যোগদান কৰে আৰু তাতেই বিখ্যাত ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ শ্ৰীৰাজ চন্দ্ৰ বোসক লগ পায় আৰু তেখেতৰ সান্নিধ্যতে statistical designৰ প্ৰতি আকৃষ্ট হয়। পৰৱৰ্তী কালত তেওঁ এটা জলপানী লৈ নৰ্থ কেৰ'লিনা বিশ্ববিদ্যালয়ত গণিতজ্ঞ ৰাজচন্দ্ৰ বোসৰ তত্বাৱধানত গৱেষণা কৰি পি এইচ ডি লাভ কৰে। পি এইচ ডি কৰা সময়ছোৱাত শ্ৰীখাণ্ডে, ৰাজচন্দ্ৰ বোস আৰু তেওঁলোকৰ সহযোগী ই টি পাৰ্কাৰে মহান গণিতজ্ঞ অয়লাৰৰ এক অনুমান মিছা বুলি প্ৰমাণ কৰে যাৰ বাবে তেওঁলোকে বন্ধুত্বলত 'অয়লাৰ স্পইলাৰ' (Euler's spoilers) হিচাপে পৰিচিত লাভ কৰে। শ্ৰীখাণ্ডেৰ গণিত চৰ্চাৰ মূল বিষয় আছিল combinatorics আৰু statistical designৰ চৰ্চাত প্ৰয়োগ কৰিব পৰা তেওঁ এটি বিশেষ গ্ৰাফ (graph) আৱিষ্কাৰ কৰি উলিয়াইছিল। Combinatoricsত এই গ্ৰাফটো 'শ্ৰীখাণ্ডে গ্ৰাফ' (Srikhande's Graph) নামেৰে জনা যায়।

শ্ৰীখাণ্ডেই আমেৰিকা আৰু ভাৰতৰ কেবাখনো বিশ্ববিদ্যালয়ত গণিতৰ অধ্যাপক নিযুক্ত হৈছিল। ভাৰতৰ বেনাৰস হিন্দু বিশ্ববিদ্যালয়ত অধ্যাপনা কৰাৰ উপৰিও তেখেতে বম্বে (আজিকালি মুম্বাই) বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ প্ৰতিষ্ঠাপক মুৰব্বী অধ্যাপক আৰু মুম্বাইৰ চেণ্টাৰ ফৰ এডভান্সড ষ্টাডিজ ইন ম্যাথেমেটিক্স' অনুষ্ঠানৰ প্ৰতিষ্ঠাপক সঞ্চালক আছিল। তেখেতে এলাহাবাদৰ Mehta Research Institute (আজিকালি Harish Chandra Research Institute) তো সঞ্চালক হিচাপে কাম কৰিছিল।

Indian National Science Academy, Indian Academy of Scienceৰ উপৰিও আমেৰিকাৰ Institute of Mathematical Statistics য়ে শ্ৰী খাণ্ডেক ফেলো হিচাপে সন্মানিত কৰিছিল।

### কঞ্জীভৰম শ্ৰীৰঙ্গচাৰী শেযাদ্ৰী :

কঞ্জীভৰম শ্ৰীৰঙ্গচাৰী শেযাদ্ৰী চমুকৈ চি এছ শেযাদ্ৰী আছিল সাম্প্ৰতিক কালৰ ভাৰতীয় গণিতৰ আন এক উজ্জ্বল নক্ষত্ৰ। Algebraic Geometryৰ দৰে বিশুদ্ধ গণিতৰ গভীৰ ক্ষেত্ৰখনলৈ বিশিষ্ট অৱদান আগবঢ়াই তেখেতে ভাৰতীয় গণিতক আন্তৰ্জাতিক মঞ্চত স্থাপন কৰিবলৈ সক্ষম হৈছিল। গণিতৰ লগে লগে ধ্ৰুপদী সংগীততো তেওঁ আছিল সমানে সিদ্ধহস্ত। যোৱা ১৭ জুলাই, ২০২০ তাৰিখে ৮২ বছৰ বয়সত তেখেতৰ জীৱনাৱসান ঘটে।

১৯৩২ চনৰ ২৯ ফেব্ৰুৱাৰীত তামিলনাডুৰ কাঞ্চীপুৰম নামৰ ঠাইত এক উচ্চ শিক্ষিত আৰু সম্ভ্ৰান্ত পৰিয়ালত চি এছ শেযাদ্ৰীৰ জন্ম হয়। তেওঁৰ দেউতাক, ককাক আৰু ককাকৰ ভায়েক আটাইয়ে কৰ্মসূত্ৰে উকীল আছিল। স্কুলীয়া কালৰ পৰাই তেওঁ পঢ়াশুনাত চোকা আছিল যদিও এগৰাকী পেহাকৰ প্ৰভাৱতহে তেওঁ গণিতৰ প্ৰতি আকৰ্ষিত হৈ পৰিছিল।

মাদ্ৰাজৰ (এতিয়াৰ চেন্নাই) লয়লা কলেজত গণিতৰ গুৰু পাঠ্যক্ৰম অধ্যয়ন কৰি থকাৰ সময়ত তেওঁৰ সহপাঠী আছিল বিখ্যাত ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ এম এছ নৰসিংহম। দুই সহপাঠী গণিতজ্ঞৰ সুদীৰ্ঘ গাণিতিক সহযোগিতাই কেবল ভাৰতীয় গণিতলৈকেই নহয় আন্তৰ্জাতিক গণিত জগতলৈও গুৰুত্বপূৰ্ণ অৱদান আগবঢ়াইছিল। এলজেব্ৰেইক জিওমেট্ৰিৰ এক বিখ্যাত উপপাদ্য হ'ল নৰসিংহম শেযাদ্ৰী উপপাদ্য। এলজেব্ৰেইক জিওমেট্ৰিলৈ চি এছ শেযাদ্ৰীৰ অন্যান্য অৱদানসমূহৰ ভিতৰত শেযাদ্ৰী ধ্ৰুৱক (Shesadri Constant) আৰু ষ্টেণ্ডাৰ্ড মনোমিয়েল থিঅ'ৰী (Standard Monomial Theory) বিশেষভাৱে উল্লেখযোগ্য। বিশুদ্ধ গাণিতিক গৱেষণাৰ সমান্তৰালভাৱে প্ৰাকস্নাতক আৰু স্নাতক পৰ্যায়ৰ গণিতত সময়োপযোগী পাঠ্যসূচী, পাঠ্যপুথি আৰু শিক্ষণ পদ্ধতিৰ গুৰুত্ব উপলব্ধি কৰি তেওঁ চেন্নাই ইনষ্টিটিউট অফ ম্যাথেমেটিক্স চমুকৈ চি এম আই খ্যাত গণিতৰ এখন অগ্ৰণী অনুষ্ঠান গঢ়ি তোলাত সক্ৰিয় ভূমিকা লৈছিল আৰু তাৰ প্ৰতিষ্ঠাপক সঞ্চালক হিচাপে কাম কৰিছিল।

চি এছ শেযাদ্ৰীৰ গণিতলৈ আগবঢ়োৱা অৱদানসমূহৰ বাবে আন্তৰ্জাতিক সম্প্ৰদায়ৰ মাজত উচ্চ প্ৰশংসিত হৈছিল যাৰ বাবে ১৯৮৮ চনত তেওঁক ৰয়েল ছ'চাইটিৰ ফেলো নিৰ্বাচন কৰা হৈছিল। ৰামানুজন, হৰিচন্দ্ৰ আৰু চি আৰ ৰাওৰ পিছত শেযাদ্ৰী আছিল ভাৰতৰ চতুৰ্থজন গণিতজ্ঞ এফ আৰ এছ। ২০০৯ চনত ভাৰত চৰকাৰে চি এছ শেযাদ্ৰীক পদ্মভূষণ বঁটাৰে সন্মানিত কৰিছিল।

### ড° দিলীপ দত্ত :

অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ এগৰাকী একান্ত অনুৰাগী আৰু আজীৱন সদস্য, আমেৰিকাৰ ৰোড আইলেণ্ড বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিতৰ অধ্যাপক, গণিতজ্ঞ আৰু সুলেখক ড° দিলীপ কুমাৰ দত্তৰ যোৱা ২৬ ছেপ্টেম্বৰ, ২০১৯ তাৰিখে আমেৰিকাৰ নিজা বাসভৱনত দেহাৱসান ঘটে। মৃত্যুৰ সময়ত তেখেতৰ বয়স আছিল ৮০ বছৰ।

অসমৰ যোৰহাটত জন্মলাভ কৰা ড° দিলীপ কুমাৰ দত্তৰ শৈশৱ আৰু স্কুলীয়া শিক্ষা অতিবাহিত হৈছিল গুৱাহাটীত। তেখেতৰ দেউতাক আছিল গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ প্ৰথম গৰাকী পঞ্জীয়ক ফণীধৰ দত্ত। চাকৰি সূত্ৰে গোটেই জীৱন আমেৰিকাতে কটালেও তেখেতে অসমৰ সৈতে আজীৱন এক নিবিড় সম্পৰ্ক ৰাখিছিল আৰু তেখেতৰ প্ৰিয় বিষয় গণিতৰ লগতে অসমীয়া সাহিত্যলৈও অনবদ্য বৰঙণি আগবঢ়াই গৈছে। তেখেতৰ গাণিতিক সৃষ্টিসমূহৰ ভিতৰত কেইখনমান উল্লেখযোগ্য গ্ৰন্থ হ'ল Concept of Geometry, Mathematics Education, Finite Mathematics for Liberal Art ইত্যাদি। অসমীয়া ভাষা-সাহিত্য-সংস্কৃতিলৈ তেখেতৰ বিশেষ অৱদানসমূহৰ ভিতৰত আছে— ড° ভূপেন হাজৰিকাৰ গীত আৰু জীৱন ৰথ, ফলি লোৱা বুৰঞ্জী, মোৰ শিক্ষা আৰু মোৰ শিক্ষক, মিছ গুৱাহাটী (উপন্যাস), মনে মোৰ কইনা বিচাৰে, শুভদিনৰ নিৰ্ঘণ্ট, প্ৰেমত পৰিলো নেকি?, বিষুপ্ৰসাদৰ প্ৰসাদ ইত্যাদি।

অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ মঙলদৈ, যোৰহাট শাখাৰ উপৰিও কেন্দ্ৰীয় সমিতিয়ে অসম সাহিত্য সভাৰ সৈতে যৌথভাৱে ড° দত্তৰ মৃত্যুত শ্ৰদ্ধাঞ্জলি জনায়।

দেশৰ তিনিওগৰাকী মহান গণিতজ্ঞ এছ এছ শ্ৰীখাণ্ডে, চি এছ শেযাদ্ৰী আৰু দিলীপ কুমাৰ দত্তৰ মৃত্যুত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ তৰফৰ পৰা গভীৰ শ্ৰদ্ধাঞ্জলি তৰ্পণ কৰা হ'ল।



# গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান আৰু এখন উপন্যাস

ড° দিলীপ শৰ্মা

[ক]

ক্ৰিষ্টিয়ান গ'ল্ডবাখ (Christian Goldbach, ১৮ মাৰ্চ, ১৬৯০ খ্ৰিষ্টাব্দ— ২০ নৱেম্বৰ ১৭৬৪ খ্ৰিষ্টাব্দ) আছিল এজন জাৰ্মান গণিতজ্ঞ। তেওঁ আইনো অধ্যয়ন কৰিছিল। তদুপৰি তেওঁ কেবাটাও ভাষাত সিদ্ধহস্ত আছিল। জাৰ্মান, লাতিন, ৰুছ, ফৰাচী, ইটালীয় ভাষা তেওঁ সলসলীয়াকৈ ক'ব আৰু লেখিব পাৰিছিল। লাইবনিৎজ (Gofried Wilhelm Leibnitz, ১ জুলাই ১৬৪৬— ১৪ নৱেম্বৰ, ১৭১৬), অইলাৰ (Leonhard Euler, ১৭০৭ খ্ৰিষ্টাব্দ — ১৭৮৩ খ্ৰিষ্টাব্দ) আদি মুখ্যফুটা গণিতজ্ঞসকলৰ লগত তেওঁৰ যোগাযোগ আছিল।

সেই সময়ত গ'ল্ডবাখ ছেইণ্ট পিটাৰছবাৰ্গ ইম্পিৰিয়েল একাডেমিত গণিত আৰু ইতিহাসৰ অধ্যাপক। লগতে জাৰ (Tsar; ৰুছ সম্ৰাট) দ্বিতীয় পিটাৰৰ গৃহশিক্ষক। ১৭৪২ চনৰ ৭ জুন তাৰিখে গ'ল্ডবাখে অইলাৰলৈ এখন চিঠি লিখে। চিঠিখনত মৌলিক সংখ্যা (Prime number) সম্বন্ধে এটা প্ৰশ্ন উত্থাপন কৰিছে। আমি জানো যে একতকৈ ডাঙৰ যি স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মাত্ৰ দুটাহে উৎপাদক (এক আৰু সংখ্যাটো নিজে) তেনে ধৰণৰ সংখ্যাক মৌলিক সংখ্যা বোলে। অৱশ্যে গ'ল্ডবাখৰ সময়ত এক সংখ্যাটোকো মৌলিক সংখ্যা বুলি বিবেচনা কৰা হৈছিল। উপৰিউক্ত চিঠিখনত গ'ল্ডবাখে লিখিলে যে দুইতকৈ ডাঙৰ যিকোনো সংখ্যাক তিনিটা মৌলিক সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। যথা  $৩ = ১ + ১ + ১$ ,  $৪ = ১ + ১ + ২$ ,  $৫ = ১ + ১ + ৩$ ,  $৬ = ১ + ২ + ৩$ ,  $৭ = ২ + ২ + ৩$ , ইত্যাদি। এয়া সকলো সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত সত্য হয়নে নহয়, সেয়া গ'ল্ডবাখে অইলাৰৰ পৰা জানিব বিচাৰিলে। অইলাৰে চিঠিৰ উত্তৰ দিলে। অৱশ্যে উত্থাপিত প্ৰশ্নটো অলপ সলাই দিলে— দুইতকৈ ডাঙৰ যিকোনো যুগ্ম সংখ্যাক দুটা মৌলিক সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি,— এয়া সম্পূৰ্ণ সত্য বুলিয়েই মোৰ ধাৰণা। পিছে মই প্ৰমাণ কৰিব নোৱাৰিম।

$৪ = ২ + ২$ ,  $৬ = ৩ + ৩$ ,  $৮ = ৩ + ৫$ ,  $১০ = ৫ + ৫$ ,  $১২ = ৫ + ৭$ ,  $১৪ = ৭ + ৭$ ,  $১৬ = ৩ + ১৩$ ,  $১৮ = ৭ + ১১$ .....,  $১০০ = ৩ + ৯৭ = ১১ + ৮৯ = ১৭ + ৮৩ = ২৯ + ৭১ = ৪১ + ৫৯ = ৪৭ + ৫৩$  ইত্যাদি। কিন্তু সত্যাপন প্ৰমাণ নহয়।

অইলাৰৰ দ্বাৰা সংশোধিত, অনুমিত উক্তিটো হ'ল— দুইতকৈ ডাঙৰ যিকোনো যুগ্ম সংখ্যাক দুটা মৌলিক সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। এই পূৰ্বানুমানটোক (conjecture) গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান (Goldbach's conjecture) বুলি কোৱা হয়।

২০১৭ চনৰ ৭ জুনত এই পূৰ্বানুমান উত্থাপন কৰাৰ দুশ পঁইসত্তৰ বছৰ সম্পূৰ্ণ হয়। কিন্তু আজিকোপতি আমি জনাত এইটো প্ৰমাণিত হোৱা নাই। এখন কিতাপত পঢ়িছিলোঁ যে ২০০০ চনত জন ৰিক্সটাইন নামৰ এজন জাৰ্মান গৱেষকে  $৪ \times 10^{১৪}$  পৰ্যন্ত সকলো যুগ্ম সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান সত্যাপন কৰিছে। উদাহৰণস্বৰূপে,  $৩৮৯৯৬৫০২৬৮১৯৯৩৮ = ৫৫৬৯ + ৩৮৯৯৬৫০২৬৮১৯৩৬৯$ । কিন্তু অনুমানটো প্ৰমাণিত হোৱা নাই।

গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমানৰ আনুষংগিক আন এটা অনুমান এনে ধৰণৰ— পাঁচতকৈ ডাঙৰ যিকোনো অযুগ্ম সংখ্যাক তিনিটা মৌলিক সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। যথা  $9 = 2 + 2 + 5$ ,  $11 = 3 + 3 + 5$ ,  $13 = 3 + 3 + 7$ ,  $15 = 2 + 2 + 11$  ইত্যাদি। ইয়াক গ'ল্ডবাখৰ দুৰ্বল পূৰ্বানুমান (Goldbach's Weak Conjecture) বুলি কোৱা হয়। ২০১৩ চনত হেল্ফগ'ট (Harald A Helfgott; জন্ম ২৫ নৱেম্বৰ, ১৯৭৭) নামে প্ৰেৰণ এজন গণিতজ্ঞই এইটো প্ৰমাণ কৰে।

যিবিলাক স্বাভাৱিক সংখ্যাক দুটা অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি, তেনে স্বাভাৱিক সংখ্যাক গ'ল্ডবাখ সংখ্যা (Goldbach number) বোলে। চাৰিতকৈ ডাঙৰ সকলো যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাই গ'ল্ডবাখ সংখ্যা। যথা  $80 = 3 + 79 = 11 + 69 = 19 + 61$ ;  $50 = 3 + 47 = 9 + 41 = 13 + 37 = 19 + 31$  ইত্যাদি।

[খ]

১৯৯২ চনত গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান উত্থাপন কৰাৰ আঁঠৈশ বছৰ সম্পূৰ্ণ হয়। সেই বছৰৰ গ্ৰিক ভাষাত প্ৰকাশ পায় এখন উপন্যাস, Uncle Petros and Goldbach's Conjecture। উপন্যাসখনৰ লেখক এপ'ষ্ট'ল'ছ দ'ক্সিয়াদিছ (Apostolos K Doxiadis, জন্ম ৬ জুন, ১৯৫৩)। দ'ক্সিয়াদিছে কলম্বিয়া বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা গণিতৰ ডিগ্ৰী লয়। উপন্যাস-নাটক লিখাই তেওঁৰ পেছা। উপন্যাসখনৰ ইংৰাজী অনুবাদ প্ৰকাশ পায় ২০০০ চনত। ব্ৰিটেইনৰ প্ৰকাশক Faber and Faber; আৰু আমেৰিকা যুক্তৰাজ্যৰ প্ৰকাশক Bloomsbury, USA। ইতিমধ্যে উপন্যাসখন পৃথিৱীৰ একুৰি পোন্ধৰটা ভাষালৈ অনূদিত হৈছে। কিতাপখন ন'বেল বঁটা বিজয়ী জন ফৰবেছ নাছ (John Forbes Nash, ১৩ জুন, ১৯২৮-২৩ মে' ২০১৫), ব্ৰিটিছ গণিতজ্ঞ ছাৰ মাইকেল আতিয়া (Michael Atiyah, ২২ এপ্ৰিল, ১৯২৯-১১ জানুৱাৰি, ২০১৯) আদি বিদ্বানৰ দ্বাৰা উচ্চ প্ৰশংসিত। কোৱা হয় যে “মৃত্যুৰ আগেয়ে পঢ়িব লগীয়া এহাজাৰ এখন কিতাপৰ ভিতৰৰ এইখন অন্যতম কিতাপ।” দ'ক্সিয়াদিছে যুটীয়াভাৱে লিখা আন এখন বিখ্যাত উপন্যাস হ'ল Logicomix (২০০৯)।

“Uncle Petros and Goldbach's Conjecture” অৰ প্ৰচাৰৰ বাবে উপৰিউক্ত অভিজাত প্ৰকাশন সংস্থা দুটাই এটা অভিনৱ উপায় উলিয়াইছিল। তেওঁলোকে ঘোষণা কৰিছিল যে যদি উপন্যাসখনৰ ইংৰাজী অনুবাদ প্ৰকাশৰ দুবছৰৰ ভিতৰত কোনোবাই গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান প্ৰমাণ কৰিব পাৰে, তেনেহ'লে সেই ভাগ্যৱান/ভাগৱতী গৰাকীক এক নিযুত (million) ডলাৰ দিয়া হ'ব। যোগদানৰ অন্তিম তাৰিখ আছিল ২০০২ চনৰ ১৫ মাৰ্চ। অৱশ্যে এটা চৰ্ত আছিল— প্ৰতিযোগীগৰাকী ব্ৰিটিছ বা আমেৰিকান নাগৰিক হ'ব লাগিব। কোৱা নিশ্চয়োজন যে কোনেও এই বঁটা লাভ কৰিবলৈ সমৰ্থ নহ'ল।

পিছে কোন এই আংকল পেত্ৰ'ছ। সম্পূৰ্ণ নাম পেত্ৰ'ছ পাপাক্ৰিষ্ট'ছ (Petros Papachristos)। তেওঁ এজন খ্যাতিমান গণিতজ্ঞ— অৱশ্যে লেখকৰ কল্পনাৰ। লেখকে এনেদৰে বৰ্ণনা কৰিছে যে এনেহেন লাগে যেন পেত্ৰ'ছ সাঁচাকৈয়ে হাৰ্ডি, লিটলউড, ৰামানুজনৰ দৰে তেজ-মঙহেৰে গঢ়া এজন গণিতজ্ঞ।

উপন্যাসখন লেখকে প্ৰথম পুৰুষত বৰ্ণনা কৰিছে। উপন্যাসখনৰ নায়ক লেখকৰ কল্পনাৰ বৰদেউতাক,— আংকল পেত্ৰ'ছ। আংকল পেত্ৰ'ছৰ বয়স হৈছে। অবিবাহিত। গাঁৱৰ ঘৰত এক স্বনিৰ্বাসিত জীৱন যাপন কৰে। সংগী বুলিবলৈ ৰাশি ৰাশি কিতাপ, গৱেষণা-পত্ৰিকা, অলেখ পাণ্ডুলিপি। চখ বুলিবলৈ বিশেষ একো নাই,— মাজে মাজে ফুলনিত কাম কৰে। অকলে অকলে দবা খেলে। কাৰো লগত কেতিয়াও দাঁতে-ওঁঠে লগা নাই। তব্ৰাহ পৰিয়ালৰ আটায়ে তেওঁক এৰাই চলে। ল'ৰা-ছোৱালীবোৰকো লগ ধৰিবলৈ নিদিয়ে,— Every family has its black sheep - in ours it was Uncle Petros." (প্ৰত্যেক পৰিয়ালতে একোজন কুলঙ্গৰ থাকে,— আমাৰ পৰিয়ালত পেত্ৰ'ছ বৰদেউতাক।)

পেত্ৰ'ছৰ দুজন ভায়েক, এজন লেখকৰ দেউতাক, আৰু আনজন এনাৰ্গিৰ'ছ (Anargyros)। তেওঁলোকে

সতি-সন্ততিৰ মনত এই ভাব সুমুৱাই দিছে যে ককায়েক কোনো কামৰ নহয়, “My father and uncle Anargyros, his two younger brothers, made sure that my cousins and I should inherit their opinion of him unchallenged.”

ভায়েকহঁতে অৱশ্যে পেত্ৰ'ছক সম্পত্তিৰপৰা বঞ্চিত কৰা নাছিল। পিতাকৰপৰা উত্তৰাধিকাৰী সূত্ৰে পেত্ৰ'ছহঁতে এটা কাৰখানা পাইছিল। দুই ভায়েকে লভ্যাংশ সদায়ে ককায়েকক দিছিল। অৱশ্যে পেত্ৰ'ছে সম্পত্তিৰে কি কৰিব? ভতিজাকহঁতৰ বাবে থৈ গৈছে। লেখক হ'ল সবাতোকৈ প্ৰিয় ভতিজাক। পেত্ৰ'ছে নিজৰ বিশাল পুথিভঁৰালটো লেখকক দান কৰিছে। লেখকেও অৱশ্যে পুথিভঁৰালটো দান কৰিছে Hellenic Mathematical Society ক। মাত্ৰ দুখন কিতাপ তেওঁ ৰাখিছে, এখন লেঅ'নাৰ্ড অইলাৰৰ Opera Omnia ৰ সপ্তদশ খণ্ড আৰু আনখন এখন জাৰ্মান বৈজ্ঞানিক জাৰ্নেলৰ অষ্টাবিংশ সংখ্যা।

লেখকে লুকাই চুৰকৈ বৰদেউতাকক লগ ধৰে। কথাটো দেউতাকে গম পালে। তেওঁ খঙত জ্বলি উঠিল। লেখকে সাহস গোটাই সুধিলে,— কি হয়? বৰদেউতাক লগ ধৰিলে কি হয়? উত্তৰত দেউতাকে ক'লে,— তেওঁ জীৱনত কৰিলে কি? ঈশ্বৰপ্ৰদত্ত কি বিশাল প্ৰতিভা আছিল তেওঁৰ! কিন্তু কি হ'ল? গালোঁ বালোঁ খোলাকটিৰ তাল। তেওঁ জানো কিবা কৰিব পাৰিব? —Never! Nothing! Zero!

পেত্ৰ'ছৰ জন্ম ১৯৮৫ চনত, এথেলত (এয়া লেখকৰ কল্পনা)। ল'ৰালিতে পেত্ৰ'ছৰ গাণিতিক প্ৰতিভাত শিক্ষকসকল হৈছিল বিমুগ্ধ। লেখকৰ ককাদেউতাকে বৰপুত্ৰ পেত্ৰ'ছক পঠিয়ালে জাৰ্মানিলৈ। বাৰ্লিন বিশ্ববিদ্যালয়ৰপৰা গণিতত ডক্টৰেট ডিগ্ৰি লয়। তাৰ পাছত যায় ইংলণ্ডলৈ। বিশিষ্ট গণিতজ্ঞ— হাৰ্ডি, লিটলউড, ৰামানুজৰ দৰে কুশাগ্ৰ বুদ্ধিৰ গণিতজ্ঞৰ লগত গৱেষণা কৰে। আনুষ্ঠানিক শিক্ষা পেত্ৰ'ছৰ শেষ হ'ল। তেওঁ ল'ন্ডবাখৰ পূৰ্বানুমানত ব্যস্ত হৈ পৰিল। শৈশৱতে তেওঁ থিৰাং কৰিছিল যে গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান তেওঁ জয় কৰিবই। দিনৰ পিছত দিন গ'ল, মাহৰ পিছত মাহ গ'ল, বছৰৰ পিছত বছৰ বাগৰিল। কিন্তু গ'ল্ডবাখ কপোলকল্পিত হৈয়েই ৰ'ল। তেওঁ উপলব্ধি কৰিলে যে গণিতৰ নিজস্ব সৌন্দৰ্য আছে, সুখমা আছে; কিন্তু গণিত নিষ্ঠুৰ। আৰু সেই নিষ্ঠুৰতাৰ বলি হ'ল পেত্ৰ'ছ। পেত্ৰ'ছে মন কৰিছে যে তেওঁৰ আদৰৰ ভতিজাকো গণিতৰ প্ৰেমত পৰিছে। তেওঁ ভতিজাকক সকীয়াই দিব বিচাৰিছে যে মোহময়ী গণিত ছলনাময়ীও। তেওঁৰ দৰে যেন ভতিজাকে জীৱনটো নিঃশেষ নকৰে। জীৱনৰ বিয়লি বেলা পেত্ৰ'ছে অনুভৱ কৰিছে যে গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান নিৰ্ধাৰণযোগ্য নহয়, — undecidable। সোণৰ হৰিণৰ পিছে পিছে দৌৰি জীৱনপাত কৰিলে। পেত্ৰ'ছে প্ৰতিপন্ন কৰিব বিচাৰিছিল গ'ল্ডবাখৰ পূৰ্বানুমান। ভতিজাকৰ অন্বেষণ আছিল বৰদেউতাক। এই দুই অন্বেষণৰ হৃদয়স্পৰ্শী কাহিনী Uncle Petros and Goldbach's Conjecture.

টোকা : আন কেইখনমান গাণিতিক fiction হ'ল—

*Continuums* (Robert can), *Pythagorean Crimes* (Teferos Michaelides), *A Doubter's Almanac* (Ethan Canin), *No one you know* (Michelle Richmond), *A Certain Ambiguity : A Mathematical Novel* (Gaurav Suri, Hartosh Singh Bal), *The wild Numbers* (Philibert Schogt), *The Parrot's Theorem* (Denis Guedj), *The Exception* (Alex Kasman), *Goldman's Theorem* (R. J. Steru), *A Madman Dreams of Turing Machines* (Janna Levin)

[Alex Kasman ৰ দ্বাৰা প্ৰস্তুত তালিকা]

---

ড° দিলীপ শৰ্মা কটন বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত সহযোগী অধ্যাপক। বৰ্তমান তেখেত GIMTৰ গণিত বিভাগৰ মুৰব্বী হিচাপে কৰ্মৰত। একেৰাহে কেইবা বছৰ ধৰি তেখেত গণিত বিকাশৰ সম্পাদক আছিল।



## জি এইছ হাৰ্ডি

ড° প্ৰবীণ দাস

জি এইছ হাৰ্ডি আছিল এগৰাকী বিশুদ্ধ (Pure) গণিতজ্ঞ। এই বিষয়টোৰ পৰিসৰ পৰিষ্কাৰকৈ সংজ্ঞায়িত কৰিব পৰা নাযায়, কিন্তু হাৰ্ডিৰ বাবে গণিতত ব্যৱহৃত বিশুদ্ধ শব্দটোৰ অৰ্থ তেনেই সুস্পষ্ট, যদিও বহল অৰ্থত ই ঋণাত্মক। হাৰ্ডিৰ মতে গাণিতিক বিষয় এটি ব্যৱহাৰিক হ'ব নালাগে। ব্যৱহাৰিক নহ'লে ই কেৱল বিশুদ্ধইনহয়, সুন্দৰো হয়। ব্যৱহাৰিক হোৱা মানে লেতেৰা (Impure) অৰ্থাৎ কুৎসিত। যিমান বেছি ব্যৱহাৰিক, সিমান বেছি কুৎসিত। অৱশ্যে সকলো ক্ষেত্ৰতে এনে মতবাদক ভালদৰে স্বাগত কৰা নহৈছিল। প্ৰখ্যাত ৰসায়নবিদ ফ্ৰেডেৰিক চ'ড্ডিয়ে (Frederick Soddy) কিতাপ এখনৰ পৰ্যালোচনাত ব্যৱহাৰিক গণিত বা যি কোনো ধৰণৰ প্ৰায়োগিক বিজ্ঞান সম্পৰ্কে পোষণ কৰা হাৰ্ডিৰ প্ৰকাশ্য ঘৃণাক কলংকজনক আখ্যা দিছিল। “এনেধৰণৰ অসংলগ্ন বিভ্ৰান্তিৰ পৰাই সমাজ ব্যাধিগ্ৰস্ত হয়।” চ'ড্ডিয়ে লিখিছিল। হাৰ্ডি আছিল এগৰাকী আচৰিত, স্বয়ম্ভু আৰু ৰহস্যজনক ব্যক্তি। তেওঁ আছিল বিচক্ষণ গণিতজ্ঞ আৰু এগৰাকী সু-লেখক।

১৮৭৭ চনৰ ফেব্ৰুৱাৰি মাহত চুৰে (Surrey) নামৰ ঠাইত গটফ্ৰে হেৰল্ড হাৰ্ডিৰ জন্ম হৈছিল। তেখেতৰ মাক দেউতাক উভয়েই আছিল শিক্ষক আৰু গাণিতিক চিন্তা সম্পন্ন ব্যক্তি। প্ৰথমতে তেওঁ উইনচেষ্টাৰত শিক্ষা গ্ৰহণ কৰিছিল। ইয়াৰ পিছত তেওঁ কেম্ব্ৰিজলৈ যায় য'ত তেওঁ জীৱনৰ অধিক কাল সময় শিক্ষকতাও কৰিছিল। ১৯১৯ৰ পৰা ১৯৩১লৈ তেওঁ অক্সফৰ্ডত জ্যামিতিৰ বাবে থকা চেভেলিয়ান আসন অলঙ্কৃত কৰিছিল। ১৯৩১চনত তেওঁ কেম্ব্ৰিজত বিশুদ্ধ গণিতৰ বাবে থকা চেভলেৰিয়ান আসনৰ বাবে নিৰ্বাচিত হয় আৰু ট্ৰিনিটি কলেজৰ ফেল'শ্বিপত পুনৰ যোগ দিয়ে। (১৮৯৮ৰ পৰা ১৯১৯লৈ চনলৈ ইতিমধ্যে তেওঁ ট্ৰিনিটি কলেজত ফেলো হিচাপে আছিল।)

প্ৰধানতঃ হাৰ্ডিয়ে বিশ্লেষণাত্মক গণিত (Analysis) আৰু পাটীগণিতত কাম কৰিছিল। গণিত শিক্ষাত এক নতুন মাত্ৰা প্ৰদানকাৰী “A course of Pure Mathematics” নামৰ প্ৰঃপদী পাঠ্যপুথিখনৰ বাবে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত তেওঁ পৰিচিত আৰু প্ৰিয়পাত্ৰ হৈ পৰিছিল। কিন্তু গ্ৰেট ব্ৰুটেইনত তেওঁ নিজৰ মৌলিক আৰু আগশাৰীৰ গৱেষণাৰে বিশুদ্ধ গণিতত নেতৃত্ব দিয়া এগৰাকী গণিতজ্ঞ হিচাপেহে যশস্যা বুটলিবলৈ সমৰ্থ হৈছিল। তেওঁ convergence and summability of series, Inequality আৰু বিশ্লেষণাত্মক সংখ্যাতত্ত্বৰ দৰে বিষয় সমূহত গভীৰ আৰু কৰ্তৃত্বপূৰ্ণভাৱে গৱেষণা প্ৰৱন্ধ লিখি উলিয়াইছিল। সংখ্যাতত্ত্বৰ সমস্যাসমূহ সাজি উলিওৱাটো সহজ (উদাহৰণস্বৰূপে, প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে 2 তকৈ ডাঙৰ প্ৰতিটো যুগ্ম সংখ্যাকে দুটা মৌলিক সংখ্যাৰ সমষ্টিৰূপে লিখিব পাৰি)। কিন্তু প্ৰমাণৰ আভাস পাবলৈ প্ৰায় সকলো বিশ্লেষণাত্মক সমলৰ প্ৰয়োজন হ'ব পাৰে। উল্লেখিত সমস্যাটো আৰু প্ৰায় একে পৰ্যায়ৰ তেনেই নিজৰ আৰু সহজ সৰল যেন লগা অন্য বহু সমস্যা এতিয়াও অমীমাংসিত হৈ আছে। কিন্তু ১৯১০চনৰ দৰে এতিয়া সেইবোৰ একেবাৰে

দুৰ্ভেদ্য হৈ থকা নাই। এই ক্ষেত্ৰত অগ্ৰগতি মূলতঃ সম্ভৱ হৈছে হাৰ্ডি আৰু জে. ই. লিটলউডৰ যুটীয়া প্ৰচেষ্টাত। তেওঁলোকৰ যৌথ প্ৰচেষ্টা আছিল ব্যতিক্ৰমীভাৱে দীঘলীয়া আৰু বিশেষভাৱে ফলদায়ক। গাণিতিক জেণ্টবন্ধনৰ যিমানবোৰ উদাহৰণ পোৱা যায় সেই সকলোৰে ভিতৰত তেওঁলোকৰ গাণিতিক যুতিটোক সৰ্বাধিক গুৰুত্বপূৰ্ণ হিচাপে উল্লেখ কৰা হয়। একেই বুদ্ধিদীপ্ত কিন্তু দুখজনকভাৱে ক্ষন্তেকীয়া যুতি গঢ়ি উঠিছিল হাৰ্ডি আৰু স্ব-শিক্ষিত, অসাধাৰণ প্ৰতিভাধৰ ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ ৰামানুজনৰ মাজত। ভাবিবলৈ টান লাগে যে প্ৰশিক্ষণ তথা পটভূমিৰ ক্ষেত্ৰত উভয়েৰে মাজত ইমান বিস্তৰ পাৰ্থক্য সত্ত্বেও ৰামানুজনৰ গাণিতিক গভীৰতা আৰু দুৰ্জয় মৌলিকতা সঠিকভাৱে বুজি পোৱা সকলৰ ভিতৰত হাৰ্ডিয়েই আছিল অন্যতম আৰু প্ৰথম। ৰামানুজনক ‘হাৰ্ডিৰ সমকক্ষ কিন্তু এক সম্পূৰ্ণ ব্যতিক্ৰমী মেধা শক্তিৰ অধিকাৰী’ বুলি কোৱা হয়। ‘ৰামানুজনৰ পৰা মই অধিক শিকিছোঁ, যিমান শিকিছোঁ পৃথিৱীৰ অন্য কাৰোবাৰ পৰা।’ হাৰ্ডিয়ে কৈছিল, ‘আৰু তেওঁৰ সৈতে হোৱা মিলন আছিল মোৰ জীৱনৰ এক ৰোমাঞ্চকৰ ঘটনা।’

১৯৩০চনৰ আৰম্ভণিৰ পিনে নিউ ইয়ৰ্কত থকা কলম্বিয়া বিশ্ববিদ্যালয়ৰ এটি উপপথৰ সমুখত হাৰ্ডিৰ সৈতে মই এবাৰ মুখামুখি হৈছিলোঁ। সেয়া আছিল শীতৰ এক চৈঁচা আৰু সেমেকা দিন, কিন্তু তেওঁৰ মূৰ আছিল উদং, তেওঁৰ গাত নাছিল কোনো ওভাৰকোট। তেওঁ এটা বগা জৰীৰে গঁথা কাছডিঙিয়া চুৱেটাৰ আৰু এজোৰ সোলোক টোলোক, কোঁচমোচ খোৱা টেনিচ ট্ৰাউজাৰ পৰিধান কৰিছিল। মোৰ যিমান মনত পৰে তেওঁৰ মিহিকৈ কটা চুলিখিনি আছিল সৃষ্ট সবল, অতি ৰঙচুৱা আৰু সেইবোৰ কপালৰ আগফাললৈ অবিদ্যস্তভাৱে যেনি তেনি ওলমি পৰা। তেওঁ আছিল চকুত লগাকৈ ধুনীয়া আৰু এনে শুৱনি যে তেনেই সাধাৰণ সাজ পোচাকেৰেও তেওঁ আনৰ দৃষ্টি আকৰ্ষণ কৰিছিল। ধ্যান ধাৰণাৰ ক্ষেত্ৰত হাৰ্ডি আছিল আপোচবিহীন আৰু উগ্ৰমনা যিবোৰ কিছুমান ক্ষেত্ৰত সঁচাকৈয়ে প্ৰশংসনীয়। আনহাতে, অন্য কিছুমান ক্ষেত্ৰত আছিল বৰ একাচেকা ধৰণৰ আৰু সঁচাকৈয়ে তেওঁ তেনেকুৱা আছিল বুলি ভাবিবলৈ বাস্তৱিকতে টান লাগে। ৰাজনীতি আৰু গণিতৰ ক্ষেত্ৰত বাট্ৰাণ্ড ৰাছেলৰ সৈতে তেওঁৰ চিন্তা-চৰ্চাৰ মিল পোৱা হৈছিল। যুদ্ধৰ প্ৰতি থকা ঘৃণাই আছিল এক অন্যতম কাৰণ যাৰ বাবে তেওঁ ব্যৱহাৰিক গণিতক (যেনে— Ballistics বা Aerodynamics) ‘অসহনীয় ভাৱে কুৎসিত আৰু নীৰস’ বুলিছিল। হাৰ্ডিয়ে ‘ভগৱানক ব্যক্তিগত শত্ৰুজ্ঞান কৰিছিল। অৱশ্যে এয়া আছিল একপ্ৰকাৰৰ ৰগৰ, হ’লেও তাত কিছু বাস্তৱতাও আছিল। ..... তেওঁ কোনো কাৰণতে কোনো উপাসনা গৃহত প্ৰৱেশ নকৰিছিল, লাগিলে সেয়া নতুন কলেজ এখনৰ ওৱাৰ্ডেনৰ নিৰ্বাচন বা তেনেধৰণৰ অন্য কিবাই হওঁক।’ কেতিয়াবা বিশেষ প্ৰয়োজনত কাৰোবাৰ হৈ নিজ দায়িত্ব লবলগীয়া হ’লেও যদি তেনে দায়িত্বৰ সৈতে কোনো ধৰ্মীয় উপাসনাত ভাগ ল’বলগীয়া কথা থাকে তেন্তে তেনে কথা হাৰ্ডিৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য নোহোৱাকৈ কলেজৰ অধিনিয়মকে সলনি কৰিবলগীয়া হৈছিল।

গণিতৰ প্ৰতি থকা অনুৰাগৰ প্ৰায় সমানে হাৰ্ডিৰ প্ৰিয় আছিল বলগেম, ক্ৰিকেট, টেনিচ আৰু আনকি বেচবলো। হাৰ্ভাৰ্ডৰ ৩০০ বছৰীয়া জয়ন্তী উপলক্ষে ৰামানুজন বক্তৃতা প্ৰদান কৰিবলৈ ১৯৩৬চনত বস্তুত উপস্থিত হোৱা হাৰ্ডিৰ কাহিনী বৰ্ণনা কৰিছিল ন্যায়াধীশ ফ্ৰেঙ্ক ফাৰ্টাৰে। পৰৱৰ্তী কালত ইউনাইটেড ষ্টেট্ছৰ চিনেটৰ হোৱা এজন প্ৰখ্যাত উকীলৰ ঘৰত তেওঁ (হাৰ্ডি) আলহী হ’বলগীয়া হৈছিল আৰু গৃহস্থৰ সৈতে কোনো কথা পাতিব সেইটো লৈ মনে মনে হাৰ্ডি বৰ অপ্ৰস্তুত হৈ আছিল। গৃহস্থৰো অৱস্থা তথৈবচ। কিন্তু শেষপৰ্যন্ত পৰিচয় পৰ্বটো সহজ আৰু মধুৰেই হৈছিল। কিয়নো গৃহস্থই যিদৰে জিটা ফলন (Zeta Function) সম্পৰ্কে একো ভূ-ভা নাপাইছিল ঠিক তেনেদৰে ‘শ্বেলিৰ কেচ’ (Shelley’s Case)ৰ ধাৰাৰ ওপৰত মন্তব্য কৰিবলৈ গণিতজ্ঞৰো কোনো ধৰণৰ বিষয়ীগত ধাৰণা নাছিল। তাৰ মাজতে তেওঁলোকে উভয়েৰে উমৈহতীয়া আগ্ৰহৰ এটি বিষয় বিচাৰি পাইছিল বেচবল। সেই সময়ত Red Sox দলে ঘৰুৱা খেলপথাৰত এখন টুৰ্নামেণ্ট খেলি আছিল আৰু স্বাভাৱিকতে হাৰ্ডিয়ে কথমপিহে বক্তৃতাৰ বাবে সময় উলিয়াব পাৰিছিল।

‘উপকাৰত অহাকৈ মই কেতিয়াও একো কৰা নাই। মোৰ কোনো আৱিষ্কাৰে প্ৰত্যক্ষ বা পৰোক্ষ ভাৱে সুযোগ সৃষ্টিত সামান্যতমভাৱে হ’লেও কোনো প্ৰভাৱ যোগোৱা নাই আৰু ভৱিষ্যতেও নকৰিব।’ উক্ত শাৰী কেইটা হাৰ্ডিৰ আধা আকোৰগোজ

আৰু আধা বিদ্ৰূপাত্মক ভাৱে ক্ষমা বিচাৰি লিখা এখন গ্ৰন্থত পোৱা যায় য'ত তেওঁ বিশুদ্ধ গণিতৰ চৰ্চাত জীৱনটো অপব্যয় কৰা বুলি আক্ষেপ কৰিছিল। এনে ধৰণৰ উক্তিবোৰ নিশ্চিতভাৱে পূৰামাত্ৰাই অৰ্থহীন। মোৰ কোনো সন্দেহ নাই যে হাৰ্ডিয়ে নিজেও কথাতিনি অৰ্থহীন বুলি জানিছিল। তেওঁ নিবিচৰাকৈয়ে তেওঁৰ অৱদান সমূহ প্ৰায়োগিক অৰ্থাৎ ব্যৱহাৰযোগ্য হোৱাটো নিশ্চিত আৰু বৰ্তমানৰ পৰিপ্ৰেক্ষিতত সেইবোৰ বৰং বেছিকৈহে ব্যৱহাৰযোগ্য। তেওঁৰ আদৰ্শৰ সৈতে খাপ নাখালেও হাৰ্ডিয়ে এবাৰ বোধহয় বংশগতি বিজ্ঞানলৈ এক ধৰণৰ অৱদান আগবঢ়াইছিল। মিশ্ৰিত জনবিন্যাসত প্ৰভাৱী আৰু মেণ্ডেলীয় চৰিত্ৰৰ বংশগত বৈশিষ্ট বহনৰ সমস্যা সম্পৰ্কে ১৯০৮চনতে Science আলোচনীলৈ লিখা চিঠিত এক সূত্র প্ৰতিপন্ন কৰিছিল যাক হাৰ্ডিৰ সূত্রৰূপে জনা যায়। সদ্যজাত কেচুৱাৰ Haemolytic নামৰ বেমাৰৰ চিকিৎসাত তেজৰ Rh গুপ অধ্যয়নৰ বাবে মুখ্যভাৱে এই সূত্রটোৰ ভূমিকা লক্ষ্য কৰা যায় যদিও হাৰ্ডিয়ে সূত্রটোৰ প্ৰতি কোনো ধৰণৰ গুৰুত্ব দিয়া নাছিল।

হাৰ্ডিয়ে জীৱনত বহুতো মান সন্মান লাভ কৰিছিল তাৰে ভিতৰত অন্যতম আছিল ১৯১০চনত ৰয়েল চ'ছাইটিৰ ফেল' নিৰ্বাচিত হোৱাটো। ১৯৪৭চনৰ পহিলা ডিচেম্বৰত ৰয়েল চ'ছাইটিয়ে ইয়াৰ সৰ্বোচ্চ সন্মান Copley medal ৰে সন্মানিত কৰিব খোজা দিনটোতে হাৰ্ডিৰ জীৱন পৰিক্ৰমাৰ পৰিসমাপ্তি ঘটে।

[বিশ্বৰ গণিত সম্প্ৰদায়ৰ বাবে জি এইচ হাৰ্ডি এগৰাকী অতি আদৰ্শগীয়া আৰু প্ৰাতঃস্মৰণীয় ব্যক্তি। “The World of Mathematics” নামৰ গাণিতিক সংকলনটোৰ চতুৰ্থ খণ্ডত জি এইচ হাৰ্ডিৰ “A Mathematician's Apology” নামৰ গ্ৰন্থৰ কিয়দংশ সন্নিবিষ্ট কৰিবলৈ গৈ লেখকৰ সম্পৰ্কে প্ৰখ্যাত গণিতজ্ঞ জেম্চ আৰ নিউমেনে উপৰি উক্ত টোকাটো আগবঢ়াইছিল। টোকাটোৰ এক অনুদিত ৰূপ গণিত বিকাশৰ পাঠকলৈ আগবঢ়োৱা হ'ল। — প্ৰবীণ দাস]

---

ড° প্ৰবীণ দাস গুৱাহাটীৰ আৰ্য্য বিদ্যাপীঠ মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত সহযোগী অধ্যাপক।

*I have never done anything 'useful'. No discovery of mine has made, or is likely to make, directly or indirectly, for good or ill, the least difference to the amenity of the world... Judged by all practical standards, the value of my Mathematical life is nil; and outside mathematics it is trivial anyhow. I have just one chance of escaping a verdict of complete triviality, that I may be judged to have created something worth creating. And that I have created something is undeniable : the question is about its value. [The things I have added to knowledge do not differ from] the creations of the other artists, great or small, who have left some kind of memorial behind them.*

—G.H. Hardy

[From “A Mathematician's Apology”]



## 22/7 টো পাইতকৈ কিমান ডাঙৰ ?

ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱা

যিকোনো বৃত্তৰ পৰিধি আৰু তাৰ ব্যাসৰ অনুপাতটো সদায় একে হয়, মানে ই এটা ধ্ৰুৱক (constant)। অৰ্থাৎ, বৃত্তটো সৰুৱেই হওক বা ডাঙৰেই হওক এই অনুপাতটোৰ কোনো হীন-ডেড়ি নহয়। গণিতৰ এই প্ৰসিদ্ধ ধ্ৰুৱকটোক গ্ৰীক আখৰ “পাই” ৰে বুজোৱা হয়। পাইৰ মান দশমিকৰ পিছত যিমান পাৰি সিমান স্থানলৈ উলিওৱাৰ প্ৰয়াস আজিৰ পৰা প্ৰায় চাৰিহাজাৰ বছৰ আগৰপৰাই চলি আহিছে। মূলতঃ কিস্ত গণিতজ্ঞ আৰ্কিমিডিচ, গ্ৰেগৰী-লায়েবনীৎজ, গাউছ-ব্ৰেণ্ট-চালামিন, ৰামানুজন আৰু বেইলী-বৰৱেইন-প্লাউফে দি যোৱা মূল পদ্ধতিকেইটাৰ আধাৰতেই এই গণনাসমূহ চলি আহিছে। শেহতীয়াকৈ যোৱা 2019 চনৰ 14 মাৰ্চত (পাই দিৱসৰ দিনাই) Googleৰ কৰ্মচাৰী Emma Haruka Iwao ই পাইৰ মান 31,415,926,535,897 (একত্ৰিশ ট্ৰিলিয়ন চাৰিশ পোন্ধৰ বিলিয়ন ন শ চাৰিছ মিলিয়ন পাচশ পয়ত্ৰিশ হাজাৰ আঠ শ সাতানব্বৈ) দশমিক স্থানলৈ উলিয়াই নতুন ৰেকৰ্ড গঢ়িছিল। পিছে 2020 চনৰ 29 জানুৱাৰিত Timothy Mullican য়ে 50,000,000,000,000 (পঞ্চাছ ট্ৰিলিয়ন) দশমিক স্থানলৈ ‘পাই’ৰ মান উলিয়াই এই ৰেকৰ্ড ভংগ কৰে।

আমি সকলোৱে স্কুলৰ যষ্ঠ শ্ৰেণীমানৰ পৰাই পাইৰ মোটামুটি মান, মানে আসন্ন মান (approximate value), সাত ভাগৰ বাইশ, 22/7, বুলি জানি আহিছোঁ। জুলাই মাহৰ 22 তাৰিখটো যিহেতু 22/7 হিচাবে লিখা হয়, সেয়েহে ইয়াক Pi Approximation Day বুলি কোৱা হয়। আনহাতে পশ্চিমীয়া দেশত মাৰ্চ মাহৰ 14 তাৰিখটোক যিহেতু 3/14 বুলি লিখা হয় আৰু দশমিকৰ পিছৰ দুটা স্থানলৈ পাইৰ মান হ’ল 3.14, সেয়েহে 1988 চনৰ পৰাই 14 March ক পাই দিৱস (Pi Day) হিচাবে পালন কৰি অহা হৈছে। আমি জনাত আমাৰ অসমত 2008 চনত প্ৰথমবাৰৰ বাবে পাই দিৱস পালন কৰা হয়। সেইবছৰ এই লেখকৰ তত্ত্বাৱধানত তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ত বিস্তৃত কাৰ্যসূচীৰে পাই দিৱস উদ্‌যাপন কৰা হয়। তাৰ পিছৰপৰা নিয়মীয়াকৈ তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ বাহিৰেও অসমৰ আন ঠাইতো এই দিৱসটি পালন কৰা হৈছে। উল্লেখনীয় যে এই বছৰৰ পৰা এই পাই দিৱসটোকে আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় গণিত সংস্থাৰ (International Mathematics Union) পৰামৰ্শমৰ্মে ইউনেস্কোই (UNESCO) আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস (International Mathematics Day) হিচাবে ঘোষণা কৰিছে।

পাই আৰু 22/7 সম্বন্ধীয় সৰু আমোদজনক কথা এটা উপস্থাপন কৰিব খুজিছোঁ। বহুতে পাই মানে 22/7 বুলি ভুল ধাৰণা এটা লৈ থকা দেখা যায়। আচলতে 22/7 যে পাইৰ আসন্ন মানহে সেই কথাটো গাণিতিক সূত্ৰেৰে উপস্থাপন কৰিব বিচৰা হৈছে।

উল্লেখনীয় যে 22/7 টো এটা পৰিমেষ সংখ্যা (Rational number)। কাৰণ ইয়াক আমি দুটা অখণ্ড সংখ্যা 22

আৰু 7 ৰ ভগ্নাংশ হিচাবে প্ৰকাশ কৰিব পাৰিছোঁ। যিকোনো পৰিমেয় সংখ্যাক দশমিকত প্ৰকাশ কৰিলে সেই প্ৰকাশটো সদায় সমীম (finite) নাইবা অসীম পুনঃপৌনিক (infinite recurring) দশমিক হ'ব। উদাহৰণস্বৰূপে, 1/2 ক আমি 0.5 হিচাবে দশমিকত প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ, যিটো হ'ল সসীম দশমিক। ঠিক তেনেকৈ 1/4 ক 0.25, 3/4 ক 0.75 ইত্যাদি। আনহাতে 1/3 ক দশমিকত প্ৰকাশ কৰিলে হ'ব 0.333333... ..। আৰু এইটো হ'ল এটা অসীম প্ৰকাশ, কিন্তু ই পুনঃপৌনিক, কাৰণ দশমিকৰ পিছৰ 3 টো পুনঃ পুনঃ ওলায়েই থাকিব। ঠিক একেদৰে, 22/7 ক দশমিকত প্ৰকাশ কৰিলে আমি পাওঁ যে 22/7=3. 142857 142857 142857... ..। এই ক্ষেত্ৰত 142857, এই অংশটো পুনঃপৌনিক। সংখ্যা এটা যদি পৰিমেয় নহয়, মানে যদি অপৰিমেয় (Irrational number) হয়, তেন্তে তাৰ দশমিক প্ৰকাশটো কেতিয়াও পুনঃপৌনিক হ'ব নোৱাৰে। 1767 চনত গণিতজ্ঞ লেস্বাৰ্টে প্ৰমাণ কৰিলে যে পাই এটা অপৰিমেয় সংখ্যা। গতিকে ইয়াক দশমিক সংখ্যাত প্ৰকাশ কৰিলে ই এটা অসীম অপুনঃপৌনিক প্ৰকাশহে (infinite non-recurring decimal expansion) হ'ব। এই অপুনঃপৌনিক পাইৰ মানটো হ'ল 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751 058209749 445923078164062862089986280348 253421170679... ..।

ওপৰৰ পাইৰ মানটোৰ লগত 22/7= 3.142857 142857... .. তুলনা কৰি দেখা পোৱা যায় যে 22/7 টো আচলতে পাইৰ মানতকৈ ডাঙৰ (দশমিক চিহ্নৰ পিছৰ তৃতীয় স্থানত 22/7 ৰ আছে 2 আৰু পাইৰ আছে 1)। উল্লেখনীয় যে 22/7 সংখ্যাটোৱে প্ৰকৃততে দশমিকৰ পিছৰ মাথোন দুটা স্থানলৈহে পাইৰ শুদ্ধমান দিয়ে (3.14)।

এইযে 22/7 টো পাইতকৈ ডাঙৰ, কথাটো বেলেগ ধৰণে প্ৰমাণ কৰিব পাৰি নেকি? লগতে 22/7 টো পাইতকৈনো কিমানকণ ডাঙৰ তাৰ কিবা গাণিতিক জোখ পাব পাৰিনে? নিশ্চয় পাৰি। গণিতজ্ঞ ড'নাল্ড ডালজেলে {Donald P. Dalzell (1898-1988)} 1944 চনত তাকেই কৰি দেখুৱালে।

এটা বাস্তৱ সংখ্যা (পৰিমেয় আৰু অপৰিমেয় আটাইবোৰ মিলি হৈছে বাস্তৱ সংখ্যা) আন এটাতকৈ ডাঙৰ মানে আমি কি বুজোঁ। সংখ্যা 3 টো যে 1 তকৈ ডাঙৰ সেইটো কেনেকৈ বুজিছোঁ বাৰু? 3 ৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰি পালোঁ 2, যিটো ধনাত্মক; মানে শূন্যতকৈ বেছি, মানে পজিটিভ। গতিকে 3 হ'ল 1 তকৈ ডাঙৰ।

22/7 আৰু পাইৰ ক্ষেত্ৰতো ডালজেলে তাকেই কৰিছিল। তেওঁ দেখুৱালে যে

$$\frac{22}{7} - \pi = \int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2} dx \quad (1)$$

এই সূত্ৰটোৱে বুজাইছে যে 22/7 ৰ পৰা যদি পাই বিয়োগ কৰা যায় তেনেহ'লে সমান চিনৰ সোঁফালে থকা নিশ্চিত অনুকলটো (Definite Integral) পোৱা যাব। সোঁফালৰ নিশ্চিত অনুকলটোৰ অনুকল্যৰ (integrand) মান (অৰ্থাৎ,

$\frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2}$  ৰ মান) যিহেতু 0 আৰু 1 ৰ মাজৰ যিকোনো  $x$  ৰ মানৰ বাবে ধনাত্মক, সেয়েহে অনুকলটোৰ মানো

ধনাত্মকেই হ'ব। অৰ্থাৎ, সমান চিনৰ বাওঁফালৰ “22/7- $\pi$ ” খিনিও ধনাত্মক। সেয়েহে 22/7 হ'ল পাইতকৈ ডাঙৰ। আৰু সেই সোঁফালৰ অনুকলটোৰ মানটোৱেই হ'ল 22/7 সংখ্যাটো পাইতকৈ কিমানখিনি ডাঙৰ তাৰ গাণিতিক জোখ।

আমি দেখিলোঁ যে অপৰিমেয়  $\pi$  ৰ 22/7 হ'ল এটা পৰিমেয় আসন্নকৰণ (Rational approximation)। উল্লেখনীয়

যে যিকোনো অপৰিমেয় সংখ্যা এটাৰ সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ (Simple Continued Fraction) অভিসৰণবোৰে (Convergents) আটাইতকৈ ভালকৈ পৰিমেয় আসন্নকৰণ (Best Rational Approximation) কৰে। অপৰিমেয়  $\pi$  ৰ সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ ৰূপটো হ'ল—

$$\pi = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \dots}}}}}}}}}}$$

তলত পাইৰ এই সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ পৰা পোৱা প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুৰ্থ, পঞ্চম আৰু ষষ্ঠ অভিসৰণবোৰ দশমিক প্ৰসাৰণৰ সৈতে যথাক্ৰমে দিয়া হ'লঃ

3,

$$3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7} = \underbrace{3.1428571428571}_{\text{3.1428571428571...}},$$

$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15}} = 3 + \frac{15}{106} = \frac{333}{106} = \underbrace{3.1415094339622}_{\text{3.1415094339622...}},$$

$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1}}} = 3 + \frac{16}{113} = \frac{355}{113} = \underbrace{3.1415929203539}_{\text{3.1415929203539...}},$$

$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292}}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{292}{293}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{293}{4687}} = 3 + \frac{4687}{33102} = \frac{103993}{33102} = \underbrace{3.1415926530119}_{\text{3.1415926530119...}},$$



$$3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292 + \frac{1}{1}}}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{293}{294}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{294}{4703}} = 3 + \frac{4703}{33215} = \frac{104348}{33215} = \underbrace{3.1415926539214}_{\dots},$$

য'ত তল-বন্ধনীৰ ভিতৰত দিয়া অংকেইটালৈকে অভিসৰণকেইটাই পাইৰ শুদ্ধমান দিছে। সংখ্যাতত্ত্বৰ তলৰ জনাজাত উপপাদ্যটোৰ দ্বাৰা এইটো প্ৰতীয়মান হয় যে অপৰিমেয় সংখ্যা এটাৰ সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ অভিসৰণবোৰে আটাইতকৈ ভালকৈ সংখ্যাটো পৰিমেয় আসন্নকৰণ কৰে।

উপপাদ্য : ধৰা হ'ল  $x$  এটা অপৰিমেয় সংখ্যা আৰু  $P_k/Q_k$  হ'ল  $x$  ৰ সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ  $k$ -তম অভিসৰণ। যদি অখণ্ড সংখ্যা  $p$  আৰু ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা  $q$  ৰ বাবে

$$\left| x - \frac{p}{q} \right| < \left| x - \frac{P_k}{Q_k} \right|$$

সিদ্ধ হয়, তেন্তে  $q > Q_k$  হ'ব।

উপৰিউক্ত উপপাদ্যৰপৰা এইটো সহজে অনুমেয় যে এটা পৰিমেয় সংখ্যা  $p/q$  ই  $22/7$  তকৈ ভালকৈ পাইৰ মান আসন্নকৰণ কৰিবলৈ হ'লে পৰিমেয় সংখ্যাটোৰ হৰটো, মানে  $q$  টো,  $7$  তকৈ ডাঙৰ হ'ব লাগিব। এটা পৰিমেয় সংখ্যা  $p/q$  ই পাইৰ সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ আন এটা অভিসৰণ  $355/113$  তকৈ ভালকৈ পাইৰ মান আসন্নকৰণ কৰিবলৈ হ'লে  $q$  টো  $113$  তকৈ ডাঙৰ হ'ব লাগিব। প্ৰকৃততে সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ তত্ত্ব ব্যৱহাৰ কৰি প্ৰমাণ কৰিব পাৰি যে  $22/7$  এ আন যিকোনো লঘিষ্ঠ আকাৰৰ পৰিমেয় সংখ্যা  $p/q$  তকৈ ভালকৈ পাইৰ আসন্নমান দিয়ে যদিহে  $q$  টো  $57$  তকৈ সৰু হয়। এনেদৰে  $355/113$  টোও আন যিকোনো লঘিষ্ঠ আকাৰৰ পৰিমেয় সংখ্যা  $p/q$  তকৈ ভাল পাইৰ আসন্নমান যদিহে  $q$  টো  $1000$  তকৈ সৰু হয়।

পাই আৰু  $22/7$ ৰ মাজৰ অন্তৰখিনি ডালজেলৰ অনুকলীয় সূত্র (1) ৰ পৰা পালোঁ। প্ৰশ্ন হ'ল, একেধৰণৰ সূত্র পাই আৰু ইয়াৰ সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ বাকী অভিসৰণবোৰৰ অন্তৰখিনিৰ বাবেও উলিয়াব পাৰি নেকি? গণিতজ্ঞ ষ্টীফেন লুকাচে (Stephen K. Lucas) 2005 আৰু 2009 চনত দেখুৱালে যে

$$\int_0^1 \frac{x^5(1-x)^6(197+462x^2)}{530(1+x^2)} dx = \pi - \frac{333}{106},$$

$$\int_0^1 \frac{x^8(1-x)^8(25+816x^2)}{3164(1+x^2)} dx = \frac{355}{113} - \pi,$$

$$\int_0^1 \frac{x^{14}(1-x)^{12}(124360+77159x^2)}{755216(1+x^2)} dx = \pi - \frac{103993}{33102},$$

$$\int_0^1 \frac{x^{12}(1-x)^{12}(1349-1060x^2)}{38544(1+x^2)} dx = \frac{104348}{33215} - \pi.$$

উপৰিউক্ত সূত্ৰসমূহত 333/106, 355/113, 103993/33102 আৰু 104348/33215 হ'ল  $\pi$ ৰ সৰল অবিৰত ভগ্নাংশৰ যথাক্ৰমে তৃতীয়, চতুৰ্থ, পঞ্চম আৰু ষষ্ঠ অভিসৰণ। ডালজেৰ আৰু লুকাচে তেওঁলোকৰ সুন্দৰ সূত্ৰবোৰনো কেনেকৈ পাইছিল জানিবলৈ আগ্ৰহী পাঠকে নিম্ন লিখিত গৱেষণা পত্ৰকেইখন পঢ়িব পাৰে।

1. D.P. Dalzell (1944), On 22/7, Journal of the London Mathematical Society, 19 :133–134.
2. D.P. Dalzell (1971), On 22/7 and 355/113, Eureka; the Archimedean's Journal, 34 : 10–13.
3. S.K. Lucas (2005), Integral proofs that  $355/113 > \pi$ , Gazette of the Australian Mathematical Society, 32 : 263–266.
4. S.K. Lucas (2009), Approximations to  $\pi$  derived from integrals with non-negative integrands, The American Mathematical Monthly, 116 : 166–172.

---

ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱা বৰ্তমান তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ অধ্যাপক।

*The history of the constant ratio of the circumference to the diameter of any circle is as old as man's desire to measure; where as the symbol for this ratio known today as  $\pi$  (pi) dates from the early 18th century. Before this the ratio had been awkwardly referred to in medieval Latin as 'the quantity which, when the diameter is multiplied by it, yields the circumference.'*

*It is widely believed that the great Swiss born mathematician Leonhard Euler (1707-1783) introduced the symbol  $\pi$  into common use. In fact it was first used in print in this modern sense in 1706 a year before Euler's birth by a self-taught mathematics teacher William Jones (1675-1749) in his second book Synopsis Palmariorum Matheseos, or A New Introduction to the mathematics based on his teaching notes.*

*[From 'The Man who Invented Pi' by Patricia Rothman in **History today** Vol. 59 issue 7, July 2009]*

# Class Room Mathematics

## Understanding graphs using SageMath

Dr. Debashish Sharma

### Introduction

The knowledge of plotting graphs and the ability to understand concepts graphically are two of the most important skills that a mathematics student should inculcate. With computers and smartphones available and used widely, it has become a lot more easier to build up the habit of plotting graphs to analyse mathematical concepts and problems. The recent introduction of the Choice Based Credit System (CBCS) as per the guidelines of University Grants Commission (UGC) has also necessitated the use of softwares to sharpen the mathematical and computational skills of the learners. As per the UGC model curriculum, there are four practical papers in the first two years of Mathematics Honours course. The first paper is on plotting various well known graphs. The very first query that often comes up is the feasibility of buying costly softwares for the purpose. Well, this problem has a very simple solution in form of a large number of opensource softwares. These are available free of cost and are at par with any of the commercial softwares. Some well known ones are Octave, SCILAB and SageMath. In my college, I have used all three of them. However, my personal experience tells me that SageMath is quite helpful and simple to use. This software can be downloaded free of cost from [www.sagemath.org](http://www.sagemath.org). It can also be used online in the cloud platform CoCalc, the link of which is given in the same website. In this article, I shall share my experiences in conducting the practicals on plotting graphs for 1st Semester Mathematics Honours students.

### Using SageMath

```
In [1]: a=5
        b=6
        a+b
Out[1]: 11
```

*Figure 1*

```
In [3]: x=5
        y=3
        x*y
Out[3]: 15
```

*Figure 2*

```
In [7]: t=5
        z=3
        t%z
Out[7]: 2
```

*Figure 3*

To get the students acquainted with the basic syntax of SageMath, we can begin with simple arithmetic computations. For example, the code in Figure 1 assigns the values 5 and 6 to two variables a and b and gives the value of the sum a+b as the output. Figure 2 shows the code for computing the product of two variables x and y. Figure 3 shows the modulo division i.e. the remainder when t is divided by z.

For plotting graphs, the students just need to understand the format of a few plotting commands. These are discussed below :

**plot command :**

This command is used to plot a function given by  $y=f(x)$  within a certain range of values of x, say  $x=a$  to  $x=b$ . The general syntax is `plot(f(x),(x,a,b))`. Some examples are given below. The outputs are shown in Figures 4 and 5.

Sage code to plot the straight line  $y=mx+c$

```
m=2
c=-3
f(x)=m*x+c
plot(f(x),(x,-2,3))
```

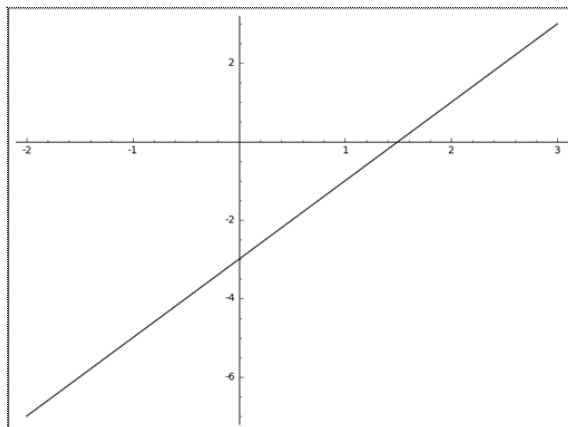


Figure 4 : Straight line

Sage code to plot the parabola  $y=x^2$

```
a=-1
b=1
plot(x^2,(x,a,b))
```

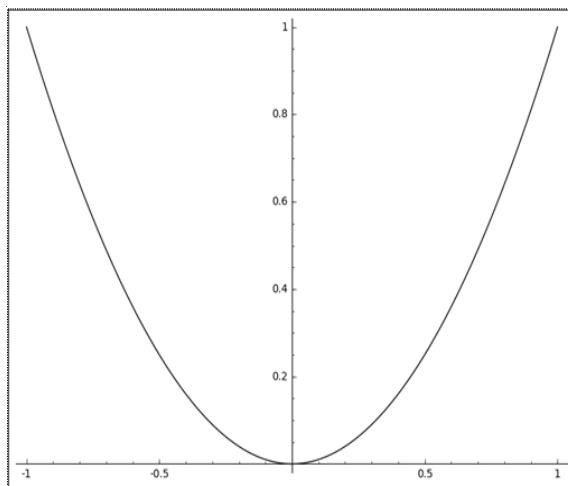


Figure 5 : Parabola

Once the students are comfortable with plotting such basic functions, we can proceed to plotting several graphs, related in some way, on the same worksheet. For example, the code for plotting three parallel straight lines is given below. We need three plot commands, each of which is stored in a different variable. The final graph is obtained by calling the sum of these variables. We can also use different colours for each plot. This is also illustrated in the Sage code below.



Sage code to plot three parallel straight lines

```
m=2
c=0
p1=plot(m*x+c,(x,-3,3))
m=2
c=2
p2=plot(m*x+c,(x,-3,3),color='green')
m=2
c=-3
p3=plot(m*x+c,(x,-3,3),color='red',width='10')
p1+p2+p3
```

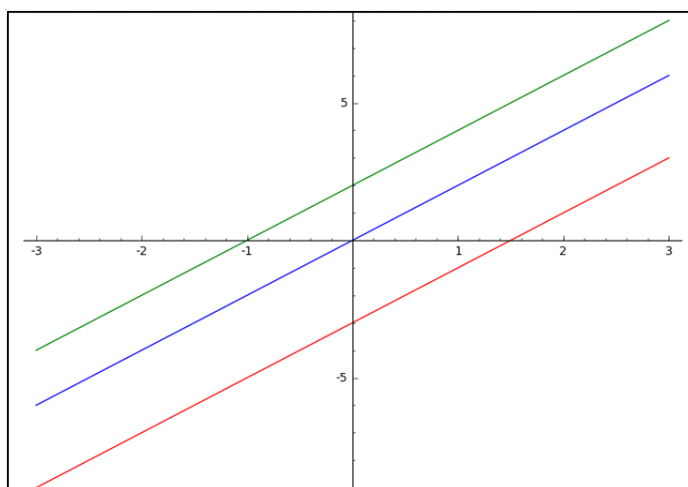


Figure 6 : Three parallel straight lines

Similarly, the students may be asked to plot three straight lines passing through the origin. It may also be necessary to use different pattern of curves for the plots. For this, we can use the linestyle option. The available styles are solid, dashed, dotted, dashdot which produce curves accordingly. For example, Figure 7 shows the plot of  $y=\sin(ax+b)$  for three different sets of values of  $a$  and  $b$ . This example will illustrate the effect of changing the values of  $a$  and  $b$  on the graph of  $y=\sin(ax+b)$ .

Sage code to plot  $y=\sin(ax+b)$  for three different sets of values of  $a$  and  $b$  :

```
a=1
b=0
p1=plot(sin(a*x+b),(x,-2*pi,2*pi))
a=1
b=pi/2
p2=plot(sin(a*x+b),(x,-2*pi,2*pi),linestyle='dashdot')
a=1
b=-pi/2
```

```
p3=plot(sin(a*x+b),(x,-2*pi,2*pi),color='red',linestyle='dashed')
p1+p2+p3
```

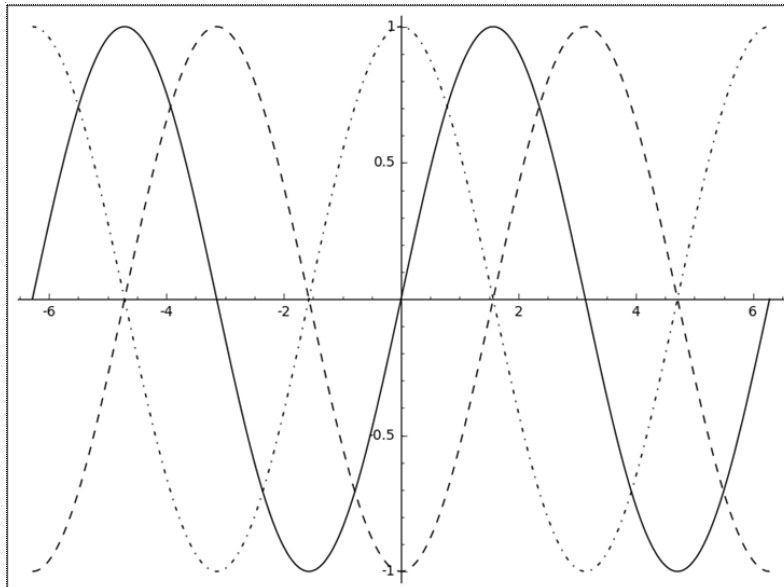


Figure 7 : Graphs of  $y=\sin(ax+b)$  for three sets of values of  $a$  and  $b$

Next, we can proceed to plotting of a family of curves given by some parameters. This will enhance the understanding of the students. For this, we require a loop structure. In SageMath, this is given by a for loop. The following code will plot the family of parallel straight lines having slope 1.

Sage code to plot the family of parallel straight lines  $y= x+c$  for several values of  $c$  :

```
p=Graphics()
for c in srange(-3,3,0.5):
p=p+plot(x+c,(x,-5,5),color='black')
p
```

Here, `srange(-3,3,0.5)` means the list of values starting with -3 and incremented by 0.5 upto 3 but excluding 3. `Graphics()` creates an empty graphics window and assigns it to `p`. The for loop thus plots the graphs for  $c=-3, -2.5, -2, \dots, 2$  and  $2.5$  only. The plot is illustrated in Figure 8. In a similar way, we can plot several other families of curves.

Figure 8 : Family of parallel straight lines  $y=x+c$

Many curves are often given by implicit equations in  $x$  and  $y$  rather than as  $y=f(x)$ . For such curves, we have the following command :

**implicit\_plot** command :

Suppose we need to plot a curve given in the implicit form  $f(x,y)=k$  between  $x=a$  to  $x=b$  and  $y=c$  to  $y=d$ . Then we have the general syntax `implicit_plot(f(x,y)-k,(x,a,b),(y,c,d))`

Sage code to plot a circle with given centre and radius :

```
var('x,y')
```

```

h=2
k=3
r=2
implicit_plot((x-h)^2+(y-k)^2-r^2,(x,h-r,h+r),(y,k-r,k+r))

```

The output is given in figure 9.

Sage code to plot a family of circles in first quadrant which touch both the axes :

```

var('x,y')
P=Graphics()
for c in srange(0.4,3,0.1):
P=P+implicit_plot((x-c)^2+(y-c)^2-c^2,(x,0,2*c),(y,0,2*c))
P

```

The output is given in figure 10.

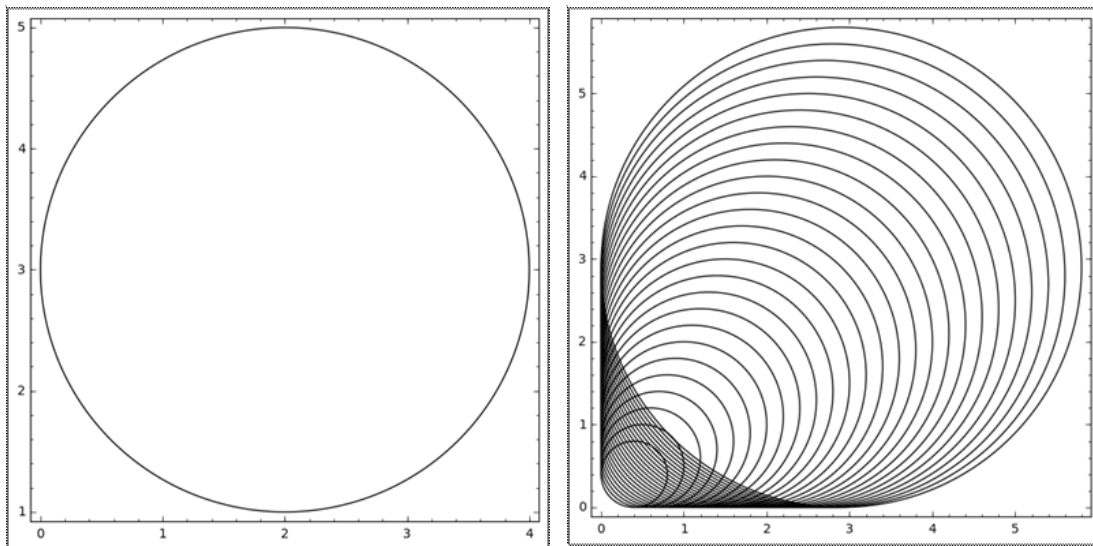


Figure 9 : Circle

Figure 10 : Family of circles

It is also necessary to use parametric equations in order to plot curves. For this, we have the following command :

**parametric\_plot** command :

Suppose, we want to plot a curve whose parametric equation is given by  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$ ,  $z=h(t)$  for  $t$  in  $[a, b]$ . The general syntax is `parametric_plot((f(t), g(t), h(t)), (t,a,b))`

For example, the parametric equation of the astroid  $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$  is given by  $x=acos^3t$ ,  $y=asin^3t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ . The code to plot the astroid is given below.

Sage code to plot an astroid :

```

var('t')
a=3 parametric_plot((a*(cos(t))^3,a*(sin(t))^3),(t,0,2*pi))

```

The output is shown in Figure 11.

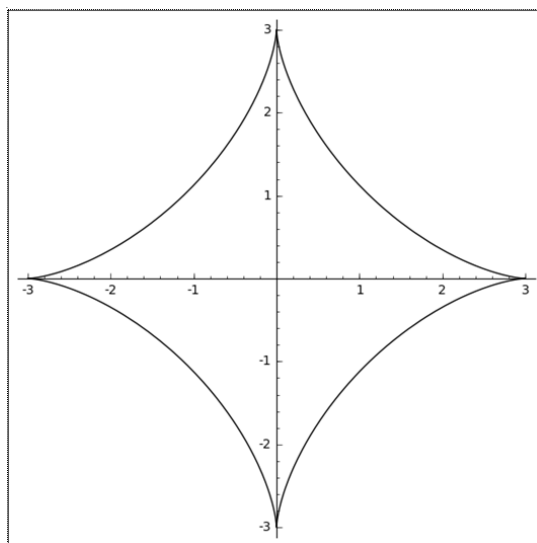


Figure 11 : Astroid

Some interesting exercises can be given to the students so that they visualize the mathematical concepts in a better way. One such exercise can be plotting tangents to curves.

Sage code to plot tangents to the curve  $y=x^3-6x+3$  at any point  $(a,b)$  on the curve

```
f(x)=x^3-6*x+3
df(x)=diff(f,x)
a=-1
b=f(a)
slope=df(a)
p=plot(f(x),(x,-3,3))
t=plot(b+slope*(x-a),(x,-3,3))
p+t
```

The code given above is quite general in the sense that we just need to plug in the value of the x-coordinate and the rest is done automatically. Figure 12 gives the graphical representation for  $a=1$ . The command `diff(f,x)` given in the above code gives the first derivative of  $f(x)$ .

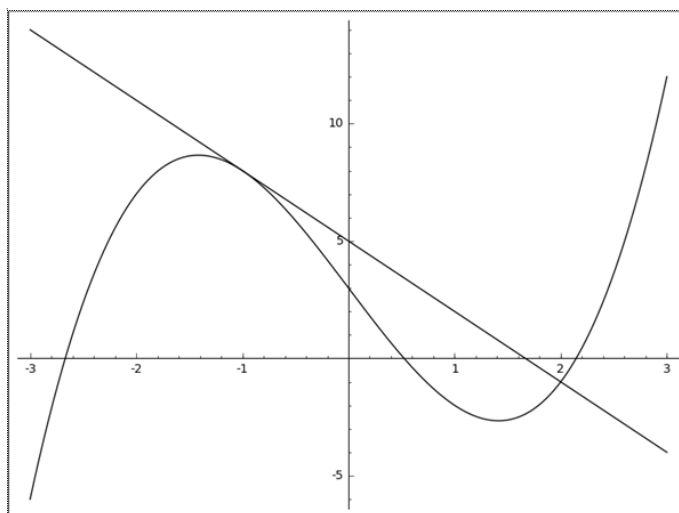


Figure 12 : Tangent at  $(-1,8)$

Next, let us plot the normal to the curve as well. We have the following code then :

```
f(x)=x^3-6*x+3
a=-1
b=f(a)
```



```

slope=diff(f,x)(a)
p=plot(f(x),(x,-3,3))
t=plot(b+slope*(x-a),(x,-3,3))
n=plot(b-(1/slope)*(x-a),(x,-3,3))
p+t+n

```

But, it is to be observed that the tangent and normal in the above plot do not seem to be perpendicular to each other. This is because of the automatic scaling of the two axes by SageMath. One unit length in the X-axis is almost as large as 5 units length in Y-axis. This automatic scaling can be avoided by setting the aspect ratio of the first plot as 1. The same will be carried forward to the other subsequent plots. We use the following modified code : Figure 13

```

f(x)=x^3-6*x+3
a=-1
b=f(a)
slope=diff(f,x)(a)
p=plot(f(x),(x,-3,3),aspect_ratio=1)
t=plot(b+slope*(x-a),(x,-3,3))
n=plot(b-(1/slope)*(x-a),(x,-3,3))
p+t+n

```

The output is given in Figure 14.

Another interesting exercise for the students will be the graphical view of Lagrange's Mean Value Theorem. We use the following two sets of codes to illustrate this.

```

f(x)=x^3-6*x+3
a=-2
b=2
dfc=(f(b)-f(a))/(b-a)
g(x)=3*x^2-6-dfc
g.roots()

```

This code will give us two values of the point c in (a,b) where the tangent is parallel to the chord joining (a,f(a)) and (b,f(b)). Using those two values we write the next set of codes:

```

c1=-2/3*sqrt(3)
c2=2/3*sqrt(3)
p=plot(f(x),(x,-3,3))
ch1=plot(f(a)+dfc*(x-a),(x,a,b))
t1=plot(f(c1)+dfc*(x-c1),(x,a,b),color='red')
t2=plot(f(c2)+dfc*(x-c2),(x,a,b),color='green')
p+t1+t2+ch1

```

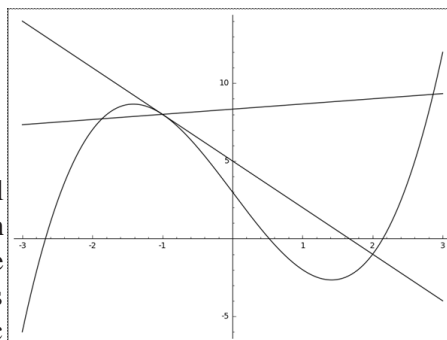


Figure 13 : Tangent and normal at (-1,8)

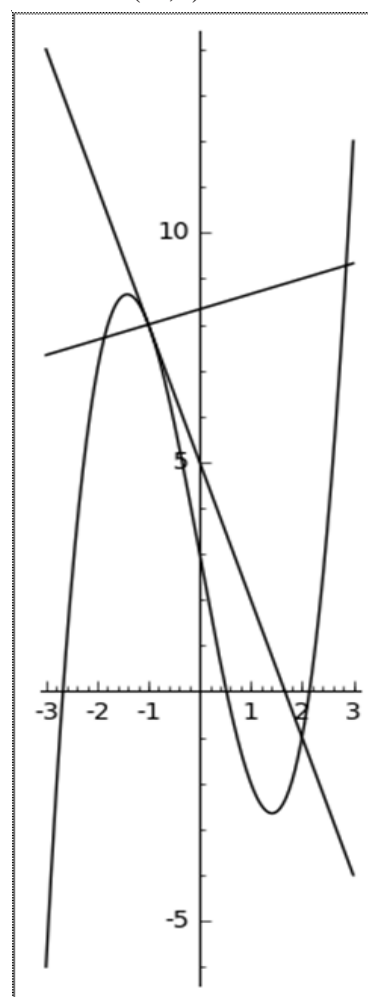


Figure : 14

The plots showing the curve, chord joining the points  $(a, f(a))$  and  $(b, f(b))$  and the tangents corresponding to  $c_1$  and  $c_2$  are shown in Figure 15. Similar commands exist for plotting three dimensional objects as well.

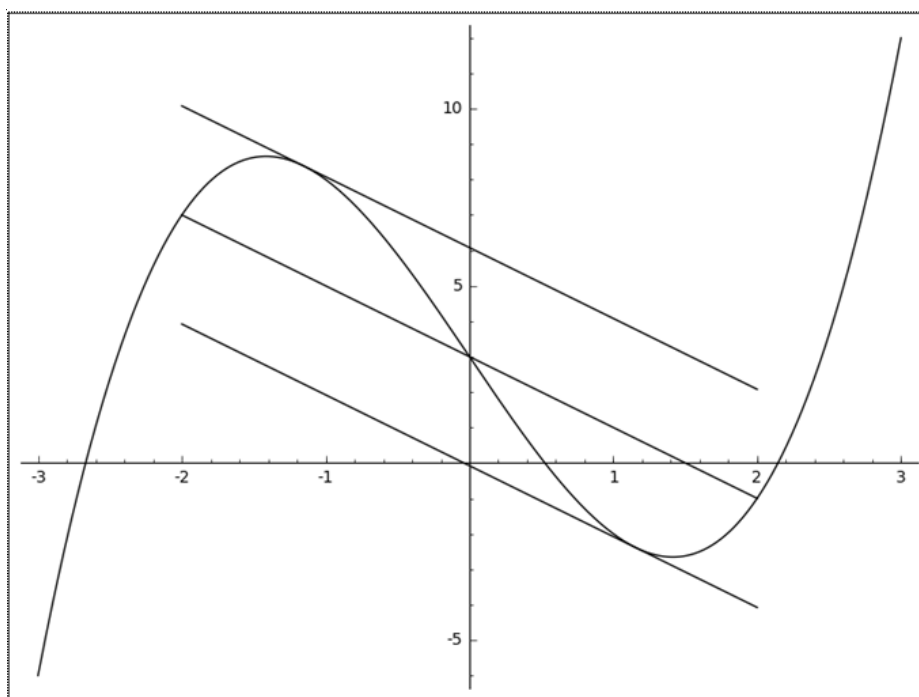


Figure 15 : Depiction of Lagrange's Mean Value Theorem

### Concluding notes

SageMath can be used as an effective tool in the practical classes for mathematics honours students. It has a wide variety of features to deal with graphs, equations, calculus and linear algebra. Most importantly, SageMath is an opensource software and so students and teachers can use it absolutely free of cost. SageMath also has a cloud platform called SageMathCloud where users can create an account and perform the computations online. It will be good if teachers take the initiative to introduce SageMath to the students.

### Useful resources :

1. Website for downloading the software : <http://www.sagemath.org>
2. Website for the cloud based version : <https://cocalc.com/app>

---

Dr. Debashish Sharma is at present assistant professor in the  
Department of Mathematics of G.C. College, Silchar

## দুহেজাৰ বছৰৰ মূৰত উত্তৰ ওলোৱা তিনিটা প্ৰশ্ন

পংকজ জ্যোতি মহন্ত

### অংকুৰণ :

১৪ শতিকাৰ পৰা ১৭ শতিকা জুৰি ইউৰোপত যি নৱজাগৰণ সংঘটিত হৈছিল, তাৰে এজন মহান ৰূপান্তৰক আছিল ইটালীৰ চিত্ৰশিল্পী ৰাফাএল (Raphael)। তেওঁৰ শ্ৰেষ্ঠতম কৃতি হ'ল The School of Athens শীৰ্ষক দেৱাল-চিত্ৰখন। য'ত তেওঁ প্লেটো, এৰিষ্টটল, ছক্ৰেটিছ, ইউক্লিড আদি কেইবাজনো প্ৰাচীন গ্ৰীক জ্ঞান-সাধকৰ ছবি অংকণ কৰিছিল। এইসকলে নিজকে কেন্দ্ৰ কৰি তাহানিৰ গ্ৰীছত গঢ়ি তোলা জ্ঞান-চৰ্চা-কেন্দ্ৰসমূহ হৈ উঠিছিল মানৱ সভ্যতা বিকাশৰ এটি এটি কেন্দ্ৰ। ৰাফাএলৰ চিত্ৰখনে যেন সেই গোটেই সভ্যতা বিকাশৰ খনিকৰসকলক একে স্থানলৈ তুলি আনি মানুহৰ চকুৰ আগত প্ৰদৰ্শন কৰিলে। সেইবোৰ সময়ত অসমত উল্লেখযোগ্য কাম হৈছিল প্ৰধানকৈ দুটা : নাম গোৱা আৰু প্ৰসাদ খোৱা।

প্লেটোৱেও প্ৰতিষ্ঠা কৰিছিল এনে এটি শিক্ষা-কেন্দ্ৰ। সেই শিক্ষা-কেন্দ্ৰলৈ প্ৰেৰণ কৰা এটা প্ৰশ্ন আছিল— এটা ঘনক যদি দিয়া হয়, তেন্তে কেৱল ৰলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত তাৰ দুগুণ আয়তনৰ ঘনকটো আঁকিব পৰা যাব নে নাই? হয়, দাৰ্শনিক বুলি প্ৰধানকৈ জনাজাত প্লেটোৰ একাডেমীত এইবোৰ চৰ্চা হৈছিল। তাৰ উত্তৰ প্লেটো বা তেওঁৰ ছাত্ৰসকলে দিব নোৱাৰিলে। ৰলমাৰি আৰু কম্পাছ লৈ এই ধৰণৰ কাম প্ৰাচীন গ্ৰীকসকলে কেইবা শতিকা ধৰি কৰি আছিল। কিছুমান অংকন সহজ, তেওঁলোকে পাৰিছিল। যেনে ৰলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত যিকোনো এটা কোণ সমানে দুভাগ কৰিব তেওঁলোকে পাৰিছিল। যিটো আজিকালি স্কুলীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে কৰে। কিন্তু কিছুমান অংকন তেওঁলোকে নোৱাৰিছিল। যেনে কেৱল ৰলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত যিকোনো এটা কোণ সমানে তিনিভাগ কৰিব তেওঁলোকে নোৱাৰিছিল। আৰু সেইবোৰ তেনেকৈ অংকন কৰিব পৰা যাব নে নাই সেইটোৰ উত্তৰো তেওঁলোকে পোৱা নাছিল। তাৰে তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দুহেজাৰ বছৰ ধৰি পৃথিৱীৰ কোনোও দিব নোৱাৰিলে। আহি আহি উনৈছ শতিকাত এইবোৰৰ উত্তৰ ওলাল। দুহেজাৰ বছৰ সমাধান নোলোৱা সেই প্ৰশ্ন তিনিটা এবাৰ জুকিয়াই লিখি লওঁ—

১) ৰলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত এটা প্ৰদত্ত বৃত্তৰ সমান কালিৰ বৰ্গক্ষেত্ৰটো আঁকিব পাৰি নে নোৱাৰি? (এই কাৰ্যটোক চমুকৈ কোৱা হয়— বৃত্তৰ বৰ্গীকৰণ।)

২) ৰলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত এটা প্ৰদত্ত ঘনকৰ দুগুণ আয়তনৰ ঘনকটো আঁকিব পাৰি নে নোৱাৰি? (এই কাৰ্যটোক চমুকৈ কোৱা হয়— ঘনকৰ দ্বিগুণীকৰণ।)

৩) ৰলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত যিকোনো এটা প্ৰদত্ত কোনৰ এক তৃতীয়াংশ জোখৰ কোণ এটা আঁকিব পাৰি নে নোৱাৰি? (এই কাৰ্যটোক চমুকৈ কোৱা হয়— কোণৰ ত্ৰিখণ্ডন।)

এই অংকনসমূহ সম্ভৱ নহয় বুলি প্ৰমাণ কৰিবলৈ স্কুলীয়া পৰ্যায়ততো দিয়া নহয়েই, আনকি আমাৰ কিছুসংখ্যক বিশ্ববিদ্যালয়তহে এই সম্পৰ্কে পাঠদান হয়। বিষয়টো ইমান জটিল যদিও, আমোদজনক আৰু আশ্চৰ্যৰ কথাটো হ'ল বিভিন্ন সময়ৰ যি কেইজনমান গণিতজ্ঞৰ বাবে এইসমূহৰ প্ৰমাণ ওলাল, তেওঁলোকৰ মাজৰ মূল এজনৰ মৃত্যু হৈছিল ২১ বছৰ নহওতেই (ইভাৰিষ্ট গেল্‌ওৰা), আন এজনে এটা অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ প্ৰমাণ দিছিল ১৯ বছৰ বয়সত (কাৰ্ল ফ্ৰিডৰিখ গাউছ), আৰু আন এজনে ইয়াৰে দুটাৰ সম্পূৰ্ণ উত্তৰ দিয়াৰ লগতে আন ব্যাখ্যাও আগবঢ়াইছিল ২৩ বছৰ বয়সত (পিয়েৰ ৱাণ্ট্‌জেল)।

**ৰুলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত অংকন মানে কি :**

ৰুলমাৰিৰ অৰ্থটো হৈছে— স্কেলৰ দৰে দাগ নথকা এডাল পোন মাৰি, যাৰ সহায়ত যিকোনো সসীম দৈৰ্ঘ্যৰ সৰল ৰেখা আঁকিব পাৰি। স্কেলৰ দৰে দাগ নথকা বাবে তাৰ সহায়ত ৰেখাবোৰৰ মাপ ল'ব পৰা নাযায়।

কম্পাছৰ সহায়ত যিকোনো সসীম ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত আঁকিব পৰা যায়। কথাখিনি বুজাৰ পাছত কোনো কোনো সময়ত গোটেই বৃত্ত এটা নঅঁকাকৈ প্ৰয়োজন মতে কেৱল বৃত্তটোৰ চাপ আঁকিলেও হৈ যায়।

কেৱল ৰুলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত কিবা এটা অংকন কৰাৰ অৰ্থটো হৈছে— ইহঁতৰ সহায়ত সৰল ৰেখা আৰু বৃত্ত বা বৃত্তৰ চাপ অংকন কৰি বস্তুটো আঁকিব লাগিব। প্ৰয়োজন হ'লে বহুবাৰ সৰল ৰেখা বা বৃত্ত আঁকিব পৰা যাব, মাথোঁ কাৰ্যখিনি সসীম সংখ্যকবাৰ কৰিব লাগিব। অসীম কাল জুৰি অসীমবাৰ আঁকিয়েই আছোঁ বুলি ধৰি ল'লে নহ'ব।

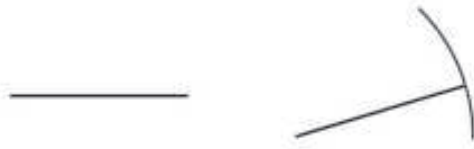
**কেইটিমান সহজ অংকন :**

এই অংকনসমূহ প্ৰমাণ কৰিবলৈ ইউক্লিডীয় জ্যামিতি, অৰ্থাৎ সমতলীয় জ্যামিতিৰ মাথোঁ কেইটিমান বৈশিষ্ট জানিলেই হয়।

**এডাল প্ৰদত্ত ৰেখাৰ একে দৈৰ্ঘ্যৰ আন এডাল ৰেখাৰ অংকন :**

প্ৰদত্ত ৰেখাডালৰ যিকোনো এটা মূৰত কম্পাছডালৰ জোঙটো লগাই লোৱা হ'ল। তেনেকৈ ধৰি থাকি ৰেখাডালৰ আনটো মূৰত কম্পাছডালৰ পেঞ্চিলৰ আগটো লগোৱা হ'ল। কম্পাছডালৰ এই জোখটো অকণো সলনি নকৰাকৈ তাৰ পৰা উঠাই আনি তাৰ জোঙটো সমতলখনৰ আন এক বিন্দুত ৰাখি এটা বৃত্ত বা বৃত্তৰ চাপ অঁকা হ'ল। এই বিন্দুটোৰ পৰা বৃত্তটোত বা বৃত্তটোৰ চাপত থকা যিকোনো এটা বিন্দুলৈ এডাল ৰেখা টানিলেই প্ৰদত্ত ৰেখাডালৰ সমান দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখা এডাল পোৱা যাব।

ইয়াৰ কাৰণটো হ'ল একোটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধবোৰৰ দৈৰ্ঘ্য সমান।



**এটা প্ৰদত্ত কোণৰ একে মাপৰ আন এটা কোণৰ অংকন :**

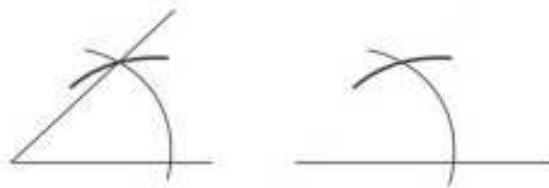
প্ৰদত্ত কোণটোৰ কৌণিক বিন্দুটোক কেন্দ্ৰ কৰি এটা বৃত্ত বা বৃত্তৰ চাপ অঁকা হ'ল, যাতে চাপটোৱে বাহু দুডালক কটাকটি কৰে। ইয়াৰ পাছত কাষতে এডাল নতুন ৰেখা অংকন কৰি তাৰ এটা মূৰত কেন্দ্ৰ কৰি একে জোখৰ এটা চাপ অঁকা হ'ল।

এইবাৰ প্ৰদত্ত কোণটোৰ এডাল বাহুত চাপটোৱে কটাকটি কৰা বিন্দুটোত কম্পাছৰ জোঙটো লোৱা হ'ল। আৰু



আনটো বাহুত চাপটোৱে কটাকটি কৰা বিন্দুটোৱে এটা নতুন চাপ অঁকা হ'ল। কম্পাছৰ এই জোখটো সলনি নকৰাকৈ নতুন বাহুডালৰ ক্ষেত্ৰতো একেদৰেই একেজোখৰ এটা চাপ অঁকা হ'ল। নতুন বাহুডালৰ সেই মূৰটো আৰু চাপ দুটাই কটাকটি কৰা বিন্দুটো সংযোগ কৰিলে একে জোখৰ কোণ এটা পোৱা যাব।

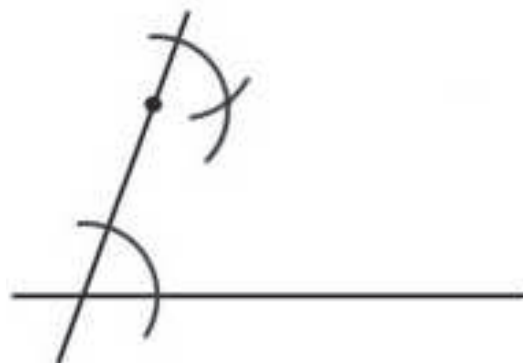
ইয়াৰ কাৰণটো হ'ল— প্ৰথম চাপটোৰ সহায়ত কোণ দুটাৰ বাহু দুডালৰ দৈৰ্ঘ্য সমান জোখত লোৱা হ'ল। দ্বিতীয় চাপটোৱে বাহু দুডালৰ সেই মূৰ দুটাৰ দূৰত্বটো লোৱা হ'ল। সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ বৈশিষ্টৰ সহায়ত কোণ দুটা সমান বুলি প্ৰমাণ হ'ল।



#### এডাল প্ৰদত্ত ৰেখাৰ সমান্তৰাল ৰেখা এডালৰ অংকন :

প্ৰথমে প্ৰদত্ত ৰেখাডালৰ এটা বিন্দুৱেদি পাৰ হৈ যোৱাকৈ আন এডাল ৰেখা অঁকা হ'ল। ৰেখা দুডালে চাৰিটা কোণ সৃষ্টি কৰিব। তাৰে এটা বাছি লোৱা হ'ল। সেই কোণটোৰ একে দিশে, সমান জোখৰ আন এটা কোণ নতুন বাহুডালৰ আন এটা বিন্দুত অঁকা হ'ল। (দুটা সমান কোণ অঁকাৰ পদ্ধতিটো ওপৰত দিয়া হৈছে।) এই তৃতীয় ৰেখাডাল প্ৰদত্ত ৰেখাডালৰ সমান্তৰাল হ'ব।

এইটো প্ৰমাণ হয় ইউক্লিডৰ পঞ্চমটো স্বীকাৰ্যৰ (যিটোক সমান্তৰাল স্বীকাৰ্য বুলিও কোৱা হয়) পৰা পোৱা এটা অনুসিদ্ধান্তৰ সহায়ত।



কেৱল এইটো পদ্ধতিৰেই নহয়, আন পদ্ধতিৰেও ৰুলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত সমান্তৰাল ৰেখা আঁকিব পাৰি।

প্ৰদত্ত ৰেখা এডালৰ সমান্তৰালকৈ অনিৰ্দিষ্ট ৰেখা এডাল এনেকৈ আঁকিব পৰা গ'ল। প্ৰদত্ত ৰেখাডালৰ সমান্তৰালকৈ এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৱে যোৱা ৰেখাডালো আঁকিব পৰা যায়। সেইদৰে, এডাল ৰেখাৰ লম্ব এডালো সহজে আঁকিব পাৰি। ৰেখা এডালৰ মধ্যবিন্দুটোও উলিয়াব পাৰি। ৰেখা এডালৰ লম্ব-সমদ্বিখণ্ডকডাল, বা এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা লম্বডালো আঁকিব পাৰি।

### কোণৰ সমদ্বিখণ্ডন :

প্রদত্ত কোণটোৰ কৌণিক বিন্দুটোক কেন্দ্ৰ কৰি এটা চাপ অঁকা হ'ল। এই চাপটোৱে বাহু দুডালক যি দুটা বিন্দুত কটাকটি কৰিলে, সেই বিন্দু দুটোক কেন্দ্ৰ কৰি পৰস্পৰে কটাকটি কৰাকৈ একে জোখৰ দুটা চাপ অঁকা হ'ল। (অৰ্থাৎ শেষত যি দুটা চাপ অঁকা হ'ল, সিহঁতৰ ব্যাসার্ধ সমান হ'ব লাগিব।) প্রথমটোৰ চাপ ব্যাসার্ধ শেষৰ দুটা চাপৰ লগত সমান হ'লেও বা নহ'লেও কোনো কথা নাই। শেষৰ চাপ দুটাই কটাকটি কৰি বিন্দুটোৰ পৰা কৌণিক বিন্দুটোলৈ টনা ৰেখাডালে প্রদত্ত কোণটোক সমানে দুভাগ কৰিব।

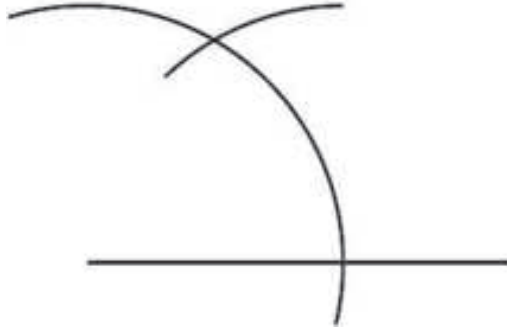
প্রথমটো চাপে বাহু দুডালত কটাকটি কৰা বিন্দু দুটাৰ পৰা, শেষৰ চাপ দুটাই কটাকটি কৰা বিন্দুটোলৈ দুডাল ৰেখা টানিলে দুটা ত্ৰিভুজ পোৱা যাব। বাহু-বাহু-বাহু বিধিৰে এই ত্ৰিভুজ দুটা সমান বুলি সহজে প্রমাণ কৰিব পাৰি। ভাগ হোৱা কোণ দুটাও সমান বুলি এনেদৰেই প্রমাণ হয়।

প্রদত্ত কোণটোৰ আধা জোখৰ কোণটো পোৱাৰ পাছত, সেইটো জোখৰ কোণ এটা বেলেগ স্থানতো ওপৰত দিয়া পদ্ধতি খটুৱাই আঁকিব পৰা যাব।

### 60 ডিগ্ৰী কোণৰ অংকন :

ৰেখা এডালৰ এটা মূৰক কেন্দ্ৰ কৰি এটা চাপ অঁকা হ'ল। সেই চাপটোৱে ৰেখাডালত কটাকটি কৰা বিন্দুটোক কেন্দ্ৰ কৰি একে ব্যাসার্ধৰ এটা চাপ অঁকা হ'ল, যাতে দ্বিতীয় চাপটোৱে প্রথমটো চাপক কটাকটি কৰে। ৰেখাডালৰ সেই মূৰটোৰ পৰা, চাপ দুটাই কটাকটি কৰা বিন্দুটোলৈ এডাল ৰেখা টানিলে 60 ডিগ্ৰী কোণ এটাৰ সৃষ্টি হ'ব।

উল্লেখিত তিনিওটা বিন্দু যদি পৰস্পৰে সংযোগ কৰা হয়, তেন্তে এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ পোৱা যাব। এনেদৰেই প্রমাণ হয় যে কোণটো 60 ডিগ্ৰীৰ।

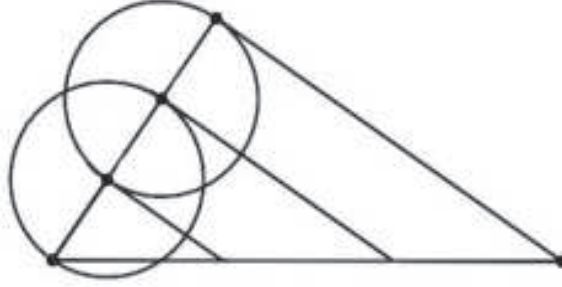


ওপৰৰ ধৰণে পদ্ধতিবোৰ খটুৱাইয়ে 30 ডিগ্ৰী, 90 ডিগ্ৰী, 45 ডিগ্ৰী, 150 ডিগ্ৰী কোণ; সমবাহু ত্ৰিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ, বৰ্গক্ষেত্ৰ, সুষম ষড়ভুজ, আয়তক্ষেত্ৰ, বস্ৰছ, সামান্তৰিকো আঁকিব পাৰি। অংকনৰ পৰিমাণ অলপ কম-বেছি হ'ব পাৰে, কিন্তু এইবোৰ কেইমিনিটমানৰ কাম, স্কুলীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে সুন্দৰকৈ পৰা উচিত। সুষম পঞ্চভুজো কোনো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে পাৰিব, সকলোৱে হয়তো নিজে নোৱাৰিব, কাৰণ এইটোত এইবোৰতকৈ কেইটামান অধিক অংকনৰ প্ৰয়োজন হয়।

### ৰেখাৰ ত্ৰিখণ্ডন :

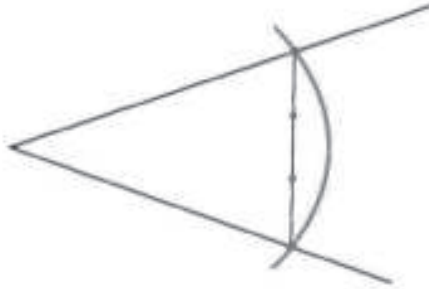
প্রদত্ত ৰেখাডালৰ এটা মূৰেদি আন এডাল ৰেখা আঁকি লোৱা হ'ল, যাতে ইহঁতে এটা কোণ সৃষ্টি কৰে যিটো 180 ডিগ্ৰী বা 0 ডিগ্ৰী নহয়। নতুন ৰেখাডালৰ এটা বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি এটা বৃত্ত অঁকা হ'ল, যাতে দুয়োডাল ৰেখাই

কটাকটি কৰা বিন্দুটোৰে বৃত্তটোও পাৰ হৈ যায়। এই বৃত্তটোৱে নতুন ৰেখাডালক আন এটা বিন্দুত কাটিব। এই শেষ বিন্দুটোক কেন্দ্ৰ কৰি আগৰ সমান ব্যাসার্ধ লৈ আন এটা বৃত্ত অঁকা হ'ল যাতে ই আগৰ বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰৰে যায়। ইয়াৰ ফলত নতুন ৰেখাডালত তিনিটা সমান সমান দৈৰ্ঘ্যৰ অংশ পোৱা গ'ল, কাৰণ বৃত্ত দুটাৰ ব্যাসার্ধ সমান আছিল। আৰু নতুন ৰেখাডালৰ ওপৰত তিনিটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দু পোৱা গ'ল। শেষৰ বিন্দুটোৰ পৰা প্ৰদত্ত ৰেখাডালৰ আনটো মূৰ সংযোগ কৰা হ'ল। এইডালৰ সমান্তৰালকৈ বাকী দুটা বিন্দুৰ পৰাও প্ৰদত্ত ৰেখাডাল সংযোগ কৰা হ'ল (যিটো ৰুলমাৰি আৰু কম্পাছেৰে অংকন কৰিব পাৰি)। ইয়াৰ ফলাফল ৰূপে প্ৰদত্ত ৰেখাডালৰ পৰা সমানে তিনিটা ভাগ পোৱা গ'ল। এনেদৰে প্ৰদত্ত ৰেখাডাল সমানে তিনিভাগ হৈছে বুলি সদৃশ ত্ৰিভুজৰ বৈশিষ্ট্যই প্ৰমাণ কৰে।



ইয়াতকৈ সামান্য পৃথক পদ্ধতিৰেও ৰেখা এডাল সমানে তিনিভাগ কৰিব পাৰি।

যিহেতু ৰেখা এডাল সমানে তিনিভাগ কৰাটো সম্ভৱ, ইয়াৰ সহায়তে কোণ একোটাও সমানে তিনিভাগ কৰিব পৰাটো সম্ভৱ বুলি ধাৰণা আহিব পাৰে। প্ৰদত্ত কোণটোৰ কৌণিক বিন্দুটোক কেন্দ্ৰ কৰি এটা চাপ অঁকিলে, তাৰ বাহু দুডালৰ পৰা সমান দৈৰ্ঘ্য দুটা পোৱা যাব। চাপটোৱে কটাকটি কৰা বিন্দু দুটা সংযোগ কৰিলে এটা সমদ্বিবাছ ত্ৰিভুজ পোৱা যাব। প্ৰদত্ত কোণটোৰ এই বিপৰীত বাহুটো সমানে তিনিভাগ কৰিব পৰা যাব, আৰু ফলত বাহুটোৰ মাজত দুটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দু পোৱা যাব। এই বিন্দু দুটা কৌণিক বিন্দুটোৰ সৈতে সংযোগ কৰিলে প্ৰদত্ত কোণটো সমানে তিনিভাগ হ'ব নেকি?



এইটো নহয় বুলি, অৰ্থাৎ ৰেখাৰ ত্ৰিখণ্ডনে কোণৰ ত্ৰিখণ্ডন সম্ভৱ নকৰে বুলি স্কুলীয়া পৰ্যায়ৰ গণিত অলিম্পিয়াডৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে প্ৰমাণ কৰিব পাৰিব, পৰীক্ষাবহীৰ এক পৃষ্ঠামানৰ ব্যাখ্যা।

**অংকনযোগ্য সংখ্যা (Constructible number) :**

একক দৈৰ্ঘ্য এটা দিয়া থাকিলে, যদি আন কোনো এটা দৈৰ্ঘ্যৰ এডাল ৰেখাখণ্ড কেৱল ৰুলমাৰি আৰু

কম্পাছেৰে অংকন কৰিব পাৰি, তেন্তে সেই দৈৰ্ঘ্যটোক, অৰ্থাৎ সেই সংখ্যাটোক অংকনযোগ্য সংখ্যা বোলা হয়। সেই সংখ্যাটোৰ ঋণাত্মক মানটোকো অংকনযোগ্য বোলা হয়।

একক দৈৰ্ঘ্য এটাৰ এটা মূৰৰ পৰা তাৰ সমান্তৰালকৈ আন এডাল একক দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাখণ্ড আঁকিব পৰা যাব দুয়োডাল মিলাই নতুন ৰেখাডালৰ দৈৰ্ঘ্য হ'ব 2। অৰ্থাৎ, 2ও অংকনযোগ্য সংখ্যা। সেইদৰে, সকলো স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু সিহঁতৰ ঋণাত্মকবোৰ অংকনযোগ্য।

যদি  $a$  আৰু  $b$  দুটা অংকন যোগ্য সংখ্যা, তেন্তে  $a+b$ ,  $a-b$ ,  $ab$ ,  $a/b$  (এই ক্ষেত্ৰত  $b$  অশূন্য) আৰু  $\sqrt{a}$  অংকনযোগ্য।

**$a+b$  আৰু  $a-b$ ৰ অংকন :**



2 ক অংকন কৰা পদ্ধতিৰেই  $a+b$  ক অংকন কৰিব পাৰি। আৰু  $a-b$  ক অংকন কৰিবলৈ  $a$  দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাডালৰ এটা মূৰৰ পৰা তাৰ ওপৰত  $b$  দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাডাল আঁকিব লাগে।

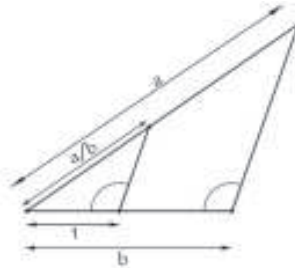
**$ab$ ৰ অংকন :**



প্ৰদত্ত  $a$  আৰু  $b$  দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাখণ্ড দুডাল এটা মূৰে মূৰে লগ লগাই কোণীয়াকৈ অঁকা হ'ল। সেই কোণিক বিন্দুটোৰ পৰা  $b$  ৰেখাডালৰ ওপৰত একক দৈৰ্ঘ্যটো অঁকা হ'ল। একক দৈৰ্ঘ্যটোৰ আনটো মূৰ আৰু  $a$  ৰ আনটো মূৰ সংযোগ কৰা হ'ল। এই ৰেখাডালৰ সমান্তৰালকৈ  $b$  ৰ আনটো মূৰৰ পৰা এডাল ৰেখা অঁকা হ'ল। এই ৰেখাডালক কটাকৈ  $a$  ক বঢ়াই দিয়া হ'ল। বৰ্ধিত  $a$  ৰ সেই অংশটোৱেই হ'ব  $ab$ ।

সদৃশ ত্ৰিভুজৰ বৈশিষ্টৰ সহায়ত ইয়াৰ প্ৰমাণ সম্ভৱ হয়।

**$a/b$ ৰ অংকন :**



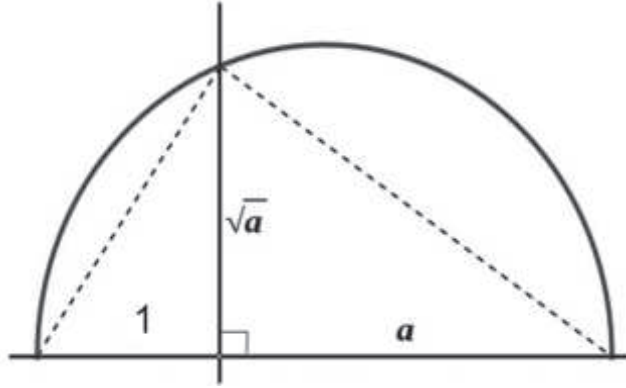


এইটো অংকনত  $ab$  ৰ অংকনটোতকৈ সামান্যহে পাৰ্থক্য আছে। ইয়াত  $b$  ৰ আনটো মূৰৰ লগত  $a$  ৰ আনটো মূৰ সংযোগ কৰি লোৱা হৈছে। ইয়াত  $a$  ৰ সলনি  $1$  ল'লে  $1/b$  ও অংকনযোগ্য বুলি পোৱা যাব।

আন ধৰণেও  $ab$  আৰু  $a/b$  অংকন কৰিব পাৰি। একোটা বৃত্তৰ চাপৰ সহায়ত সিহঁতক আন স্থানলৈ নিব পাৰি। সংখ্যা-ৰেখাডালৰ ওপৰতো ইহঁতক দেখুৱাব পাৰি।

এই  $a/b$  অংকনযোগ্য মান, প্ৰমাণ হ'ল যে সকলো পৰিমেয় সংখ্যা অংকনযোগ্য।

$\sqrt{a}$  ৰ অংকন :



$1+a$  দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাখণ্ডক ব্যাস হিচাপে লৈ এটা অৰ্ধবৃত্ত অঁকা হ'ল। ব্যাসডালৰ  $1$  আৰু  $a$  ৰ সংযোগ বিন্দুটোত এডাল লম্ব অঁকা হ'ল। লম্বডালে অৰ্ধবৃত্তটোক এটা বিন্দুত কাটিব। ব্যাসডালৰ পৰা অৰ্ধবৃত্তটোলৈ সেই লম্বডালৰ দৈৰ্ঘ্য  $\sqrt{a}$ ।

লম্বডালে অৰ্ধবৃত্তটোত কটা বিন্দুটোৰ পৰা ব্যাসডালৰ দুই মূৰ সংযোগ কৰিলে তিনিটা সদৃশ ত্ৰিভুজ পোৱা যাব। কাৰণ, ব্যাসে বৃত্তৰ পৰিধিত উৎপন্ন কৰা কোণবোৰ  $90$  ডিগ্ৰীৰ। সদৃশ ত্ৰিভুজৰ বৈশিষ্ট্যৰে সেই দৈৰ্ঘ্যটো  $\sqrt{a}$  বুলি প্ৰমাণ হয়।

ইয়াত  $a = 2$  লৈ  $\sqrt{2}$  অংকন কৰিব পাৰি। পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যৰ সহায়তো  $\sqrt{2}$  অংকন কৰিব পাৰি।

যদি  $a, b, c, d, e, f, g$  অংকনযোগ্য, তেন্তে ওপৰৰ পদ্ধতিবোৰেৰে প্ৰমাণ হয় যে  $c+b\sqrt{a}$  অংকনযোগ্য।

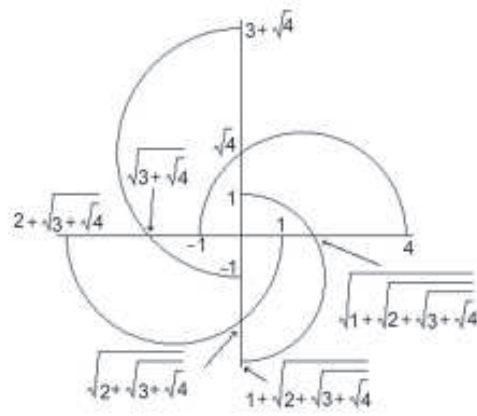
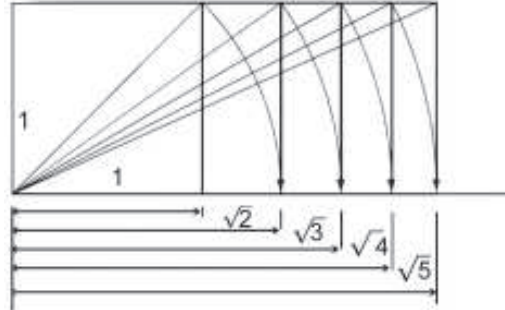
গতিকে,  $e+d\sqrt{c+b\sqrt{a}}$  অংকনযোগ্য।

একেদৰে,  $g+f\sqrt{e+d\sqrt{c+b\sqrt{a}}}$  অংকনযোগ্য।

এইদৰে আৰু অধিক অংকন কৰি গৈ থাকিব পৰা যাব।

এয়া পুৰণি কালৰ কথা। তেতিয়াই মানুহে এইবিলাক অংকন কৰিবলৈ সক্ষম হৈছিল, কাৰণ ইয়াৰ বাবে ইউক্লিডৰ “এলিমেন্টছ”ৰ (খ্ৰীঃপূঃ 300 মানতেই প্ৰকাশিত) কিছু কথাৰ বাহিৰে আন বিশেষ একো কথা নাজানিলেও হয়। সেয়েহে পুৰণি কালত, এটা বৰ্গৰ দুগুণ কালিৰ বৰ্গটো আঁকিব পাৰি বুলি মানুহে জানিছিল, আৰু তেওঁলোকে আঁকিব পাৰিছিলো। কাৰণ, প্ৰদত্ত বৰ্গটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য  $a$  হ'লে, তাৰ কালি হ'ব  $a^2$ , আৰু অংকন কৰিবলগীয়া বৰ্গটোৰ কালি হ'ব  $2a^2$ । অৰ্থাৎ অংকন কৰিবলগীয়া বৰ্গটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য  $\sqrt{2}a$ । প্ৰথম বৰ্গটো দিয়া আছে মানে  $a$  টো দিয়া আছে। আৰু  $\sqrt{2}$  হৈছে অংকনযোগ্য সংখ্যা। গতিকে  $\sqrt{2}a$  ও অংকনযোগ্য। সেয়েহে  $2a^2$  কালিৰ বৰ্গটোও আঁকিব পৰা যায়।

কেইটামান সহজ আরু মোহনীয় উদাহরণ :



উনৈছ শতিকাত সৃষ্টি হোৱা দুখন অভিনৱ আৰু অসাধাৰণ সঁকো :

ইউক্লিডৰ “এলিমেন্টছ”ৰ সময়ৰ পৰা কেইবা শতিকা পাৰ হৈ যোৱাৰ পাছত “স্থানাংক জ্যামিতি” বুলি এবিধ জ্যামিতি উদ্ভাৱন কৰা হ’ল। ইয়াৰ পূৰ্ণ বিকাশ সাধন হ’ল সোতৰ শতিকাৰ প্ৰথমভাগত। আৰু তেতিয়াই এই নতুন বিষয়টোত নিহিত থকা বিশেষ বিশেষ বৈশিষ্ট কিছুমান আৱিষ্কাৰ হ’বলৈ ধৰিলে। বীজগণিত, ত্ৰিকোণমিতি, ইউক্লিডীয় জ্যামিতি আদিও প্ৰয়োগ হৈছে ইয়াত।

স্থানাংক জ্যামিতিত ৰেখা, বৃত্ত আদি কিছুমান আকৃতি এটা সমীকৰণৰ সহায়ত পোৱা যায়। স্থানাংক জ্যামিতিত এখন সমতলত ৰেখাৰ সাধাৰণ সমীকৰণটো হ’ল  $ax + by + c = 0$ , য’ত  $a, b, c$  বাস্তৱ সংখ্যা আৰু  $x, y$  চলক আৰু  $(h, k)$  কেন্দ্ৰ সাপেক্ষে  $r$  ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তটোৰ সমীকৰণটো হ’ল  $(x - h)^2 + (y - k)^2 - r^2 = 0$ ।

স্থানাংক জ্যামিতিত এটা বিন্দু অংকনযোগ্য হ’ব, যদিহে তাৰ স্থানাংক দুটা অংকনযোগ্য সংখ্যা। ৰুলমাৰি আৰু কম্পাছেৰে অংকন কৰি থাকোঁতে আচলতে কৰি থকা হয় কি? কিছুমান নতুন নতুন অংকনযোগ্য বিন্দু তিনিটা ধৰণেৰে উলিয়াই থকা হয় :

১) দুডাল ৰেখাই কটাকটি কৰা বিন্দু উলিওৱা হয়,

২) ৰেখা এডালে বৃত্ত একোটাক কটাকটি কৰা বিন্দু উলিওৱা হয়,

আৰু ৩) দুটা বৃত্তই কটাকটি কৰা বিন্দু উলিওৱা হয়।

এই কটাকটি কৰা বিন্দুবোৰ সমীকৰণ সমাধান কৰি উলিয়াব পৰা যায়। তাৰবাবে দুডাল ৰেখাৰ সমীকৰণ সমাধান কৰিব লাগিব; বা এডাল ৰেখা আৰু এটা বৃত্তৰ সমীকৰণ সমাধান কৰিব লাগিব বা দুটা বৃত্তৰ সমীকৰণ সমাধান কৰিব লাগিব। অৰ্থাৎ এই সমীকৰণ সমাধান কাৰ্যবোৰত, ওপৰত উল্লেখ কৰা দুবিধ সমীকৰণেই মাথোঁ জড়িত হৈ থাকে।

এই ধাৰণাখিনিয়ে এখন সঁকো গঢ়ি তিনিওটা প্ৰশ্নক ইউক্লিডীয় জ্যামিতিৰ পৰা তুলি আনি স্থানাংক জ্যামিতি পোৱালেহি। কিন্তু সিহঁতৰ উত্তৰ বিচাৰিবলৈ ইয়াতো একো উপায় নাই। প্ৰশ্ন তিনিটাৰ উত্তৰ পাবলৈ ইয়াৰ পৰা একেকোবেই যাব লাগিব বিমূৰ্ত বীজগণিতৰ এটি বিশেষ শাখালৈ। তাৰ বাবে আৰু দুশ বছৰ আগুৱাই আহিব লাগিব।

অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিটো (যাক  $Z$  ৰে বুজোৱা হয়) আৰু অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগৰ প্ৰক্ৰিয়াটো যদি চোৱা হয়, তেন্তে

ক) তাৰ যিকোনো দুটা সংখ্যা (মৌল) যোগ কৰিলে নতুন সংখ্যাটো সংহতিটোতে থাকে।

খ) ইয়াৰ গোটেই সংখ্যাবোৰে যোগ প্ৰক্ৰিয়াৰ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি মানি চলে।

গ) ইয়াত এটা নিৰ্দিষ্ট বিশেষ সংখ্যা আছে,  $0$ , যাৰ লগত আন যিকোনো সংখ্যা এটা যোগ কৰিলে যোগ কৰা সংখ্যাটোকে পোৱা যায়। সেই সংখ্যাটোক এই প্ৰক্ৰিয়াটোৰ সাপেক্ষে অভেদ (identity) বুলি কোৱা হয়।

ঘ) প্ৰতিটো সংখ্যাৰ বাবে আন এটা সংখ্যা থাকে, যি দুটাক যোগ কৰিলে  $0$  টো, মানে সেই identity পোৱা যায়। যেনে :  $5$  ৰ বাবে  $-5$  আছে, দুয়োটা যোগ কৰিলে  $0$ । এই ক্ষেত্ৰত এটাক আনটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যা বোলে।

এইটো এটা উদাহৰণ। সংহতিটো বা তাৰ লগত জড়িত প্ৰক্ৰিয়াটো বেলেগ বেলেগ হ’ব পাৰে। সংহতিটো বা প্ৰক্ৰিয়াটো যিয়েই নহওক, এই চাৰিটা বৈশিষ্ট মানি চলিলে সংহতিটোক সেই প্ৰক্ৰিয়াটো সাপেক্ষে এটা সংঘ (group) বুলি কোৱা হয়। যদিহে সি ক্ৰম বিনিময় বিধিও মানি চলে, তেন্তে সংঘটোক এবেলীয় সংঘ (Abelian group) বোলে। গণিতজ্ঞ এবেলৰ নামেৰে ইয়াৰ নামকৰণ কৰা হৈছে। অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিটো যোগ সাপেক্ষে এটা সংঘ, ইয়াক গাণিতিক ভাষাৰে কোৱা হয় :  $(Z, +)$  এটা সংঘ। আৰু  $(Z, +)$  হ’ল এটা এবেলীয় সংঘ।

কিন্তু, পূৰণ সাপেক্ষে  $Z$  টো সংঘ নহয়। অৰ্থাৎ  $(Z, \cdot)$  সংঘ নহয়। কাৰণ, ইয়াত প্ৰতিটো সংখ্যাৰে বিপৰীতটো

পোৱা নাযায়। পূৰণ সাপেক্ষে identity টো হ'ল 1। এতিয়া উদাহৰণস্বৰূপে 5 ৰ গুণাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো হ'ব  $1/5$ , কিন্তু এইটো অখণ্ড সংখ্যা নহয়।

পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতিটোক  $\mathbb{Q}$  ৰে বুজোৱা হয়।  $(\mathbb{Q}, +)$  এটা এবেলীয় সংঘ, আৰু  $(\mathbb{Q} - \{0\}, \cdot)$  ও এটা এবেলীয়া সংঘ।

যদি  $F$  এটা সংহতি, আৰু  $(F, +)$  আৰু  $(F - \{0\}, \cdot)$  উভয়ে এবেলীয় সংঘ হয়, তেন্তে এই দুয়োটা প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে  $F$  ক এটা ক্ষেত্ৰ (field) বুলি কোৱা হয়, যদিহে পূৰ্ণে যোগ সাপেক্ষে বিতৰণ বিধি মানি চলে। উদাহৰণ স্বৰূপে, ভাষাৰে কোৱা হয়  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$  এটা ক্ষেত্ৰ। গতিকে  $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$  এটা ক্ষেত্ৰ। কিন্তু  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  ক্ষেত্ৰ নহয়।

যদি  $(E, +)$  এটা সংঘ আৰু  $F$  হ'ল  $E$  ৰ এটা অ-বিভক্ত (non-empty) উপসংহতি, তেন্তে  $(F, +)$  ও এটা সংঘ হ'লে তাক  $E$  ৰ উপসংঘ (subgroup) বুলি কোৱা হয়। ক্ষেত্ৰৰ বাবে এইটোক কোৱা হয় উপক্ষেত্ৰ (subfield)। যেনে,  $(\mathbb{Z}, +)$  হ'ল  $(\mathbb{Q}, +)$ ৰ উপসংঘ।  $(\mathbb{Z}, \cdot)$  টো  $(\mathbb{Q}, \cdot)$  ৰ উপসংঘ নহয়।  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  টো  $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$  ৰ উপক্ষেত্ৰ নহয়।

$(F, +, \cdot)$  টো  $(E, +, \cdot)$  ৰ উপক্ষেত্ৰ হ'লে,  $E$  ক  $F$  ৰ প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ (extension field) বুলি কোৱা হয়। প্ৰয়োজন হ'লে  $F$  ক প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰখনৰ আধাৰ (base) বুলি কোৱা হয়। গাণিতিকভাৱে ইয়াক  $E/F$  বুলি লিখা হয়। এই বস্তুটোৱেই আমাক এতিয়া প্ৰয়োজন হ'ব। ই বিমূৰ্ত বীজগণিতৰ এটি ক্ষুদ্ৰ শাখা। কিন্তু ইয়াকে লৈ শ শ পৃষ্ঠা লিখা হৈছে, শ শ গৱেষণা-পত্ৰ ওলাইছে, এতিয়াও বিষয়টোৰ গভীৰৰ পৰা গভীৰলৈ বহু গণিতজ্ঞই অধ্যয়ন চলাই গৈ আছে। ইয়াত, সেই প্ৰশ্ন তিনিটাৰ বাবে প্ৰয়োজনীয় কেইটামান মূল মূল কথাহে উল্লেখ কৰা হ'ব।

প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ কিছুমানৰ এটা বৈশিষ্ট হ'ল, তাৰ গোটেই মৌলবোৰ পোৱাত তাৰ আধাৰ ক্ষেত্ৰখনে বিশেষ ভূমিকা গ্ৰহণ কৰে। বীজগণিতত Vector space আৰু তাৰ মাত্ৰা সম্পৰ্কীয় ধাৰণা আছে। তাত কোনোবা এবিধ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে এটা এবেলীয়া সংঘ থাকে, আৰু তাৰ মৌলবোৰৰ লগত এটা ক্ষেত্ৰৰ মৌলবোৰে আন এবিধ প্ৰক্ৰিয়াৰ সাপেক্ষে কেইটামান বিধি মানি চলে।  $E$  যদি প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ হয়, তেন্তে সি এবিধ যোগৰ সাপেক্ষে এবেলীয় সংঘ হয়েই। আৰু  $F$  টো  $E$  ৰ উপক্ষেত্ৰ হোৱা বাবে,  $F$  ৰ সাপেক্ষে  $E$  টো এটা Vector space ত পৰিণত হয়। ইয়াৰ মাত্ৰাক  $[E : F]$  ৰে বুজোৱা হয়। ধৰা হওক  $[E : F] = n$ , যিকোনো এটা সসীম স্বাভাৱিক সংখ্যা। তেন্তে  $F$  ৰ মৌলবিলাকৰ লগত  $E$  ৰ মাথোঁ কেইটামান বিশেষ মৌলৰ সহায়ত  $E$  ৰ গোটেই মৌলবিলাক গম পোৱা যায়। কেতিয়াবা আনকি  $F$  ৰ মৌলবিলাকৰ লগত  $E$  ৰ কেৱল এটা মৌল হ'লেই হ'ল। আৰু  $E$  ৰ সেই বিশেষ মৌলটোক/মৌলকেইটাক এটা বহুপদ ৰাশিৰ সহায়ত পোৱাটো সম্ভৱ হ'ব পাৰে। আৰু সেই বহুপদ ৰাশিটোৰ সহগবোৰ  $F$  ত থাকে। কথাবিলাক উদাহৰণেৰে চোৱা যাওক—

$(\mathbb{Q}, +, \cdot)$  টো এটা ক্ষেত্ৰ। ইয়াত গোটেই পৰিমেয় সংখ্যাবোৰ আছে। এটা বিশেষ অপৰিমেয় সংখ্যা  $\sqrt{2}$ । আটাইতকৈ অধিক পৰিচিত অপৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজত ইও এটা। ই  $\mathbb{Q}$  ত নাই।

$\mathbb{Q}$  আৰু  $\sqrt{2}$  ৰ সহায়ত এক ধৰণৰ নতুন সংহতি এটা গঠন কৰা হ'ল :  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ । তেতিয়া  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  টো  $\mathbb{Q}$  ৰ এটা প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ হ'ব আৰু  $[\mathbb{Q}(\sqrt{2}) : \mathbb{Q}] = 2$ । মাত্ৰা 2 হ'লে প্ৰসাৰণটোক দ্বিঘাত প্ৰসাৰণ বোলে।

$\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  ৰ মৌলবোৰক  $\mathbb{Q}$  ৰ মৌলবোৰ আৰু  $\sqrt{2}$  ৰ সহায়তে পোৱা যায়। আকৌ,  $\sqrt{2}$  ক পোৱা যায়  $X^2 - 2$  বহুপদ ৰাশিটোৰ শূন্য হিচাপে, বহুপদ ৰাশিৰ সহগবোৰ  $\mathbb{Q}$  ত আছে। এই বহুপদ ৰাশিটোৰ মাত্ৰাও।

একেদৰেই এইবাৰ  $Q (\sqrt{2})$  ত থকা বহুপদ ৰাশিৰ সহায়ত  $Q (\sqrt{2})$ ক প্ৰসাৰণ কৰিব পৰা যায়। সেই নতুনটোকো আকৌ প্ৰসাৰণ কৰিব পৰা যাব।

সাধাৰণভাৱে ক'বলৈ গ'লে, যদি  $F$ ত নথকা কোনোবা এটা মৌলই  $F$ ৰে এটা  $n$  মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশিক সিদ্ধ কৰে, তেন্তে  $F$  ৰ এটা প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ  $E$ পোৱা যাব, আৰু  $[E : F] \leq n$ । আনহাতে,  $F \subseteq E \subseteq D$  তিনিটা ক্ষেত্ৰ হ'লে,  $[D : F] = [D : E] [E : F]$ ।

ৰূলমাৰি আৰু কম্পাছৰ সহায়ত অংকন কৰোঁতে, অৰ্থাৎ দুটা সমীকৰণ সমাধান কৰোঁতে এনেকুৱা এটা বহুপদ ৰাশিৰ মূল উলিওৱা হয় যাৰ মাত্ৰা অতি বেছি 2 হ'ব পাৰে। গতিকে সেই মূলখিনি ক্ষেত্ৰ এটাৰ প্ৰসাৰণ এটাত থাকিব যাৰ মাত্ৰা অতি বেছি 2 হ'ব। গতিকে, এলানি অংকন সম্পূৰ্ণ কৰা মানে এটাৰ পাছত এটাকৈ প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ পাই গৈ থকা বুজাব, আৰু প্ৰত্যেকবাৰেই মাত্ৰা হ'ব অতি বেছি 2। অৰ্থাৎ এটা অংকন সম্পূৰ্ণ কৰাৰ পাছত সৰ্বশেষ যিটো প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ পোৱা যাব, আধাৰ ক্ষেত্ৰখনৰ ভিত্তিত তাৰ মাত্ৰা হ'ব  $2^n$ , য'ত  $n$  কোনোবা এটা সমীম স্বাভাৱিক সংখ্যা। এনেকৈয়ে তিনিওটা প্ৰশ্ন আহি বিমূৰ্ত বীজগণিতত প্ৰৱেশ কৰিলে— ৰূলমাৰি আৰু কম্পাছ লৈ সমতলত জ্যামিতি অংকন কৰি থকা কামটোৰ লগত যিটো বিষয়ৰ পোনপটীয়া কোনো সম্পৰ্কই নাছিল।

আৰু বহুতো বৈশিষ্ট ইয়াত প্ৰয়োগ হ'ব। কোনোবা এটা সংখ্যাই যদি 1 মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশি (যিটোক বৈখিক ৰাশি বুলি কোৱা হয়) এটা সিদ্ধ কৰে, তেন্তে বহুপদ ৰাশিটো যিটো ক্ষেত্ৰত আছে সংখ্যাটোও সেইটো ক্ষেত্ৰতে থাকিব লাগিব। যিকোনো এটা  $n$  মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশিক  $n$  টা বৈখিক ৰাশিৰ গুণফল ৰূপে ভাঙি প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। কিন্তু সেই প্ৰতিটো বৈখিক ৰাশিৰ বাবে প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰটো বেলেগ বেলেগ হ'ব পাৰে। তাৰমানে কিছুমান বহুপদ ৰাশি আধাৰ ক্ষেত্ৰটোতে বৈখিক ৰাশিৰ গুণফল ৰূপে ভাঙিব নোৱাৰি। বা আধাৰ ক্ষেত্ৰটোত সেই বহুপদ ৰাশিটোক কোনো ধৰণেৰে ভাঙিবই নোৱাৰি। যেনে  $x^2-4$ ক  $Q$ ত ভাঙিব পাৰি, কিন্তু  $x^2-2$  আৰু  $x^3-2$ ক নোৱাৰি।  $x^2-2$ ক  $Q (\sqrt{2})$ ত ভাঙিব পাৰি, কিন্তু  $x^3-2$ ক তাতো নোৱাৰি। আচলতে,  $x^3-2$ ক বৈখিক ৰাশিৰ গুণফল ৰূপে ভাঙিব পৰা প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰবোৰত জটিল সংখ্যাও যুক্ত হৈ আছে, আৰু  $x^3-2$  ৰ বাবে তেনেকুৱা এটা ক্ষেত্ৰৰ ন্যূনতম মাত্ৰা 6। যদিহে কোনো সংখ্যাই আধাৰ ক্ষেত্ৰটোত সিদ্ধ কৰা  $n$  মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশি এটাক আধাৰ ক্ষেত্ৰটোতে ভাঙিব নোৱাৰি, তেন্তে সেই সংখ্যাটো  $n$  মাত্ৰাৰ প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ এটাত থাকে।

### প্ৰশ্ন তিনিটা আন গাণিতিক ভাষালৈ ৰূপান্তৰ :

এতিয়া তিনিওটা প্ৰশ্ন বীজগণিতীয় ভাষালৈ লৈ যাব পাৰি আৰু একেবাৰে সৰল ৰূপ এটা উলিয়াই ল'ব পাৰি :

(1) সাধাৰণ বৃত্ত এটাৰ কালি  $\pi r^2$ । এই  $r$  টো অংকনযোগ্য হ'ব পাৰে, সেয়েহে ইয়াক 1 বুলি ধৰি লওঁ। গতিকে বৃত্তটোৰ কালি হ'ল  $\pi$ । তেতিয়া আঁকিবলগীয়া বৰ্গটোৰো কালি  $\pi$  হ'ব। যদি  $\sqrt{\pi}$  অংকনযোগ্য, তেন্তে বৰ্গটোৰ বাহুবোৰ পাম। আকৌ  $\sqrt{\pi}$  অংকনযোগ্য হ'ব যদিহে  $\pi$  অংকনযোগ্য। সেয়েহে প্ৰশ্নটো হ'লগৈ :  $\pi$  অংকনযোগ্য হয় নে নহয়? (বৃত্তৰ বৰ্গীকৰণ।)

(2) সাধাৰণ ঘনক এটাৰ আয়তন  $a^3$ । ইয়াৰ দুগুণটো  $2a^3$ । গতিকে নতুন ঘনকটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য  $\sqrt[3]{2} a$ । এই  $a$  টো অংকনযোগ্য হ'ব পাৰে, সেয়েহে ইয়াক 1 বুলি ধৰি লওঁ। তেতিয়া আঁকিবলগীয়া ঘনকটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য হ'ব  $\sqrt[3]{2}$ । সেয়েহে প্ৰশ্নটো হ'লগৈ :  $\sqrt[3]{2}$  অংকনযোগ্য হয় নে নহয়? (ঘনকৰ দ্বিগুণীকৰণ।)

(3) আমাৰ লগত একক দৈৰ্ঘ্য এটা সদায় আছে। যদি এটা কোণ  $\theta$  অংকনযোগ্য, তেতিয়া কোণটোৰ এটা বাহুত এটা অংকনযোগ্য বিন্দু লৈ দৈৰ্ঘ্যটো ভূমি বুলি ধৰিব পাৰি। এনেদৰে কোণটোৰ বাবে ভূমি, লম্ব আৰু অতিভুজ পাব পাৰি। সিহঁতৰ অনুপাতবোৰো অংকনযোগ্য হ'ব। গতিকে  $\theta$  অংকনযোগ্য হ'লে  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$ ,  $\tan \theta$  অংকনযোগ্য।

ইয়াৰ ওলোটোটোও শুদ্ধ। গতিকে, কোনোবা এটা প্রদত্ত কোণ  $\theta$  ৰ বাবে  $\theta/3$  অংকনযোগ্য হ'বলৈ  $\cos(\theta/3)$  অংকনযোগ্য হ'ব লাগিব। সেয়েহে প্ৰশ্নটো হ'লগৈ : যিকোনো কোণ  $\theta$  ৰ বাবে  $\cos(\theta/3)$  অংকনযোগ্য হয় নে নহয়? (কোণৰ ত্ৰিখণ্ডন।)

**উত্তৰসমূহ :**

যিহেতু  $(Q, +, \cdot)$  ৰ সকলো সংখ্যাই অংকনযোগ্য, গতিকে এইটো এতিয়া স্পষ্ট যে অংকনযোগ্য নতুন সংখ্যা এটা উলিয়ালে সি  $Q$  ৰ প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ এখনত থাকিবই লাগিব, আৰু প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰখনৰ মাত্ৰাটোৰ বিশেষ এটা আৰ্হি পোৱা গ'ল। সেই আৰ্হিটোত  $\pi$ ,  $\sqrt[3]{2}$  আৰু  $\cos(\theta/3)$  থাকিব নে নাথাকে বা সিহঁত  $Q$  ৰ প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ এখনত থাকিব নে নাথাকে তাৰ ভিত্তিতে প্ৰশ্ন তিনিটাৰ উত্তৰ ওলাই পৰিল। ১৮৩৭ চনত প্ৰকাশিত এখন গৱেষণা-পত্ৰৰে পিয়ের ৱাণ্টজেল (Pierre Wantzel) নামৰ ফৰাচী গণিতজ্ঞ এজনে ঘনকৰ দ্বিগুণীকৰণ আৰু কোণৰ ত্ৰিখণ্ডন অসম্ভৱ বুলি প্ৰমাণ কৰিলে।

$\sqrt[3]{2}$  য়ে  $x^3-2$ ক সিদ্ধ কৰে। এই বহুপদ ৰাশিটো  $Q$  ত আছে, কিন্তু ইয়াক  $Q$  ত বৈখিক ৰাশিৰ গুণফল ৰূপে ভাঙিব নোৱাৰি। অকণমানি প্ৰমাণ এটাৰে নোৱাৰি বুলি দেখুৱাব পাৰিব। এইটো এতিয়া গণিতৰ স্নাতক-স্নাতকোত্তৰ শ্ৰেণীত বহুতে কৰে। গতিকে  $\sqrt[3]{2}$  টো 3 মাত্ৰাৰ প্ৰসাৰণ ক্ষেত্ৰ এটাত থাকিব। 3 টোক 2 বা 2ৰ ঘাতৰ পূৰণফল ৰূপে প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি। গতিকে  $\sqrt[3]{2}$  অংকনযোগ্য নহয়। গতিকে ঘনকৰ দ্বিগুণীকৰণ অসম্ভৱ।

কিছুমান কোণক সমানে তিনিভাগ কৰিব পাৰি। যেনে : 90 ডিগ্ৰী কোণ, 180 ডিগ্ৰী কোণ। 90 ডিগ্ৰী কোণৰ এটা বাহুৰ পৰা 60 ডিগ্ৰী কোণ এটা অংকন কৰিলেই 30 ডিগ্ৰী কোণটো ওলাই পৰিব। কিন্তু অধিক সংখ্যক কোণক নোৱাৰি। নোৱাৰি বুলি প্ৰমাণ কৰিবলৈ এটা উদাহৰণ ওলালেও যথেষ্ট। আৰু ৱাণ্টজেল 60 ডিগ্ৰী কোণটোক নোৱাৰি বুলি প্ৰমাণ কৰিলে।

$$\begin{aligned}\cos 3\theta &= 4\cos^3\theta - 3\cos\theta \\ \Rightarrow \cos 60 &= 4\cos^3 20 - 3\cos 20 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} &= 4\cos^3 20 - 3\cos 20 \\ \Rightarrow 8\cos^3 20 - 6\cos 20 - 1 &= 0 \\ \Rightarrow (2\cos 20)^3 - 3 \cdot 2\cos 20 - 1 &= 0\end{aligned}$$

অৰ্থাৎ  $2\cos 20$  য়ে  $x^3-3x-1$  বহুপদ ৰাশিটো সিদ্ধ কৰে, যিটো বহুপদ ৰাশি  $Q$  ত আছে। ইয়াত  $\cos 20$ ৰ সলনি  $2\cos 20$  হোৱা বাবে কোনো সমস্যা নহয়, কাৰণ 2 টো অংকনযোগ্য।

এই বহুপদ ৰাশিটো  $Q$ ত ভাঙিব নোৱাৰি। সেয়েহে  $2\cos 20$  টো  $Q$ ৰ এটা প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰত থাকিব, যাৰ মাত্ৰা 3। গতিকে  $2\cos 20$  অংকনযোগ্য নহয়। আৰু ফলত  $\cos 20$  ও অংকনযোগ্য নহয়। গতিকে কোণৰ ত্ৰিখণ্ডন অসম্ভৱ বুলি প্ৰমাণিত। (অৱশ্যে, ৱাণ্টজেল আজিৰ পৰা প্ৰায় দুশ বছৰ আগতেই লিখা যুক্তিখিনিৰ গাণিতিক ভাষা আজি আমি পঢ়া বা লিখা ভাষাতকৈ অলপ বেলেগ।)

এই দুটা প্ৰমাণ হ'ল যদিও বৃত্তৰ বৰ্গীকৰণ সম্ভৱ নে অসম্ভৱ সেইটো প্ৰমাণ নোহোৱাকৈ আৰু প্ৰায় 45 বছৰ থাকিল। 1882 চনত ফাৰ্ডিনাণ্ড ভন লিণ্ডমেন নামৰ এজন গণিতজ্ঞই  $\pi$  য়ে  $Q$ ৰ কোনো বহুপদ ৰাশিক সিদ্ধ নকৰে বুলি প্ৰমাণ কৰিলে। এইটো আছিল আনধৰণে উদ্ভৱ হোৱা এটা পূৰণি সমস্যা। এইটো প্ৰমাণ হোৱাৰ লগে লগে বৃত্তৰ বৰ্গীকৰণ অসম্ভৱ বুলি প্ৰমাণ হৈ পৰিল। কাৰণ, ইয়াৰ দ্বাৰা প্ৰমাণ হ'ল যে  $\pi$  টো  $Q$  ৰ এনেকুৱা এখন প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰত আছে, যাৰ মাত্ৰা সসীম নহয়।



### আন আন প্রশ্নৰ উত্তৰবোৰ :

সুষম পঞ্চভুজ, সুষম ষড়ভুজ আঁকিব পাৰি বুলি আগত কৈ আহিছোঁ। কিন্তু সুষম সপ্তভুজ নোৱাৰি।  $n$  টো  $2^k$  আৰ্হিত থাকিলে  $n$  বাহুযুক্ত সুষম বহুভুজবোৰ অংকনযোগ্য বুলি অতীজতে পোৱা গৈছিল। আন দুই-এটা আৰ্হিৰ বাবেও পোৱা গৈছিল। কিন্তু সাধাৰণভাৱে কোনবোৰ পাৰি কোনবোৰ নোৱাৰি তাক জানিবলৈও মানুহে কেইবা শতিকা যুঁজি থাকিব লগা হ'ল।

বাৰ্ণটজেলৰ গৱেষণা-পত্ৰখন প্ৰকাশৰ প্ৰায় 40 বছৰ পূৰ্বে গাউছে 17টা বাহুযুক্ত সুষম বহুভুজ আঁকিব পাৰি বুলি প্ৰমাণ কৰিছিল। তাৰে কেইবছৰমান পাছত গাউছে এটা চৰ্তও আৱিষ্কাৰ কৰিছিল, যিটো মানি চলা সুষম বহুভুজবোৰ অংকনযোগ্য হয়। তেওঁ সেইটো প্ৰমাণ কৰিলে। কিন্তু সেই চৰ্তটো লাগিবই নেকি সেইটো প্ৰমাণ তেওঁ নিদিলে বা দিব নোৱাৰিলে। কথাটো এনেকুৱা— সংখ্যা এটাৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো 4 ৰে হৰণ গ'লে সংখ্যাটো যুগ্ম হ'বই। কিন্তু অংকটো 4 ৰে হৰণ যাব লাগিবই নেকি? 4 ৰে হৰণ নগ'লেও হ'ব, কিন্তু 2 ৰে হৰণ যাব লাগিবই।

বাৰ্ণটজেল সেই একেখন গৱেষণা-পত্ৰতে সেই চৰ্তটো লাগিবই বুলি প্ৰমাণ কৰিলে। প্ৰমাণটো এতিয়া তিনিটামান পোৰাপ্ৰাফত লিখিব পাৰি, কিন্তু সেইটো বুজিবলৈ প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰ কিছুমানৰ বৈশিষ্ট্যবোৰ তৰপে তৰপে গভীৰলৈ আয়ত্ব কৰি ল'ব লাগিব। ওপৰত সংঘৰ কথা কোৱা হৈছিল; গেলওৱাক সংঘ-তত্ত্বৰ জনক বুলি কোৱা হয়। গেলওৱাই সংঘ-তত্ত্ব আৰু ক্ষেত্ৰ-তত্ত্বৰ মাজত এটি সংযোগ আৱিষ্কাৰ কৰিলে। সেইখিনিৰ সহায়ত কিছুমান ক্ষেত্ৰ তথা প্ৰসাৰিত ক্ষেত্ৰক বহু গভীৰলৈকে আয়ত্ব কৰাটো সম্ভৱ হৈ পৰিল। বাৰ্ণটজেল সেইখিনি প্ৰয়োগ কৰিলে। ক্ষেত্ৰ-তত্ত্বৰ নতুন পাঠকে সেইখিনি আয়ত্ব কৰিবলৈ কমেও এই লেখাটোৰ দুগুণ দৈৰ্ঘ্যৰ কথা ব্যাখ্যা কৰিব লাগিব। সেয়েহে কেৱল চৰ্তটো উল্লেখ কৰি থওঁ—

$n$  টা বাহুযুক্ত সুষম বহুভুজ এটা অংকনযোগ্য হ'ব আৰু মাত্ৰ যদিহে  $n$  টো তলত দিয়া আৰ্হিটোত থাকে—

$$n=2^k p_1 p_2 \dots p_m,$$

য'ত  $p_1, p_2, \dots, p_m$  হ'ল  $m$  টা পৃথক ফাৰ্মা মৌলিক সংখ্যা, আৰু  $k$  এটা অঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

ফাৰ্মা মৌলিক সংখ্যাবোৰ  $2^{2^a} + 1$  আৰ্হিত থাকে, য'ত  $a$  অঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা। এতিয়ালৈকে পাঁচটা ফাৰ্মা মৌলিক সংখ্যা পোৱা গৈছে। সেই কেইটা হ'ল 1, 5, 17, 257 আৰু 65537। ওপৰৰ  $k$  টো শূন্য হ'লে  $n$  টো অযুগ্ম হ'ব। পাঁচটা ফাৰ্মা মৌলিক সংখ্যাৰে 31টা অযুগ্ম  $n$  পোৱা যাব। সেয়েহে, অযুগ্ম সংখ্যক বাহুযুক্ত সুষম বহুভুজ এতিয়ালৈকে কেৱল 31 টা পোৱা গৈছে (আৰু যুগ্ম বাহুযুক্ত অসীম আছে।) 7 টো ফাৰ্মা মৌলিক নহয় বাবে সুষম সপ্তভুজ অংকনযোগ্য নহয়।

আন কিছুমান প্ৰশ্ন হ'ল— কেনেকুৱা ধৰণৰ কোণৰ ত্ৰিখণ্ডন সম্ভৱ? কোনবিলাক কোণ অংকনযোগ্য? কোণ একোটাক সমানে আৰু অধিক কেইটা ভাগ কৰিব পাৰি? সেইবোৰৰ চৰ্তবোৰ কেনেকুৱা হ'ব? এইবোৰৰ কিছুমানৰ উত্তৰ পোৱা হৈছে।

### আন এক জটিলতা :

কিবা এটা চিত্ৰ অংকনযোগ্য হয় নে নহয় সেইটোহে ক্ষেত্ৰ-তত্ত্বই প্ৰমাণ কৰে। অংকনযোগ্য বুলি জনাৰ পাছতো কিবা এটা অংকন কৰিবলৈ এটা সাধাৰণ আৰ্হি নাই, বা এতিয়ালৈকে ওলোৱা নাই। যেনে 17 টা বাহুযুক্ত সুষম বহুভুজ আঁকাটোও ওপৰত দিয়া অংকনবোৰৰ তুলনাত সামান্য জটিল। 65537 টা বাহুযুক্ত এটা সুষম বহুভুজ আঁকাৰ এটা পদ্ধতি জাৰ্মান গণিতজ্ঞ এজনে দহ বছৰ লাগি 1894 চনত উলিয়াইছিল। যিটো বৰ্ণনা দিবলৈ তেওঁক প্ৰায় দুশ পৃষ্ঠা লাগিছিল। 257 টা বাহুযুক্ত সুষম বহুভুজ আঁকাৰ তিনিটা পদ্ধতি এতিয়ালৈকে ওলাইছে। 4294967295 টা বাহুযুক্ত সুষম বহুভুজ আঁকাৰ কোনো পদ্ধতি এতিয়াও নাই।

---

পংকজ জ্যোতি মহন্তই সদ্যহতে গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগত গৱেষণা কৰি আছে।

# আনন্দদায়ক গণিত শিক্ষা

ড° মুনীন্দ্ৰ কুমাৰ মজুমদাৰ

আমাৰ চৌপাশৰ সকলো বস্তু বুজিবলৈ প্ৰয়োজন হোৱা ভাষাটোৱে হ'ল গণিত। ভালদৰে চালে গম পোৱা যায় যে চৌপাশৰ সকলো বস্তুৱে জ্যামিতিক চিত্ৰ আদিৰে সংপৃক্ত। বৰ্তমান বিজ্ঞানৰ যি চমকপ্ৰদ আৱিষ্কাৰ ইয়াৰ মূলতে হ'ল গণিত। এই কথাটো গেলিলিঅ'ৱে বৰ সুন্দৰকৈ বৰ্ণনা কৰিছে— “The universe is written in the language of mathematics and its characters are geometrical figures”। প্ৰাচীন কালৰ পৰাই গণিতক জ্ঞানৰ এক প্ৰাচীন ক্ষেত্ৰ বুলি গণ্য কৰা হৈ আহিছে। কিছুমানৰ মতে গণিত হ'ল এক বিজ্ঞান, কিছুমানৰ মতে গণিত হ'ল এক কলা, আন কিছুমানে আকৌ গণিতক এক ভাষা বুলিও অভিহিত কৰিব বিচাৰে।

আমাৰ বিদ্যালয়বোৰত গণিত শিক্ষাৰ মুখ্য উদ্দেশ্য হ'ল ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে যাতে যুক্তিপূৰ্ণভাৱে চিন্তা, বিশ্লেষণ আৰু সৃষ্টি কৰাৰ ক্ষেত্ৰত গণিতক এক মাধ্যম হিচাপে গ্ৰহণ কৰিব পাৰে। বিভিন্ন গৱেষণাত এইটো কোৱা হৈছে যে শিশুসকলে গণিতক ভয় কৰাৰ সলনি উপভোগ কৰিবলৈ শিকিব লাগে। তেওঁলোকে চৌপাশৰ পৰিবেশৰ পৰা কিছুমান অৰ্থপূৰ্ণ সমস্যা লৈ গাণিতিকভাৱে সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিবৰ বাবে চেষ্টা কৰিব লাগে। যিটোৱে তেওঁলোকৰ ভাৱশক্তি বঢ়াব আৰু কথাবোৰ গাণিতিকভাৱে বিশ্লেষণ কৰিবলৈ শিকিব। শিশুৱে যেতিয়া সময়ৰ লগে লগে বিভিন্ন দিশৰ পৰা শিক্ষা লাভ কৰে তেতিয়া সিহঁতৰ ধাৰণাসমূহৰ ওপৰত জ্ঞান বৃদ্ধি হোৱাৰ লগতে কোনটো দিশ আটাইতকৈ দৰকাৰী সেই সম্পৰ্কেও শিকিবলৈ আৰম্ভ কৰে। কিন্তু বাস্তৱক্ষেত্ৰত এটা ওলোটা ছবিহে দেখা যায়। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গণিত বিষয়টোৰ ওপৰত ভয় আছে, গণিত বুলি ক'লেই তেওঁলোক আতংকিত হয়। অভিভাৱকৰ ক্ষেত্ৰতো একেই কথা। যাৰবাবে তেওঁলোকে পৰীক্ষাত ভাল ফলাফল দেখুৱাৰ নোৱাৰে। এইক্ষেত্ৰত আমাৰ পাঠ্যক্ৰমৰো কিছু আসোঁৱাহ নথকা নহয়। এই একেটা পাঠ্যক্ৰম প্ৰতিভাৱান আৰু সাধাৰণ দুয়োধৰণৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ক্ষেত্ৰতে প্ৰয়োজ্য। যিটোৱে দুয়োটা শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীকে হতাশ কৰে। গণিতৰ শিক্ষক হিচাপে আমিও শ্ৰেণীকোঠাত কিছু প্ৰত্যাহ্বানৰ সন্মুখীন হ'বলগা হওঁ। সকলোধৰণৰ গণিতৰ প্ৰশ্ন সকলোৰে বাবে প্ৰয়োজন নহয়। কিছুমান সমাধান সকলোধৰণৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে বুজি নাপায়। যাৰফলত কিছুমানৰ বাবে গণিতৰ শ্ৰেণীটো আমনিদায়ক হয়। সেইদৰে সদায় সহজ-সহজ সমাধানবোৰ আলোচনা কৰিলেও মেধাৱী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে আমনি পায়। ফলত শিক্ষকে ঠিৰাং কৰিব নোৱাৰা হয় কি ধৰণে তেওঁলোকে আগবাঢ়িলে সকলোৱে গণিতৰ শ্ৰেণীটো উপভোগ কৰিব পাৰে।

গণিত হ'ল এক সঠিক বিজ্ঞান। কাৰণ ইয়াৰ উত্তৰ সদায় পোনপটীয়া। শুদ্ধ নহ'লে গম পোৱা যাব নিয়ম বা গণনাত কিবা ভুল হৈছে। শিশুৱে অনুমান কৰা, আঙুলিৰ মূৰত গণনা কৰিব পৰাটোও এক দৰকাৰী কথা আৰু ইয়াৰ

বিকাশ সম্ভৱ গণিতৰ দ্বাৰাহে। পৰিমাণ, আকাৰ আৰু গঠন— এইবোৰ বুজোৱাৰ ক্ষেত্ৰত আমাৰ ঘৰৰ চৌপাশৰ বস্তুবোৰৰ দ্বাৰা বুজাব পাৰো। এইবোৰৰ বাবে বেলেগ আৰ্হি প্ৰস্তুত কৰিব নালাগে। এইবোৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে নিজে বিচাৰ কৰি উলিয়াব পাৰে যদিহে তেওঁলোকক ধাৰণাটো বুজাই দিয়া হয়। শিশুক প্ৰথম অৱস্থাত সকলো শিক্ষণ শিক্ষামূলক কথা-বাৰ্তাৰ সলনি খেলৰ মাজেদিহে হোৱা উচিত। দৈনন্দিন কামৰ মাজেৰেই শিশুৰ গাণিতিক ধাৰণা বিকশিত কৰিব পৰা যায়। যেনে— তুমি খোৱা পানীৰ বটলটোত কিমান পৰিমাণৰ পানী আছে? বটলটোৰ আকৃতি কেনেকুৱা? এনেকুৱা আকৃতিৰ আৰু কি কি বস্তু তোমাৰ ঘৰত আছে ইত্যাদি ইত্যাদি। ইয়াৰ উপৰি গণিতৰ সৈতে আন আন বিষয়বোৰৰ লগত সম্পৰ্ক স্থাপন কৰাটো দৰকাৰী। বিজ্ঞান অধ্যয়নৰ ক্ষেত্ৰত গণিত যে এক দৰকাৰী বিষয় এই কথাটো উপলব্ধি কৰিবলৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক শিকাব লাগে।

বয়স বঢ়াৰ লগে লগে শিশুৰ মনত গণিতৰ প্ৰতি ইতিবাচক মনোভাব জগাই তোলাৰ লগতে গণিতপ্ৰীতিৰ ভাব জগাই তোলাটো অতি দৰকাৰী। শিক্ষক অভিভাৱকে গাণিতিক খেল, সাঁথৰ আৰু গল্পৰ জৰিয়তে গণিত আৰু দৈনন্দিন জীৱনৰ মাজত এটা সম্পৰ্ক স্থাপন কৰি শিশুক গণিতৰ প্ৰতি আকৰ্ষিত কৰিবলৈ চেষ্টা কৰিব লাগিব।

গণিত শিক্ষাৰ বিকাশৰ ক্ষেত্ৰত আমাৰ বিদ্যালয়সমূহৰো কিছু কৰণীয় আছে। বহু সময়ত দেখা যায় যে একেধৰণৰ গতানুগতিক পাঠদান পদ্ধতিৰ বাবেও ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে গণিতৰ শ্ৰেণীটো আমনি পায়। ফলত তেওঁলোকে পাঠটো ভালকৈ বুজিব নোৱাৰে। গতিকে বিদ্যালয়ৰ শিক্ষণ পদ্ধতিৰ কিছু পৰিমাণে পৰিৱৰ্তন কৰাৰ দৰকাৰ। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক যদি উপযুক্ত পদ্ধতিৰে গণিতৰ শ্ৰেণীটো আকৰ্ষণ কৰিবলৈ চেষ্টা নকৰে তেনেহ'লে গণিত শিক্ষাৰ মাজত থকা আনন্দ নাইকিয়া হৈ যাব। All Students can learn mathematics and that all students need to learn mathematics এই কথাটোৰ ওপৰত ভিত্তি কৰিয়ে বৰ্তমান আনন্দদায়ক গণিত শিক্ষাৰ ক্ষেত্ৰত এটা জাগৰণ হোৱা দেখা গৈছে। শিক্ষকে শ্ৰেণীৰ পৰিৱেশ এনেদৰে গঢ় দিব লাগে যাতে শিক্ষাৰ্থীয়ে উপযুক্ত পৰিৱেশ পায় আৰু নিৰাপত্তা অনুভৱ কৰে। ফলত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ আত্মবিশ্বাস অধিক আকৰ্ষণীয় হৈ উঠে। শ্ৰেণীকোঠাত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক এনে শিক্ষাৰ ওপৰত গুৰুত্ব দিব লাগে যাতে তেওঁলোকে হাতে-কামে সক্ৰিয়ভাৱে শিক্ষণত অংশগ্ৰহণ কৰিব পাৰে। প্ৰশ্নকাকতত থকা কিছুমান অংক কৰি পৰীক্ষাত ভাল নম্বৰ পোৱাটোৱেই গণিত শিক্ষাৰ মুখ্য উদ্দেশ্য হোৱা উচিত নহয়। প্ৰাথমিক পৰ্যায়তে আমাৰ শিক্ষকসকলে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক গণিতৰ প্ৰতি আকৰ্ষিত কৰি তেওঁলোকৰ মাজত এটা সৃষ্টিশীল মন জাগ্ৰত কৰিব নোৱাৰিলে গণিত শিক্ষাৰ উদ্দেশ্য সফল নহ'ব। এইক্ষেত্ৰত শিক্ষক-অভিভাৱক দুয়োপক্ষৰ সমানে সহযোগিতা থকাটো বাঞ্ছনীয়। ◆◆

---

ড° মুনীন্দ্ৰ কুমাৰ মজুমদাৰ গুৱাহাটীৰ বীৰকুছিস্থিত মাৰীয়া পাব্লিক স্কুলৰ গণিতৰ বিষয় শিক্ষক।

*["If you like mathematics deeply, and feel that you have talent for it, you pursue it. It is very likely that you will prove some good results, and only time will tell you its true worth."]*

—C.S. Seshadri

# Mathematics used by all, detasted by many

Gunabikash Borgohain

We as human being need something to communicate with others and share our thoughts. For this we depend on our mother tongue and other languages. But we need the idea of mathematics to live our life because mathematics is the language of the universe in broader sense.

A few years back when I met one of my friends in a marriage ceremony and in the course of our conversation his son, twelve years old told, “I hate mathematics.” Being a mathematics teacher his conclusion on mathematics made me very sad. Because I love mathematics. Very recently during a training program of both the lower and upper primary teachers (NISHTHA) on the module PEDAGOGY OF MATHEMATICS, to all the teachers present in the hall I asked to raise their hands who love mathematics. With a heavy heart I have to say that only twenty percent raised their hands. It is alright, being LP and UP teachers, many of them were not subject teachers of mathematics. But yet 20% should be a matter of concern for all of us. Last year also along with some of my enthusiastic students I had a random project on “Mathematics liking students” and the outcome was surprisingly less than 20%.

In a country which taught the world to count, whose system of numeration (DECIMAL) was adopted by the world community as international system of numeration, where zero is invented, does this 20% sound very encouraging?

Well, let me ask some basic questions. How many members do you have in your family? At what time do you wake up in the morning? Usually for how many hours do you study? What is your salary? What is the rate of discount of tax? At what speed does light travel? What is the speed of your car? What area is to be painted? What is the percentage of marks of your last exam? etc., etc. The answer to each such question is always a number. In case we didn't have the knowledge of number could we have answered such questions? We all know while preparing tea or *torkary*, how all mothers knowingly or unknowingly use *ratio*, *proportion*, and *mean* while distributing things. Even fruit sellers use *mode* unknowingly. I can give many such examples to establish the fact that we can't even move an inch without mathematics. Whether you are a cook or a farmer, a mechanic or a carpenter, a shopkeeper or a doctor, a programmer or web developer, an accountant or a businessman, an engineer or a scientist, a musician or a magician....

everybody needs mathematics in day to day life. Probably all living organisms on earth use it for its existence on its own way. Yet can we deny the mathematics phobia or anxiety of our students? What about those 80% mathematics disliking people? Why and how such things happen? Where does the problem lie? What about the solutions? Is mathematics really tough?

We need solution by all means. It is a matter of concern to all. Historically when Brahmagupta, hindu astronomer and mathematician defined and developed a symbol for zero (*shunya*) and Aryabhata gave the digit 0 (zero) the other part of the world laughed at it, saying, “What? Zero? Nothing?” Today we all know without zero we cannot write big numbers. India always has a marvelous history of mathematics and countless great mathematicians. From very early ages in India, mathematical ideas, concepts were practised systematically and practically. Arguably the Vedas are the oldest book of “world civilization. According to Rig Veda we get the concept of, “33 crore Hindu Gods and Goddesses”. In the context of that era (between 7000 to 5000 BC) 33 crore was a huge number that our ancestors were exercised which speaks the volume or justifies the fact, how good were they in mathematics. The famous Pythagoras theorem (Greek philosopher Pythagoras 570 BC) before it came to the scenario of mathematics practised here in our country but in a slightly different way, the Sulba-Sutra, the idea given by Baudhayan (800 BC) a great Indian mathematician. The Sulba-Sutra states, “In a rectangle the area formed by a diagonal is equal to sum of the areas formed by its length and breadth.” In 12th century Bhaskara the author of Siddhanta Siromani declared, “Any number divided by zero is infinity and that the sum of any number and infinity is also infinity.”

One can keep on talking day in and day out about our rich history of mathematics. Vedic mathematics is still relevant and is very popular in many foreign countries, the ideas of Nikhila, Navashechka, Urdhwa Tiryag Byam etc., can still amaze us.

Having such a wonderful history of mathematics, isn't it painful to all of us when many of our students suffer from mathematics phobia, or anxiety?

One day I asked a top ranked student of class VI, “What is perimeter?” Two times length plus breadth, she answered. I told that it was a formula to find the perimeter of a rectangle only. Can you find the perimeter of a triangle? I asked again. She had no idea. I can assure you that she is a good student but had no clear concept on perimeter. Why? Does the feeder (teacher) not feed her properly? When I practically taught her, the very next day she showed me finding out the perimeters of many existing things at her home and that too in a very enthusiastic way. I gave her no formula to find perimeter but taught, what the perimeter is all about. I experienced many such incidents so far, however those are irrelevant to disclose here of course.

So then, aren't we responsible for the students' mathematics phobia to some extent? It is time to introspect, it is time to look back.

For last few years I have been associated with the In Service Teachers Training Program of our district Sivasagar, but I have a doubt on its successfulness or total impact on students. Doubt in the sense that the “follow up action” by the participant teachers in their respective schools. So may I urge the higher authority to take the matter as seriously as it can be from the grass root level. We must have a kind of responsibility and a kind of accountability to our profession. One should remember that, mathematics is not simply about numbers, addition, subtraction, calculation, formula, geometry, algebra but mathematics is like finding patterns.

Japanese scholar Masao Marita says, “Mathematics is a totally endless open-ended creative act, It is a bit like music.” The word mathematics came from the Greek expression TAMATHEMATA. Its original meaning is, “Taking of that which you already have and knowing of that what you already know.” Being a teacher we should remember that we can’t teach students. Students learn on their own. We have to create a healthy environment where students can learn freely at ease. So how much we know is not the matter, we should find out what students know and should start from their end. Let’s play with the mathematical ideas with students and make learning as fun. Einstein said, “Play, is the highest form of research.”

It is said that any one can gain mathematical ideas, mathematical brain if one is given proper guidance and training in the formative period of one’s life. For this we need a good curriculum of mathematics and a healthy school environment as well as home environment.

Let’s be smart, be dedicative or else the saying will go on and on, “Mathematics used by all, detasted by many.”

---

Gunabikash Borgohain teaches Mathematics at Hanhchara High School, Naga Gaon, Sivasagar.

### Mathematics for Recreation!

Consider the long division sum given below. The object is to find the digits represented by letters in it.

$$\begin{array}{r}
 a\ b \overline{) c\ d\ e\ e\ b} \left( b\ f\ b \right. \\
 \underline{c\ e\ b} \\
 g\ g\ e \\
 \underline{g\ c\ h} \\
 c\ e\ b \\
 \underline{c\ e\ b}
 \end{array}$$

*[For solution see page 49]*

*Source : Arithmetical Restoration by W.W. Rouse Ball in Vol. four of  
The World of Mathematics : Simon and Schuster, New York.*



## প্ৰবাসী অসম প্ৰেমী ড° দিলীপ কুমাৰ দত্ত

কাকলি বৰঠাকুৰ

১৯৩৭ চনৰ ৩০ এপ্ৰিলত যোৰহাটৰ তৰাজান গায়ন গাঁৱত ড° দিলীপ কুমাৰ দত্তৰ জন্ম হৈছিল। তেখেতৰ পিতৃৰ নাম ফণীধৰ দত্ত আৰু মাতৃৰ নাম বত্ৰেশ্বৰী দত্ত। তেখেতৰ পিতৃ গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ প্ৰথম গৰাকী পঞ্জীয়ক আছিল। দেউতাকে কটন কলেজত অধ্যাপনা সূত্ৰে থকাৰ সময়তে পুত্ৰক গুৱাহাটীৰ লতাশিল প্ৰাথমিক বিদ্যালয়, মাণিক চন্দ্ৰ বৰুৱা এম ই স্কুল আৰু কলেজিয়েট স্কুলত শিক্ষা গ্ৰহণৰ ব্যৱস্থা কৰিছিল। তেখেত এজন সুদক্ষ খেলুৱৈও আছিল। কটন কলেজিয়েট হাইস্কুল, কটন কলেজ, বামজাছ কলেজত ক্ৰিকেট, টেনিছ, ভলীবল, ফুটবল আদি বিভিন্ন খেলত শিক্ষানুষ্ঠানৰ হৈ বিভিন্ন প্ৰতিযোগিতাত প্ৰতিনিধিত্ব কৰাৰ উপৰিও অধিনায়কৰ দায়িত্বও লাভ কৰিছিল। ১৯৫৮ চনত তেখেতে কটন কলেজৰ পৰা গণিত বিষয়ত অনাৰ্চসহ স্নাতক ডিগ্ৰী লাভ কৰে। সেই বছৰতে দিল্লী বিশ্ববিদ্যালয়লৈ স্নাতকোত্তৰ ডিগ্ৰী গ্ৰহণৰ কাৰণে ৰাওনা হয়। শেষত দিল্লী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা স্নাতকোত্তৰ ডিগ্ৰী গ্ৰহণ কৰাৰ লগতে পি. এইচ ডি ডিগ্ৰীও লাভ কৰে। ব্ৰিটিছ চৰকাৰৰ কমনৱেলথ ফেল’শ্বিপ লাভ কৰা প্ৰথমজন অসমীয়া ছাত্ৰ আছিল তেখেত। ইংলেণ্ডৰ ছাউথ হাম্পটন বিশ্ববিদ্যালয় আৰু কানাডাৰ কেলগেৰী বিশ্ববিদ্যালয়ত সহকাৰী অধ্যাপকৰূপে কাৰ্যনিৰ্বাহ কৰিছিল। পৰৱৰ্তী সময়ত আমেৰিকাৰ ৰ’ড আইলেণ্ড বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিতৰ জ্যেষ্ঠ অধ্যাপক ৰূপে কাৰ্যনিৰ্বাহ কৰে আৰু ৰ’ড আইলেণ্ড বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰাই অৱসৰ গ্ৰহণ কৰে। তেখেতে নিজকে শিক্ষক হিচাপে পৰিচয় দি ভাল পাইছিল। ১৯৫৮ চনত দিল্লী বিশ্ববিদ্যালয়ত অধ্যয়ন কৰিবলৈ যোৱাৰ পৰা আৰম্ভ কৰি আমেৰিকা যুক্তৰাজ্যত নিগাজিকৈ থকালৈকে ওৰে জীৱন তেখেতে অসমীয়া ভাষা, সাহিত্য, সংস্কৃতিৰ চৰ্চা, প্ৰচাৰ আৰু উৎকৰ্ষ সাধনৰ বাবে আশাশুধীয়া প্ৰচেষ্টা চলাই গৈছিল। আচাম এছ’চিয়েচন অব নৰ্থ আমেৰিকা, আচাম ফাউণ্ডেচন অব নৰ্থ আমেৰিকা, অসম সাহিত্য সভাৰ আমেৰিকা শাখাৰ অন্যতম প্ৰতিষ্ঠাপক দত্তদেৱে যোৰহাটৰ তৰাজানত বিদ্যালয় প্ৰতিষ্ঠাৰ বাবে ভূমিदान আৰু গৃহ নিৰ্মাণ, হস্ত-শিল্পানুষ্ঠানৰ গৃহ নিৰ্মাণৰ দৰে বিভিন্ন সামাজিক কামৰ সৈতে জড়িত হৈ আছিল। বিদেশত থাকিলেও নিয়মিত মাতৃভাষাত সাহিত্য চৰ্চা কৰি কেইবাখনো গ্ৰন্থ অসমীয়া সাহিত্যৰ ভঁৰাললৈ আগবঢ়াইছে। কম্পিউটাৰত ভাৰতীয় ভাষাৰ ব্যৱহাৰ প্ৰথম তেখেতেই কৰিছিল। তেখেতৰ ‘প্ৰেমত পৰিলোঁ নেকি?’ গ্ৰন্থখন কম্পিউটাৰত অসমীয়া আখৰেৰে লিখা প্ৰথমখন গ্ৰন্থ।

গণিতৰ উপৰি বিভিন্ন বিষয়ত তত্ত্বগত লেখনিৰে অসমীয়া সাহিত্য জগত টনকিয়াল কৰা দত্তৰ এখন উল্লেখযোগ্য গ্ৰন্থ হৈছে সুধাকৰ্ণৰ গীতৰ সমীক্ষাত্মক ৰচনা ‘ভূপেন হাজৰিকাৰ গীত আৰু ৰথ’। ইয়াৰ উপৰিও ‘মোৰ শিক্ষা আৰু মোৰ শিক্ষক’, ‘নিৰ্মল প্ৰভাৰ গীত আৰু নাৰীৰ জীৱন নদী’, ‘ফলি লোৱা বুৰঞ্জী’, ‘মনে মোৰ কইনা বিচাৰে’,

‘মিছ গুৱাহাটী’, ‘শুভ দিনৰ নিৰ্ঘণ্ট’, ‘খোচা বিন্ধা বুৰঞ্জী’ তেখেতৰ কেইখনমান উল্লেখযোগ্য গ্ৰন্থ। তেখেতে আমেৰিকা নিবাসী আন এজন অসমীয়া সু-সন্তান ৰূপম শৰ্মাৰ সহযোগত পুৰণি অসমীয়া চিৰ সেউজ গীতসমূহ ডিজিটেল পদ্ধতিৰে সংৰক্ষণ কৰি থৈ গৈছে।

শীতকালত প্ৰতিবছৰেই এবাৰ যোৰহাটলৈ আহি সময় কটাইছিল বিশিষ্ট সাহিত্যিকগৰাকীয়ে। এইবাৰো শীতকালত যোৰহাটলৈ অহাৰ টিকত ক্ৰয় কৰি থৈছিল। তেওঁৰ পিতৃ উপাচাৰ্য ফণীধৰ দত্তৰ সোঁৱৰণত এটা ন্যাস গঠন কৰি জন্মস্থান তৰাজান গায়ন গাৱঁত শংকৰদেৱ শিশু নিকেতন নামৰ এখন বিদ্যালয় স্থাপন কৰিছিল। তদুপৰি চহৰখনৰ চোলাধৰাত জাতীয় বিদ্যালয়ৰ বাবে তিনি বিঘা দুকঠা মাটি দান কৰি এটা বৃহৎ ভৱনো নিৰ্মাণ কৰি দিছিল। এই ভূমি, গৃহ আদি পিতৃ ফণীধৰ দত্তৰ নামৰ উৎসৰ্গা কৰিছিল। পাছত জাতীয় বিদ্যালয়ে তেখেতৰ পিতৃ ফণীধৰ দত্ত আৰু বিদুষী মহিলা ৰত্নেশ্বৰী দত্তৰ নামত পৃথকে দুটি ভৱন নিৰ্মাণ কৰে।

সন্ধিয়া চাহ কাপ খাই কিবা এটা লিখোঁ বুলি টেবুলত বহোতেই ফোনটো বাজিল। মাৰ ফোন। ৰিচিভ কৰিলত মায়ে ক’লে— ‘খবৰ এটা পালিনে? দিলীপ দত্তচাৰ চুকাল নিউজত দি আছে।’ মই স্ক্ৰ হৈ বুলো। মাৰ লগত আৰু কথা পাতিব নোৱাৰিলোঁ। মায়ে বুজি পাই ফোনটো কাটি দিলে। কথাষাৰ বিশ্বাস কৰিবলৈ টান পাইছিলোঁ। তেখেতৰ ভাগিন বোৱাৰীলৈ ফোন কৰি খবৰ ল’লো। এনেকুৱা লাগিছিল যেন ছাৰৰ ওচৰলৈ ঢাপলিয়াই যাম। এবাৰ ছাৰক চাবলৈ পোৱা হ’লে। লগে লগে ছাৰৰ ঘনিষ্ঠ দুজন ছাৰক খবৰ দিলোঁ। ছাৰ যোৰহাটলৈ অহাৰ দিন হিচাপ কৰি আছিলোঁ। হঠাৎ খবৰটোৱে বৰ দুখ দিলে। ছাৰৰ বিষয়ে প্ৰথম মোৰ মাৰ মুখতেই শুনিছিলোঁ আৰু মৃত্যুৰ খবৰো মায়েই দিলে। কি আচৰিত? আৰু প্ৰথম ছাৰক মই লগ পাইছিলোঁ মোৰ মাৰ উপস্থিতিহে। ছাৰৰ গল গলিয়া মাতোৰে কোৱা কথাবোৰ আজিও কাণত বাজি থাকে। ২০০৫ চনৰ পৰাই ছাৰক লগ পাই আহিছোঁ। প্ৰথম লগ পাইছিলোঁ গুৱাহাটী অভিমুখী যাত্ৰাত আমনিত চাহ খাওঁতে। চাহ খাই থাকোঁতে মায়ে মোক কৈছিল ‘অ’ই সৰুৰ পৰা লগ পাবলৈ বিচাৰি থকা মানুহজন চা’ এক বুজাব নোৱাৰা আনন্দৰে ভৰি পৰিছিল মোৰ মন। তেতিয়াৰ পৰাই ছাৰৰ লগত ফোন যোগেই হওঁক বা ব্যক্তিগত ভাবেই হওঁক যোগাযোগ ৰাখিছিলোঁ। যোৰহাটলৈ আহিলে ছাৰৰ ঘৰলৈ গৈছিলোঁ। বিদ্যালয়ৰ ল’ৰা-ছোৱালীকেইটাৰ খবৰ ল’বলৈ নাপাহৰিছিল। সকলোৰে লগত মিলিব পৰা মাটিৰ মানুহ যেন স্মৰণ আছিল। সংগীত, গণিত এইবোৰ লৈয়েই ব্যস্ত আছিল। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ লগত সময় কটাই বেছি ভাল পাইছিল। ২০১৪ চনত আমাৰ বিদ্যালয়ত যোৰহাটৰ বিভিন্ন বিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ লগত এটি অস্তৰংগ আলাপ অনুষ্ঠান অনুষ্ঠিত কৰি সুখী হৈছিলোঁ। ইয়াৰ উপৰিও আমাৰ বিদ্যালয়ত নৱম আৰু দশম শ্ৰেণীত গণিতৰ পাঠদান কৰিছিল। মোৰ ‘গণিত অভিধান’খন প্ৰস্তুত কৰি উলিয়াওতে মোক যথেষ্ট সহায় কৰিছিল আৰু উৎসাহ, প্ৰেৰণা দিছিল। ২০১৭ চনত ‘শব্দ’ৰ উদ্যোগত বিষুৱাম বৰুৱা হ’লত হোৱা গ্ৰন্থমেলাৰ সামৰণি সভাৰ ভাষণত ভাষণ আগবঢ়াই থকাৰ মাজতে, তেখেতৰ বক্তব্যত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ প্ৰতি গণিতৰ বিষয়ে কিছু কথা কৈ থকাৰ মাজত যেতিয়া মোৰ নাম লৈছিল মই থমকি ৰৈছিলোঁ আৰু আনন্দিত হৈছিলোঁ। ইমান এখন ডাঙৰ সভাত সকলোৰে সন্মুখত মোৰ নাম। বিশেষকৈ ছাৰৰ মুখত। এটা যেন ডাঙৰ আশীৰ্বাদ আছিল মোৰ বাবে সেইটো।

‘কাকলি কি খবৰ, ভালৈ আছা? মই যোৰহাট পালোঁহি দেই। তোমাৰ ল’ৰা-ছোৱালী হ’তৰ কি খবৰ, পঢ়া-শুনা কৰিছেনে, অংক কৰিছেনে? এইবাৰ সোনকালে আহিলোঁ দেই। বহুত দিন থাকিম। তুমি গণিতৰ কথা পাতিবলৈ বহুত সময় পাবা। সদায় কোৱা নহয় কথা বহুত থাকিয়েই গ’ল শুধিবলৈ হাঃ হাঃ। আহিবা তোমাৰ যেতিয়া সময় সুবিধা হয়। মই আছোঁ। ফোন এটা কৰি জনাবা কেতিয়া আহা।’ হাঁহি হাঁহি গলগলীয়া মাতোৰে এনেকৈ ক’বলৈ মাতিবলৈ ছাৰ আৰু নাই। এনেকুৱা লাগে ছাৰে যেন নিজে জানিছিল আৰু ছাৰক নাপাম বুলি আৰু সেই কাৰণেই যেন সকলো কথা শুধিবলৈ আৰু পাতিবলৈ কৈছিল। যোৱা বছৰ ২০১৮ চনত যোৰহাট আহি ফোনত মোক কোৱা কথা এইষাৰ।

ছাৰৰ লগত কথা পাতোতে এটা এটাকৈ গণিতৰ ইটো সিটো পাতোতে দুঘণ্টা তিনিঘণ্টা সময় কেনেকৈ পাৰ হয় ক'বই নোৱাৰে। সহজ, সৰলভাবে বুজাই দিয়ে সকলো। ছাৰৰ পৰা বহু কথা শিকিলো আৰু বহু থাকি গ'ল। ছাৰৰ মৃত্যুৰ খবৰ সঁচা বুলি গ্ৰহণ কৰিবলৈ বৰ কষ্ট পাওঁ মনটোত, কিন্তু গ্ৰহণ কৰিবই লাগিব। দিন, মাহ হিচাপ কৰি আছিলোঁ ছাৰ আহিব এইটো সুধিম, সেইটো সুধিম ছাৰৰ ওচৰলৈ যাম, কথা পাতিম..... নাই, ছাৰ আৰু নাই। ছাৰ য'তেই আছে কুশলে থাকক। ছাৰৰ আত্মাই শান্তি লাভ কৰক।

---

কাকলি বৰঠাকুৰ যোৰহাটৰ তৰাজান হাই স্কুলৰ গণিতৰ শিক্ষয়িত্ৰী আৰু  
অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ যোৰহাট শাখাৰ সম্পাদিকা।

[ “শিক্ষাদানৰ বিষয়ে এটা কথাত আজিৰ বিশেষজ্ঞ সকলৰ দুটা দল আছে। এটা দলে ভাবে যে শিক্ষকসকলে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক তেওঁলোকৰ পাঠৰ সহায়েৰে আমোদ দিব পাৰিব লাগে। শিক্ষকসকলে নানা উপায়েৰে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক আমোদ লগাই থাকিব পাৰিলেহে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে স্কুললৈ আহিবলৈ ভাল পায় আৰু পঢ়াশুনা কৰি আনন্দ লাভ কৰে। এই চিন্তাধাৰাৰ প্ৰভাৱতে আজিৰ পাঠ্যপুথিবিলাক বংচঙীয়া হৈছে। পাঠ্যপুথিত বস লগোৱা কমিক্ ছবিৰ বিশদ ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে আৰু আন উপায়েৰে আমোদজনক কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা হৈছে। এইসকলৰ মতে শিক্ষকে গীত গাই, নাচিবাগি, ভেঙুচালি কৰি বা হাঁহি উঠা গল্প কৈ আমোদ দিব পাৰিলেহে বৰ ভাল কথা।

আনটো দলৰ মতে শিক্ষাদান বৰ গহীন কথা। শিক্ষকসকলে পাঠদান কৰোঁতে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক আমোদ দিবলৈ চেষ্টা কৰিলে, সেই পাঠ, সেই শিক্ষক পাতল কৰাহে হয়। তাতে জ্ঞান অৰ্জন কৰিবলৈ হ'লে যে কঠোৰ পৰিশ্ৰম কৰিব লাগে সেই সত্যটোক আমোদৰ যোগেদি বুজাব নোৱাৰি।

আমিও অৱশ্যে দ্বিতীয় দলৰ মতহে বেছি সমৰ্থন কৰোঁ। শিক্ষকসকলে পঢ়াশুনা কৰাটো আৰু জ্ঞান লাভ কৰাটোৱেই যে চৰম আমোদ আৰু আনন্দৰ কথা সেইটো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক পতিয়ন নিয়াবলৈ চেষ্টা কৰিব লাগে। এজন আমোদ শিল্পীৰ দৰে আন প্ৰকাৰে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক আমোদ দিবলৈ শিক্ষকসকলে চেষ্টা কৰাটো বৃথা। বিশেষকৈ আজিৰ যুগত, আজিৰ চিনেমা আৰু টেলিভিছনৰ যুগত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে যেতিয়া নানা ধৰণৰ আমোদশিল্পী আৰু আমোদ কৌশল সদায় উপভোগ কৰিবলৈ পায় সেই যুগত এজন শিক্ষকে আমোদশিল্পীৰ দৰে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক আমোদ দিবলৈ চেষ্টা কৰিলে হয়তো হাঁহিয়াতৰ পাত্ৰহে হ'ব।”

ড° দিলীপ দত্ত প্ৰণীত “মোৰ শিক্ষা আৰু মোৰ শিক্ষক” গ্ৰন্থৰপৰা উদ্ধৃত ]

## সকলোৰে বাবে গণিত

ডিম্পী কলিতা

**আৰম্ভণি :** দৈনন্দিন জীৱনত আমি আমাৰ অলক্ষিতে গণিতৰ ব্যৱহাৰ প্ৰচুৰ পৰিমাণে কৰি আহিছোঁ। সঁচা কথা ক'বলৈ গ'লে আমি ককা, আজো ককাৰ দিনৰে পৰাই প্ৰায়োগিক গণিতৰ ব্যৱহাৰ কৰি আহিছোঁ। বিজ্ঞানৰ ৰাণী গণিত কিছু লোকৰ বাবে উপহাৰ আৰু কিছু লোকৰ বাবে পথিকৃৎ হয়। গণিতে তাহানিৰ সভ্যতাৰপৰা বৰ্তমানলৈকে মানুহৰ জীৱন পৰিচালনা তথা সহজ কৰিছে। ইও আমাৰ সংস্কৃতিৰ এক সংগী স্বৰূপ হৈ পৰিছে। গণিত যেন এক বান্ধি থোৱা সূতাহে। সেই সূতা হ'ল বিভিন্ন যুক্তিগত ক্ষমতা অৰ্থাৎ বিভিন্ন যুক্তিৰে মানুহৰ মনত গভীৰ সাঁচ বহুৱাবলৈ সক্ষম হৈছে। গণিতে মানুহৰ শাৰীৰিক, মানসিক আৰু আধ্যাত্মিক সকলো দিশকে সামৰি লৈছে। সেয়েহে কোৱা হৈছে “সকলোৰে বাবে গণিত।”

**গণিতৰ সংজ্ঞা :** গণিত শব্দটো গ্ৰীক শব্দ ‘Mathematics’ শব্দৰ পৰা আহিছে। ইয়াৰ অৰ্থ “জ্ঞান তথা প্ৰজ্ঞান”। বিভিন্ন জনে বিভিন্ন সংজ্ঞা আগবঢ়াইছে। যেনে অংকৰ গণনা কৰাকে গণিত বোলে। বিভিন্ন স্থান, প্ৰস্থান, পৰিৱৰ্তন আদি সাপেক্ষে লোৱা সাংখ্যিক মানক গণিত বোলে। ব্যৱহাৰিক গণিত বা যুক্তিগত মান ব্যৱহাৰৰ ক্ষেত্ৰতো ব্যৱহৃত হয়। গণিত বাস্তৱ জীৱনত বিমূৰ্ত নহয় আৰু সেয়েহে আমাৰ বাবে ইয়াৰ বহুল ব্যৱহাৰ সম্ভৱ হৈছে।

Aristotle ৰ মতে Mathematics is the science of quantity, গণিত বিজ্ঞানৰ বহুতো সূত্ৰত ব্যৱহৃত হয়। সেয়েহে গণিতক “বিজ্ঞানৰ সূত্ৰ তথা ভাষা” “বিশ্বৰ ভাষা” আৰু “সমগ্ৰ বিজ্ঞানৰ ৰাণী” বুলি অভিহিত কৰা হয়।

সংখ্যাগতক গণিতক ব্যৱহাৰ কৰাই গণিতৰ মূল লক্ষ্য নহয়। বিভিন্ন গণিতজ্ঞই বুজাইছে যে গণিতৰ যুক্তিসন্মত ব্যৱহাৰেই হ'ল ইয়াৰ মূল। গণিতে মানুহৰ মনৰ ভাব বৃদ্ধি কৰে, আত্মনিৰ্ভৰশীলতা প্ৰদান কৰে, নিৰ্ভৰতাৰে এটা সংকল্প ল'ব পাৰে আৰু বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত আগবঢ়ুৱা হ'ব পাৰে।

**বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত গণিতৰ ব্যৱহাৰ :**

**ঐতিহাসিক দিশ :** সিন্ধু উপত্যকাৰ তথা মেছ'পটেমিয়া বাসীয়ে পোন প্ৰথমে যেতিয়া ৰাস্তা-ঘাট বান্ধিছিল, তেতিয়াই বিভিন্ন ত্ৰিকোণ জাতীয় ইটা ব্যৱহাৰ কৰিছিল, আৰু সকলোতে গণনা প্ৰয়োগ কৰিছিল। ঠিক একেদৰেই বুৰঞ্জী প্ৰসিদ্ধ বিভিন্ন চন তাৰিখ আদিত অংকই ব্যৱহাৰ হয়।

**অৰ্থনৈতিক দিশ :** বৰ্তমান বিভিন্ন বেপাৰ-বাণিজ্যৰ হিচাপ ৰখা বিভিন্ন বজাৰ-সমাৰৰ হিচাপ ৰখাৰ ক্ষেত্ৰতো অংকৰ ব্যৱহাৰ হয়।

**ৰাজনৈতিক দিশ :** দেশ এখনৰ মুঠ জনসংখ্যাৰ হিচাপ বখা, বিভিন্ন সমস্যাৰ সমাধানৰ বাবে টকা পইচাৰ হিচাপ ৰখাৰ ক্ষেত্ৰত অংকই প্ৰাধান্য লাভ কৰি আহিছে।

**দৈনন্দিন জীৱনত গণিতৰ ব্যৱহাৰ :** ৰাতিপুৱা শুই উঠাৰপৰা আৰম্ভ কৰি ৰাতি শুৱালৈকে গণিতৰেই ব্যৱহাৰ কৰি আহিছোঁ।

ৰাতিপুৱা শুই উঠিয়েই চোৱা ঘড়ীটোত গণিতৰে ব্যৱহাৰ হৈছে। তাৰ পিছত মুখ-হাত ধোওঁতে কিমান পৰিমাণৰ পানীৰ প্ৰয়োজন তাতেও গণিতৰেই ব্যৱহাৰ। চাহ বনাওতে কিমান চামুচ চেনি, চাহপাত লগা, কাপোৰৰ জোখ, বিদ্যালয়লৈ যাওঁতে কিমান সময় লাগিল ইত্যাদি সকলোতে গণিত। সেয়েহে গণিতৰ মহত্ব সৰ্বত্ৰ বিৰাজমান।

**অন্যান্য দিশ :** কৃষিয়েই কৃষকৰ জীৱন। এই কৃষিকাৰ্যত ব্যৱহৃত এবিধ সঁজুলি হ'ল নাঙল, যি আমাৰ সকলোৰে পৰিচিত। এই নাঙলটোত ত্ৰিকোণমিতিৰ প্ৰয়োগ হৈছে। বাৰিষাকালত যেতিয়া বোকা হয় তেতিয়া নাঙলৰ ফালটো ৪ (চাৰি) আঙুলি বঢ়াই লোৱা হয় আৰু ইয়াক 'সেউ' বুলি কয়। খৰালি যেতিয়া শুকান হয় তেতিয়া খেতিৰ বাবে বৰ অসুবিধা হয়, সেয়েহে ৪ (চাৰি) আঙুলিৰপৰা ২ (দুই) আঙুলি কমাই দিয়া হয় আৰু ইয়াক 'উড' বুলি কোৱা হয়।

খেতিৰ বাবে ব্যৱহৃত আন এবিধ সঁজুলি হ'ল কোৰ। এই কোৰৰ নালডালত কোৰ খন লগাওঁতে ৬০ ডিগ্ৰী কোণ কৰি লগোৱা হয় তেতিয়া বন চিকুনাবলৈ সহজ হয়।

যেতিয়া পথাৰত কঠিয়া ৰোৱা হয়, তেতিয়া কঠিয়াবোৰৰ দূৰত্ব জুখি চাইহে ৰোৱা হয়। অৰ্থাৎ কৃষিক্ষেত্ৰতো গণিতৰ বহুল ব্যৱহাৰ হয়।

বিহু অসমীয়াৰ বুকুৰ কুটুম। বিহুৰ বতৰত প্ৰত্যেক অসমীয়াৰ ঘৰে ঘৰে টেকীৰ শব্দৰ খলকনি শুনিবলৈ পোৱা যায়। কিন্তু জানিবলৈ পাই আঁচৰিত হওঁ যে এই টেকী শালতো গণিতৰেই প্ৰয়োগ হৈছে। এই টেকীশালখন বহুল অংশত ৯০ ডিগ্ৰী কোণ কৰি থাকে আৰু শলাডালে ১৮০ ডিগ্ৰী কোণ কৰি থাকে।

মহামানৱ মহাত্মা গান্ধীয়েও অসমীয়া শিপিনীৰ গুণ গাইছিল, তেওঁলোকৰ তাঁত-বোৱাৰ কাৰিকৰী বিদ্যা দেখি। অৰ্থাৎ তাঁতশালখন অসমীয়া শিপিনীসকলৰ বুকুৰ আপোন। এই তাঁতশালখনো এক গণিতৰ মহাসাগৰ। তাঁতৰ চাৰিটা খুঁটা আয়তাকৃতিৰ হয় আৰু মাৰিৰে বান্ধি লোৱা হয় এই মাৰিকেইডালক 'সাঁকোঁমাৰি' বোলে। ই তাঁতশালৰ লগত ৬০ ডিগ্ৰী কোণ কৰি থকা দেখা যায়। সূতা কাটিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা যঁতৰ তাতেও গণিত ব্যৱহৃত হয়।

ঘৰ সজাৰ বাবে বিভিন্ন আচৰাব আয়তাকৃতি, নে বৰ্গাকৃতিৰ হ'ব এইবোৰৰ জোখ লোৱাৰ পৰা ঘৰৰ দৰ্জা, খিৰিকীৰ ফ্ৰেমবোৰ, ইটোৰ লগত সিটোৱে ৯০ কোণ কৰি থকা দেখা যায়। গৰু-ছাগলী বন্ধা পঘাডাল, মাছ মাৰিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা জালখন, উণ গাঁথিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা সূতা, গৃহিনীসকলে ব্যঞ্জন ৰান্ধোতে ব্যৱহাৰ কৰা কেঁচামাল যেনে চেনি, চাহপাত, নিমখ, হালধি, মছলা আদি উপাদানসমূহ ব্যৱহাৰৰ ক্ষেত্ৰতো গণিতেই ব্যৱহাৰ হয়।

আধ্যাত্মিক ক্ষেত্ৰত ক'বলৈ গ'লে বিভিন্ন বেদ-বেদান্ততো গণিতৰ ব্যৱহাৰ পৰিলক্ষিত হৈছে যেনে যেতিয়া হনুমানে সূৰ্যক ভক্ষণ কৰিবলৈ উৰা মাৰিছিল তেতিয়া শত যোজন অতিক্ৰম কৰাৰ কথা উল্লেখ আছে। অৰ্থাৎ গণিতৰ ব্যৱহাৰ পৰিলক্ষিত হৈছে।

আমাৰ বৰ্তমান যুগত বিভিন্ন উপগ্ৰহ মহাকাশলৈ পঠিওৱা হৈছে। তাতেই বিভিন্ন ইন্ধনৰ পৰিমাণ, সময় ইত্যাদিত গণিতেই ব্যৱহৃত হৈছে।

মানুহে শাক-পাচলি উৎপাদনৰ পৰা কিনালৈ, কিনি আনি বনোৱালৈ সকলোতে গণিতৰেই ব্যৱহাৰ কৰি আহিছে।

**অসুবিধা :** গণিতে মানুহৰ জীৱন সহজ কৰি তুলিছে। ইয়াৰ মাজতো সামান্য অসুবিধাৰ সন্মুখীন হোৱা দেখা যায়। যেনে কেতিয়াবা কিছুমান গণিতৰ সমাধান মুখে মুখে উলিয়াব নোৱাৰি। বাণিজ্যিক ক্ষেত্ৰত গণিত আৰু মানুহৰ জীৱনত ব্যৱহৃত গণিতৰ মাজত পাৰ্থক্য থকা দেখা যায়। লোকৰ গণিতৰ প্ৰতি জ্ঞান নাথাকিবও পাৰে, সেয়েহে তেতিয়া এই ক্ষেত্ৰত অসুবিধাৰ সৃষ্টি হয়।

**সামৰণি :** গণিতত মুঠ ১০টা অংক আছে। সেইকেইটা হ'ল— ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। পৃথিবী কি গোটেই বিশ্বব্ৰহ্মাণ্ডখন গণিত অবিহনে অৰ্থহীন হৈ পৰিলহেতেন। প্ৰথমটো অংক ০ ৰ আৱিষ্কাৰক আৰ্যভট্টৰ পৰা আৰম্ভ কৰি ৰামানুজন, আইনষ্টাইনৰ দৰে মহান গণিতজ্ঞৰ মহান আৱিষ্কাৰেই সৃষ্টিৰ মূল স্বৰূপ। তেওঁলোকৰ মহান ত্যাগেই আমাৰ বাবে একো একোখন নতুন জগতৰ পৰিচয় দাঙি ধৰিছে। আমাৰ নৱ প্ৰজন্মই তেওঁলোকে দেখাই যোৱা বাট অতিক্ৰম কৰি দেশৰ উন্নতিত অৰিহণা যোগোৱাটো নিতান্তই প্ৰয়োজন।

---

ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস উপলক্ষে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ তেজপুৰ শাখাই আয়োজন কৰা ৰচনা প্ৰতিযোগিতাৰ 'খ' শাখাত প্ৰথম পুৰস্কাৰপ্ৰাপ্ত ডিম্পী কলিতা তেজপুৰ চৰকাৰী উচ্চতৰ মাধ্যমিক বহুমুখী কন্যা বিদ্যালয়ৰ দ্বাদশ শ্ৰেণীৰ কলা শাখাৰ ছাত্ৰী।

*[Solution to the sum given in page 43]*

Since the product of  $b$  by  $b$  is a number which ends in  $b$ ,  $b$  must be 1, 5, or 6. Since the product of  $ab$  by  $b$  is a number of three digits,  $b$  can not be 1. The result of the subtraction of  $h$  from  $e$  is  $e$ , hence  $h=0$ , and therefore if  $b=5$  we have  $f$  even, and if  $b=6$  we have  $f=5$ . Also the result of the subtraction of  $c$  from  $g$  is  $c$ , hence  $g=2c$ , and therefore,  $c$  can not be greater than 4 : from which it follows that  $b$  can not be 6. A few trials now show that the question arose from the division of 19, 775 by 35]



## ভাৰতীয় মুদ্ৰাৰ নতুন চিহ্ন নিৰ্মাতা উদয় কুমাৰৰ সৈতে এটি আছুতীয়া সাক্ষাৎকাৰ

(ভাৰতীয় টকা-চিহ্নৰ ধাৰণাৰ জন্মদাতা উদয় কুমাৰ ধৰ্মলিংগম ভাৰতবৰ্ষৰ এটি চিনাকি ব্যক্তিত্ব। তেওঁ ভাৰতীয় প্ৰযুক্তিবিদ্যা প্ৰতিষ্ঠান, ব'ম্বেৰ ইণ্ডাষ্ট্ৰিয়েল ডিজাইন চেণ্টাৰৰ পৰা ডিজাইনিঙৰ স্নাতকোত্তৰ ডিগ্ৰী লৈ সেই প্ৰতিষ্ঠানৰ পৰাই পি এইচ ডি ডিগ্ৰী লয়। সেই প্ৰতিষ্ঠানৰ পৰা ডিজাইনিঙত পি এইচ ডি লাভ কৰা তেওঁৰেই প্ৰথমজন ব্যক্তি। বৰ্তমান তেওঁ ভাৰতীয় প্ৰযুক্তিবিদ্যা প্ৰতিষ্ঠান, গুৱাহাটীত সহকাৰী অধ্যাপক হিচাপে কৰ্মৰত। অসাধাৰণ পাৰদৰ্শিতাবে ল'ৰালি কালৰে পৰা তেওঁ অগণন বঁটা তথা সন্মান বুটলিবলৈ সক্ষম হৈছে। বিভিন্ন চিহ্নৰ নক্সা, বেটুপাতৰ ধাৰণা, প'ষ্টাৰ, বেনাৰ আদিৰ ক্ষেত্ৰত তেওঁ বহু অৱদান আগবঢ়াইছে।)

২০১৫ চনতে গণিত চ'ৰাই গ্ৰহণ কৰা এটি আছুতীয়া সাক্ষাৎকাৰত অধ্যাপকজনে তেওঁৰ কৰ্ম আৰু চিন্তাধাৰাৰ কিয়দংশ পাঠকৰ আগত দাঙি ধৰিছিল। ইংৰাজীত গ্ৰহণ কৰা মূল সাক্ষাৎকাৰটিৰ অসমীয়া অনুবাদ হৃদয়ানন্দ শইকীয়াৰ।

- ১) আপুনি বৰ্তমান আই আই টি গুৱাহাটী ডিজাইনিং বিভাগত যি গৱেষণাত ব্ৰতী আছে, স্বাভাবিকতেই ইয়াত **oculus rift** ৰ দৰে শেহতীয়া প্ৰযুক্তি ব্যৱহাৰ কৰা হয়। এই ক্ষেত্ৰত আপোনাৰ অভিজ্ঞতা আৰু আপোনাৰ মতে গৱেষণাৰ ক্ষেত্ৰত এইধৰণৰ কলা প্ৰযুক্তিৰ ব্যৱহাৰৰ প্ৰাসংগিকতা কেনেকুৱা ?
- ◆ মই কেৱল এজন ছাত্ৰকহে তেওঁৰ গেম ডিজাইনিঙৰ স্নাতকোত্তৰ প্ৰকল্পত এই প্ৰযুক্তি ব্যৱহাৰ কৰা দেখিছোঁ। নিজৰ ধাৰণা তথা প্ৰকল্পক পৰিচালনা আৰু সম্পাদন কৰিবলৈ শিক্ষাৰ্থীসকলে এইধৰণৰ নৱপ্ৰযুক্তি ব্যৱহাৰ কৰা দেখিলে সচ'ই ভাল লাগে আৰু আশা কৰোঁ অনাগত দিনত অধিক শিক্ষাৰ্থী একে দিশতে অগ্ৰসৰ হওক। বৰ্তমান সময়ত বিশ্বৰ প্ৰযুক্তি-বিদ্যাৰ বিকাশৰ স'তে খোজ মিলাই অগ্ৰসৰ হোৱাৰ লগতে এইসমূহ সঠিক ব্যৱহাৰৰ জৰিয়তে অধিক কাৰ্যক্ষম প্ৰকল্প সম্পন্ন কৰাটো খুবৈই প্ৰয়োজনীয়।
- ২) আপুনি বৰ্তমানলৈকে আই আই টি গুৱাহাটীত বহুদিন কটালে। জন্মসূত্ৰে আপুনি ভাৰতবৰ্ষৰ এই অংশৰ বাসিন্দা নহয়। সংস্কৃতিৰ এই সলনিৰ স'তে আপুনি নিজকে কেনেদৰে অভিযোজন কৰিলে ? ই আপোনাৰ কামক কোনো প্ৰকাৰে ব্যাঘাত জন্মাইছে নেকি ?
- ◆ ঠাই অথবা সংস্কৃতিৰ সলনিয়ে মোৰ কামত কেতিয়াও ব্যাঘাত জন্মোৱা নাই ; বৰং ই মোৰ চিন্তাশৈলী বিস্তৃত কৰি অনন্য মাত্ৰা প্ৰদান কৰিছে। বিবিধ কলাশৈলীয়ে তোমাৰ চিন্তাৰ প্ৰসাৰ আৰু মনোবৃত্তিৰ উৎকৰ্ষত যথেষ্ট অৰিহণা যোগায়। মোৰ মতে প্ৰকৃততে ইয়াৰ দ্বাৰা এজন ব্যক্তি ভিন্ন দিশত পাৰদৰ্শী হৈ উঠে।

- ৩) তেন্তে আহকচোন আমি ডিজাইনিঙৰ ক্ষেত্ৰখনৰ কথাকে আলোচনা কৰোঁ। ডিজাইনিঙৰ ক্ষেত্ৰখনৰ বিবিধ কেৰিয়াৰ সম্পৰ্কে অলপ জনাবচোন।
- ◆ ডিজাইন শব্দটো প্ৰকৃততে ব্যাপক অৰ্থত ব্যৱহাৰ হয়— কলা, স্থাপত্য, বিজ্ঞান, অভিযান্ত্ৰিকীকে ধৰি চিকিৎসা বিজ্ঞানলৈকে ইয়াৰ প্ৰচুৰ ব্যৱহাৰ। ডিজাইনিং প্ৰতিষ্ঠানৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক মূলতঃ ঔদ্যোগিক ডিজাইন, জনসংযোগ, স্থাপত্য, ফেচন ডিজাইনিং আদি ক্ষেত্ৰসমূহত নিযুক্তি দিব পৰা যায়।
- ৪) ভাতৰবৰ্ষত বৰ্তমান ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে অভিযান্ত্ৰিক, আইন অথবা চিকিৎসা সেৱাকে কেৰিয়াৰ হিচাপে প্ৰধানকৈ বাছি ল'ব বিচাৰে। কেৰিয়াৰ গঠনৰ ক্ষেত্ৰত ডিজাইনিঙৰ ক্ষেত্ৰখনে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক আকৰ্ষিত কৰিব পাৰিব বুলি আপুনি ভাবেনে?
- ◆ ডিজাইনিঙৰ ক্ষেত্ৰখন খুবেই সম্ভাৱনাময়, বিশেষকৈ আমাৰ এনে এখন দেশত, য'ত ডিজাইনিঙৰ বহু সুযোগ আছে। যোৱা দশকবোৰৰ তুলনাত বৰ্তমান ডিজাইনিং যথেষ্ট আগুৱাই গ'ল। পূৰ্বৰ তুলনাত বৰ্তমান অধিক ডিজাইনিং প্ৰতিষ্ঠান, ফাৰ্ম আদি স্থাপন হোৱাৰ লগতে ডিজাইনিঙৰ লগত জড়িত উদ্যোগপতি, পেছাদাৰী ব্যক্তি আদিও বহু ওলাইছে, আৰু উদ্যোগসমূহত ডিজাইনিঙৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ নিযুক্তিৰ সংখ্যাও বৃদ্ধি পাইছে। ডিজাইনিঙৰ এই লেখডালৰ কেৱল উৰ্দ্ধ-মুখী গতিহে মই দেখা পাইছোঁ।
- ৫) শেহতীয়াকৈ ডিজাইনিঙৰ ক্ষেত্ৰত এনে কি উন্নতি হৈছে যিটো ভাৰতৰ আন প্ৰতিষ্ঠানসমূহেও আদৰি লোৱা উচিত?
- ◆ গৰিষ্ঠসংখ্যক ডিজাইনিং প্ৰতিষ্ঠান প্ৰায় সমানেই সম্ভাৱনাময়। কিন্তু বিশ্বৰ সৈতে তুলনা কৰিহে আমি বহু কৰিবলগীয়া আছে। যেনে বৰ্তমান কিছুমান বিশেষ ডিজাইনিং বিষয়বস্তুৰ সংযোগ, অত্যাধুনিক সুবিধা, দক্ষ ব্যক্তিৰ অধিক নিযুক্তি ইত্যাদি খুবেই প্ৰয়োজন। এইখিনি সম্ভৱ হ'বলৈ ডিজাইনিঙৰ প্ৰচাৰ আৰু প্ৰসাৰ হ'ব লাগিব।
- ৬) আপোনাৰ শৈশৱ সম্পৰ্কে কিছু কথা আমাক জনাবচোন। ডিজাইনিঙৰ ক্ষেত্ৰখনলৈ অহাত আপোনাক কিহে অনুপ্ৰেৰণা যোগালে? আপোনাৰ ঘৰখনত এটা ৰাজনৈতিক পৰিৱেশ আছে। আপোনাৰ দেউতা এজন বিধায়ক। আপোনাৰ ঘৰুৱা পৰিৱেশটো কেনে আছিল?
- ◆ ঘৰৰ ৰাজনৈতিক পৰিৱেশটোৰ সৈতে মোৰ উৎকৰ্ষ বা শিক্ষাৰ কোনো সম্পৰ্ক নাই, দেউতাই আমাৰ আগত কেতিয়াও সেইবোৰ আলোচনা কৰা নাছিল। তেখেতে তেখেতৰ পেছা আৰু পৰিয়াল পৃথকভাৱে ৰাখিছিল। আমাৰ কোনোটো ভাই-ভনীয়েই তেনে কাৰ্যক্ৰমত জড়িত নাছিল। আমি কি কৰিব বিচাৰো তাৰ সিদ্ধান্তৰ সম্পূৰ্ণ স্বাধীনতা আমাক দিয়া হৈছিল আৰু ই আমাক দায়িত্বশীল কৰি তুলিছিল। মই ভাৱোঁ যে মোৰ প্ৰতি মা-দেউতাৰ শ্ৰেষ্ঠ অৱদানসমূহৰ এইটো এটা অন্যতম। মোৰ বিদ্যালয় 'লা কেটেলাইন'তেই মোৰ কলা আৰু ডিজাইনিঙৰ কেৰিয়াৰৰ ভেঁটি নিৰ্মাণ হৈছিল। মই মোৰ এই আগ্ৰহক অনুসৰণ কৰিছিলো আৰু স্নাতক ডিগ্ৰীৰ বাবে আন্না বিশ্ববিদ্যালয়ৰ 'School of Architecture and Planning'ত আৰু তাৰ পাছত স্নাতকোত্তৰ আৰু পি এইচ ডি ৰ বাবে আই আই টি বম্বেৰ Industrial Design Centreত ভৰ্তি হওঁ।
- ৭) শিক্ষাৰ্থীসকলে সাধাৰণতেই শিক্ষকৰ গান্ধীৰ্ষিনিহে দেখে। আপুনি আই আই টি গুৱাহাটীত থকা সময়খিনিত হোৱা কোনো আমোদজনক মধুৰ মুহূৰ্তৰ বিষয়ে পাঠকক জনাবনে?
- ◆ হয়। এনে বহুত ঘটনা আছে। তাৰ এটা মই ব্যক্ত কৰিব বিচাৰিছোঁ। আনদিনাৰ দৰে এদিন ৰাতিপুৱা এটা ঐচ্ছিক বিষয়ৰ ক্লাচ ল'বলৈ গৈছিলোঁ। মই দেখিছিলোঁ, কোঠাটো ধুনীয়াকৈ সজাই থোৱা আছে। মই ঠিক কোঠাটোত সোমোৱাৰ লগে লগেই সকলোৱে সমবেত হৈ একে সুৰতে ক'বলৈ ধৰিলে- 'Happy Birthday to you

‘sir’, আৰু লগতে এটা জুতিলগা চকলেট কে’ক আৰু কিছুমান উপহাৰ। মই জানিছিলোঁ যে সেইদিনা মোৰ জন্মদিন, কিন্তু কেইটামান ফোনক’লৰ বাহিৰে সেই মুহূৰ্তলৈ আন বিশেষ একো হোৱা নাছিল। ই মোৰ বাবে সচাই বৰ মধুময় আশ্চৰ্যকৰ মুহূৰ্ত আছিল, আমি সকলোৱেই সময়খিনি খুব সুন্দৰভাৱে পাৰ কৰিছিলোঁ।

৮) আপোনাৰ ভবিষ্যত পৰিকল্পনা কি ?

◆ ডিজাইনিং শিক্ষাৰ প্ৰচাৰ আৰু প্ৰসাৰ, যুৱপ্ৰজন্মক তেওঁলোকৰ সময়বোৰ গঠনমূলক কামত নিজৰ লক্ষ্যত উপনীত হোৱাত ব্যৱহাৰ কৰিবলৈ উদগণি যোগোৱাটো হৈছে মোৰ পৰিকল্পনা। আৰু দ্বিতীয়তে, দেশৰ সমৃদ্ধি আৰু বিকাশত ডিজাইনিঙৰ জৰিয়তে অৰিহণা যোগোৱা।

৯) শেষত, আপুনি ডিজাইন কৰা ভাৰতীয় টকাৰ প্ৰতীক চিহ্নটোৰ বিষয়ে অলপমান কওকচোন। ইমানবোৰ বিকল্পৰ পৰা এই চিহ্নটো আপোনাৰ মনলৈ কেনেকৈ আহিল ? আমি নিশ্চিত যে ইয়াৰ আঁৰত এটা আকৰ্ষণীয় ঘটনা আছে।

◆ এই প্ৰতীকটো একে ৰাতিৰ ভিতৰত হোৱা নাছিল। এই ধাৰণাটোত উপনীত হ’বলৈ মোক দীৰ্ঘ সময়ৰ প্ৰয়োজন হৈছিল। মই কেইবাটাও নক্সা সাজিছিলোঁ আৰু আই আই টি ব’ম্বেৰ ঔদ্যোগিক ডিজাইন কেন্দ্ৰৰ মোৰ বন্ধুবৰ্গ আৰু অধ্যাপকসকলৰ মন্তব্য গ্ৰহণ কৰিছিলোঁ। তেওঁলোকৰ স’তে আলোচনাৰ অন্তত মই তাৰ মাজৰ পৰা চাৰিটা বিকল্প বাছি লৈছিলোঁ আৰু সেইকেইটাৰ মাজৰ পৰা শেষত চূড়ান্ত প্ৰতীকটো দাখিল কৰিছিলোঁ। এই প্ৰতীকটোৱে দেৱনাগিৰী ‘ৰ’ (₹) বৰ্ণচিহ্ন আৰু আংশিক ৰোমান ‘R’ (উলম্ব আঁকডাল আঁতৰাই) চিহ্নিত কৰে। ইয়াক হিন্দীৰ ‘ৰুপীয়া’ আৰু ইংৰাজীৰ ‘ৰুপীজ’ (Rupees) শব্দৰ পৰা আহৰণ কৰা হৈছে। এই দুয়োটাই ভাৰতীয় মুদ্ৰাক বুজায়। মই দুয়োটাৰে সংমিশ্ৰণ ঘটাই এটা বিশ্বজনীন প্ৰতীক-চিহ্ন নিৰ্মাণ কৰিছিলোঁ। চিহ্নটোৱে আন বহুতো কৰাৰ নিৰ্দেশিত কৰে। ই প্ৰতীকীভাৱে, উচ্চ শিখৰত ভাৰতীয় জাতীয় পতাকাখনৰ উৰন্ত অৱস্থাও বুজায়। ই গাণিতীয় “সন্মান” চিহ্নটোও দেখুৱায়, যিয়ে ভাৰতৰ সুস্থিৰ আৰু সুখম অৰ্থনৈতিক অৱস্থাক সূচায়।

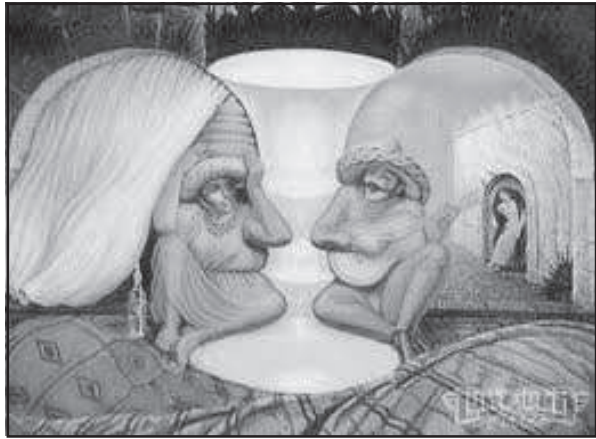
১০) আমাৰ পাঠকসকলৰ উদ্দেশ্য আপুনি কিবা ক’বলৈ বিচাৰিব নেকি ?

◆ মহাত্মা গান্ধীৰ এষাৰ বাণী — ‘ভৱিষ্যত নিৰ্ভৰ কৰে তোমাৰ বৰ্তমানৰ কৰ্মতেই।’

গণিত চ’ৰাৰ সৌজন্যক্ৰমে গণিত বিকাশৰ পাঠকৰ বাবে পুণৰ্ৰকাশিত : সম্পাদক, গণিত বিকাশ

This is a metamorphic style of art by Mexican surrealist painter Octavio Ocampo born 28 February, 1943 in Mexico. He is famous for evocative paintings in which detailed images are intricately woven together to create larger images- the optical illusion fading bank and stepping forward as we study the pieces, notice the details and finally recognise the large scale intention.

Source : Internet



## আন্তর্জাতিক গণিত দিবস, ২০২০ (সর্বত্র গণিত)

বীৰব্রত দাস চৌধুৰী

**পাতনি :** গণিত আমাৰ জনজীৱনৰ এক এৰাব নোৱাৰা বিষয়। দৈনন্দিন জীৱনৰ প্ৰতিটো খোজতে আমাৰ সকলো কাৰ্য, চিন্তা-চৰ্চাত গণিত-বিজ্ঞান-প্ৰযুক্তিৰ প্ৰায়োগিক দিশটোৰ সৈতে আমি নিৰ্ভৰশীল। আমাৰ সকলোৰে জীৱন যাত্ৰাত গণিত, বিজ্ঞান, প্ৰযুক্তি এৰাব নোৱাৰাকৈ সাঙোৰ খাই থকা নাই জানো? আৱহমান কালৰে পৰা চৰ্চিত হৈ থকা গণিত শাস্ত্ৰৰ অধ্যয়ন, গৱেষণাৰ উন্নতিমৰ্মে সাম্প্ৰতিক বিজ্ঞান, প্ৰযুক্তি, ব্যৱসায়-বাণিজ্যত গণিত শাস্ত্ৰৰ প্ৰয়োগ বৃদ্ধি পোৱাটো পৰিলক্ষিত হৈছে। বিশ্বব্ৰহ্মাণ্ডৰ বহস্য, জীৱ সৃষ্টিৰ বহস্য, সৌৰজাগতিক, প্ৰাকৃতিক পৰিঘটনাৰ আঁৰত থকা বৈজ্ঞানিক তত্ত্বৰ উদ্ঘাটন গণিতৰ প্ৰয়োগ অবিহনে সম্ভৱ হ'ব জানো? সুকুমাৰ কলাৰ সাধক, কলা-কৃষ্টিৰ সেৱকসকলেও গণিত সম্পূৰ্ণৰূপে এৰাই চলিব নোৱাৰে। দৈনন্দিন জীৱনৰ লগতে শিক্ষাৰ বিভিন্ন অংগৰ সৈতে গণিতৰ সহসম্বন্ধ তথা বিভিন্ন বৃত্তিত গণিতৰ প্ৰায়োগিক দিশটোৰ বিষয়ে মোৰ বোধেৰে বুজন পৰিমাণৰ শিক্ষিত সমাজ অজ্ঞ নহয়। তথাপিও গণিত এৰাই চলাৰ মনোভাৱ, গণিতৰ প্ৰতি বিৰাগ, ভীতি ভাব। কিন্তু কিয়?? গণিত বিষয়টো আজিৰ দিনতো বৃহৎ সংখ্যক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ বাবে এটি আতংকৰ বিষয়? মাজে সময়ে গণিতৰ কৰ্মশালা, প্ৰশিক্ষণ অনুষ্ঠানত ভাগ লোৱাৰ উদ্দেশ্যে বিদ্যালয়লৈ যাওঁ। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক গণিত বিষয়টোৰ প্ৰতি ভীতিভাৱৰ কাৰণ সুধিলে উত্তৰ পোৱা যায় যে গণিত জটিল, গাণিতিক সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিব নোৱাৰি, গাণিতিক চিহ্ন, বীজগণিত, জ্যামিতিৰ জটিলতা ইত্যাদি ইত্যাদি। কিন্তু জীৱনত গণিতৰ প্ৰয়োজন আছে নে নাই সোধা প্ৰশ্নৰ উত্তৰত সকলোৱেই ইয়াৰ প্ৰয়োজনীয়তাৰ সপক্ষেই মত পোষণ কৰে। বুজিবলৈ বাকী নাথাকে যে গণিতৰ বিমূৰ্ত খাৰণা বিশ্লেষণ কৰিব নোৱাৰা নাইবা বিমূৰ্ত খাৰণাক মূৰ্ত ৰূপত নিশিকোৱাটোৱেই এই সকল ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গণিত ভীতিৰ হয়তোবা এটা কাৰণ। এইসকল ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গণিতৰ বিমূৰ্ত সঁজটোত আন্তৰ্জাতিক হৈ থকা সৌন্দৰ্য্য, উপভোগ কৰাৰ লগতে গণিতৰ প্ৰায়োগিক দিশটো অনুধাৱন কৰিব পৰা বোধৰ অভাৱ।

গণিতৰ পৰিৱৰ্তনৰ ধাৰা আৰু বিজ্ঞানৰ সকলো শাখা, প্ৰযুক্তিবিদ্যা আনকি বাণিজ্য, সমাজ বিজ্ঞান অধ্যয়ন-গৱেষণাত গণিত শাস্ত্ৰৰ ব্যৱহাৰিক দিশসমূহ উপলব্ধি কৰি সমগ্ৰ বিশ্বতেই পাঠ্যক্ৰমৰ সংস্কাৰ সাধন কৰা হৈছে। আমাৰ দেশতো শিক্ষানীতিত প্ৰাথমিক পৰ্যায়ৰ পৰা মাধ্যমিক স্তৰলৈকে গণিত শিক্ষা বাধ্যতামূলক কৰা হৈছে। চৰকাৰী-বেচৰকাৰী উদ্যোগত প্ৰশিক্ষণৰ ব্যৱস্থাও কৰা হৈছে। তথাপিও প্ৰশ্ন থাকি যায় গণিত বিষয়টোৰ প্ৰতি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ অনুৰাগ বৃদ্ধি হৈছে নে? সেয়েহে গণিতৰ ব্যৱহাৰিক মূল্য থকাৰ পিছতো গণিত জনপ্ৰিয়কৰণ আৱশ্যক নে? হয়, সাম্প্ৰতিক সময়ত গণিত জনপ্ৰিয়কৰণৰ বিষয়টো একেবাৰে নুই কৰিব নোৱাৰি। কিন্তু প্ৰশ্ন হ'ল বিভিন্ন মাধ্যমেৰে বৰ্তি থকা বিজ্ঞান জনপ্ৰিয়কৰণ আৰু গণিত জনপ্ৰিয়কৰণৰ পদ্ধতি, কাৰ্যসূচী, টাৰ্গেট গ্ৰুপ একেই হ'ব নে? অৰ্থাৎ ক'ব বিচাৰিছোঁ যে বিজ্ঞান জনপ্ৰিয়কৰণ

বিভিন্ন কার্যসূচী, বিষয়বস্তু প্ৰয়োজন অনুসারে শিক্ষার্থীৰ লগতে সমাজৰ সকলো শ্ৰেণীৰ ওচৰ চপাৰ দৰে গণিত জনপ্ৰিয় কৰিবলৈ 'টাৰ্গেট গ্ৰুপ' টো মোৰ বোধেৰে প্ৰাথমিক পৰ্যায়ৰ পৰা উচ্চ পৰ্যায়লৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজতহে সীমাবদ্ধ থাকিব আৰু গণিত জনপ্ৰিয়কৰণৰ মূল কৰ্মী হ'ব লাগিব আমি গণিতৰ শিক্ষকসকল। যি হওক, কাৰণ আৰু কৰণীয় বিভিন্ন ধৰণৰ হ'ব পাৰে কিন্তু উপৰোক্ত সমস্যাটো এখন-দুখন দেশৰ সমস্যা নহয় সমগ্ৰ বিশ্বৰ সমস্যা আৰু গণিতজ্ঞ মহলো উদ্ভিগ্ন। সেয়েহে ৰাষ্ট্ৰসংঘৰ অন্তৰ্গত ইউনেস্কোৰ অধীনত প্ৰস্তুত হৈছে এক নতুন কার্যসূচী— আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস। গণিতৰ সৌন্দৰ্য, বিষয়টোৰ গুৰুত্ব আৰু প্ৰতিগৰাকী মানুহৰ জীৱনত গণিতৰ ভূমিকা ইত্যাদিক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অনুধাৱন কৰিব পৰাকৈ মনোগ্ৰাহী ৰূপত বিষয়বস্তু আগবঢ়াই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত বিষয়টোৰ প্ৰতি আগ্ৰহ বৃদ্ধি কৰাৰ উদ্দেশ্য আগত ৰাখি আন্তৰ্জাতিক গণিতিক সংঘই (International Mathematical Union) ২০১৯ চনত আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস উদ্‌যাপন কৰাৰ এটি প্ৰস্তাৱ গ্ৰহণ কৰে আৰু ৰাষ্ট্ৰ সংঘৰ অংশ ইউনেস্কোলৈ প্ৰস্তাৱটো অনুমোদনৰ বাবে পঠায়। ২৬ নৱেম্বৰ, ২০১৯ ইং তাৰিখত পেৰিছত অনুষ্ঠিত ইউনেস্কোৰ ৪০ সংখ্যক সাধাৰণ অধিৱেশনৰ সভাত ইউনেস্কোই আন্তৰ্জাতিক সংঘৰ প্ৰস্তাৱক অনুমোদন দি মাৰ্চ মাহৰ ১৪ তাৰিখে আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস হিচাপে ঘোষণা কৰে আৰু সেইমৰ্মে ২০২০ ইং চনৰ পৰাই এই দিৱস উদ্‌যাপিত হ'ব। উল্লেখনীয় যে আন্তৰ্জাতিক গণিতিক সংঘ (International Mathematical Union) আন্তৰ্জাতিক পৰ্যায়ত সকলোৰে সহযোগিতাত গণিতৰ প্ৰসাৰ আৰু প্ৰচাৰৰ হকে কাম কৰা আন্তৰ্জাতিক পৰ্যায়ৰ এটি বেচৰকাৰী সংগঠন।

**১৪ মাৰ্চ তাৰিখৰ প্ৰাসংগিতা :** আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস উদ্‌যাপন কৰাৰ তাৰিখটো ১৪ মাৰ্চ কিয় প্ৰস্তাৱ কৰা হ'ল আৰু অনুমোদন জনোৱা হ'ল সেয়া সঠিক কৈ ক'ব নোৱাৰিলেও তলত উল্লেখিত তথ্য দুটাৰ প্ৰাসংগিকতাক নুই কৰিব নোৱাৰি।

বিদ্যালয় পৰ্যায়ত গণিতৰ প্ৰাথমিক পাঠ পঢ়া সকলোৱে গণিত শাস্ত্ৰ আৰু বিজ্ঞানৰ বিভিন্ন শাখাত ব্যৱহাৰ হোৱা এটি বিশেষ চিহ্ন  $\pi$ (pi)ৰ বিষয়ে অৱগত। আমি জানো যে যি কোনো বৃত্তৰ পৰিধি আৰু ব্যাসৰ অনুপাত  $= ৩.১৪১৫৯২৬৫৩\dots$  (non recurring non terminating decimal) আৰু ইয়াকেই Greek letter  $\pi$ (pi) চিহ্নেৰে বুজোৱা হয়। আমেৰিকান formatত তাৰিখ লিখাত মাহৰ ক্ৰমেৰে আৰম্ভ কৰা হয়। ইং মাৰ্চ মাহৰ ১৪ তাৰিখ আমেৰিকাৰ formatত লিখা হয় ৩.১৪..... গণিত অনুৰাগী আৰু সংখ্যাক লৈ কচৰং কৰি ভাল পোৱা ব্যক্তি সকলে এই চিহ্নটোৰ সৈতে মাৰ্চ মাহৰ ১৪ তাৰিখৰ কিছু সাদৃশ্য বিচাৰি পোৱাত মাৰ্চ মাহৰ ১৪ তাৰিখে সেই চিহ্নটোৰ নামত দিৱস উদ্‌যাপন কৰে, দিৱসৰ নাম  $\pi$ (pi)দিৱস। আমেৰিকা, ইউৰোপৰ গণিতৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰী, শিক্ষক সকলৰ মাজত ই এটি জনপ্ৰিয় অনুষ্ঠান। Larry Show নামৰ পদাৰ্থ বিজ্ঞানী এগৰাকীয়ে ১৯৮৮ চনত San Franciscoত এই দিৱস উদ্‌যাপন আৰম্ভ কৰিছিল।  $\pi$ (pi) দিৱস হিচাপে বিভিন্ন আমোদজনক কাৰ্যসূচীৰে ( $\pi$  কেৰু, বিস্কুট, চালাদ, ইত্যাদি বনোৱা, খোৱা প্ৰতিযোগিতা, pi ৰ আৰ্হিত থিয় দিয়া, ৰাতিপুৱা ৩.১৪ মাইল খোজকঢ়া, প্ৰদৰ্শনী, pi গীত গোৱা, শৈক্ষিক কাৰ্যসূচী অনুষ্ঠিত কৰা) গণিত-বিজ্ঞান অনুৰাগী মহলত উদ্‌যাপিত হয়। প্ৰতি বছৰে মূল কাৰ্যসূচী (কেৰু কটা, pi গীত গোৱা, শোভাযাত্ৰাৰ আৰম্ভণি) শুভাৰম্ভ হোৱাৰ বিশেষ সময় হিচাপে দিনৰ ১ বাজি ৫৯ মিনিট, ২৬ ছেকেণ্ড টোক ধাৰ্য কৰা হয় (৩.৪১৫৯২৬....., ১৫৯২৬, সংখ্যাটো মন কৰক)। যিহেতু ২০১৫ৰ মাৰ্চ মাহৰ ১৪ তাৰিখ আমেৰিকাৰ formatত লিখা হৈছিল ৩.১৪.১৫, (প্ৰথম চাৰি দশমিক স্থানলৈ লিখা piৰ মান ৩.১৪১৫), গতিকে সেই বছৰ পাই দিৱস উদ্‌যাপন শুভাৰম্ভ হোৱা বিশেষ সময় হিচাপে ৰাতিপুৱা/ৰাতি ৯ বাজি ২৬ মিঃ ৫৩ ছেকেণ্ডটোক ধাৰ্য কৰা হৈছিল। (৩.১৪১৫৯২৬৫৩..., ৯২৬৫৩ সংখ্যাটো মন কৰক)।

১৪ মাৰ্চ তাৰিখটোৰ আন এক গুৰুত্বপূৰ্ণ দিশটো হ'ল যে সেই দিনটো বিখ্যাত পদাৰ্থ বিজ্ঞানী এলবাৰ্ট আইনষ্টাইনৰ জন্মদিন। ১৮৭৯ ইং চনৰ ১৪ মাৰ্চ তাৰিখে জাৰ্মানীত এলবাৰ্ট আইনষ্টাইনে জন্ম গ্ৰহণ কৰে আৰু আমেৰিকাৰ নিউ জাৰ্চিৰ প্ৰিন্সটন চহৰত ১৯৫৫ ইং চনৰ ১৮ এপ্ৰিল তাৰিখে মৃত্যু বৰণ কৰে। সেয়েহে প্ৰিন্সটন চহৰত পাই দিৱস উদ্‌যাপনৰ সৈতে আন এটি দিশ জড়িত হৈ থাকে, সেয়া হ'ল এলবাৰ্ট আইনষ্টাইনৰ জন্মদিন উদ্‌যাপন।



গণিত দিৱসৰ লক্ষ্য : ৰাষ্ট্ৰসংঘৰ বহনক্ষম উন্নয়ন লক্ষ্য কাৰ্যসূচীৰ (Sustainable Development Goals of the ২০৩০ Agenda of the United Nations) অংশ হিচাপে সামগ্ৰিক ভাৱে গণিত আৰু গণিত শিক্ষা-গৱেষণা, প্ৰশিক্ষণৰ মানদণ্ড উন্নয়ন, মহিলাক গণিত শিক্ষাত উৎসাহ বঢ়োৱা, কৃত্ৰিম বুদ্ধিমত্তা (Artificial Intelligence) প্ৰযুক্তিক ত্বৰান্বিত কৰা, অৰ্থনৈতিক-সামাজিক-যোগাযোগ-স্বাস্থ্য ব্যৱস্থা-প্ৰকৃতিৰ বহনক্ষমতা, আদি বিভিন্ন সামাজিক দিশৰ উন্নয়নত গণিত শাস্ত্ৰৰ ভূমিকাৰ বিষয়ে সজাগতা সৃষ্টিৰ ওপৰত গুৰুত্ব আৰোপ কৰি আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱসৰ এলানি লক্ষ্য আৰু বছৰযোৰা বিশ্বব্যাপী কাৰ্যসূচী ধাৰ্য কৰা হৈছে— ২০২০ আৰম্ভণি, থিম- সৰ্বত্ৰ গণিত (Mathematics is Everywhere)। পৰিচালনাত থাকিব আন্তৰ্জাতিক গাণিতিক সংঘ। সমগ্ৰ বিশ্বৰ ১৬টা আগশাৰীৰ গণিতৰ অনুষ্ঠানে এই মহান উদ্যোগৰ প্ৰতি সহাৰি জনাই সহায়ৰ হাত আগবঢ়াইছে। আন্তৰ্জাতিক গাণিতিক সংঘই এক আবেদনযোগে সমগ্ৰ বিশ্বৰ চুকে-কোনে থকা শিক্ষানুষ্ঠান-গৱেষণা প্ৰতিষ্ঠান, গণিত শিক্ষক, গণিত-বিজ্ঞান প্ৰচাৰ আৰু প্ৰসাৰৰ হকে কাম কৰি থকা স্বেচ্ছাসেৱী অনুষ্ঠানসমূহক আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱসৰ মূল লক্ষ্য আৰু উদ্দেশ্য সফল কৰিবলৈ কাৰ্যব্যৱস্থা গ্ৰহণ আৰু প্ৰচাৰৰ বাবে আহ্বান জনাইছে লগতে বিতংকৈ জনাৰ বাবে এটা ৱেবচাইট [www.idm৩১৪.org](http://www.idm৩১৪.org) মুকলি কৰিছে। আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস উদযাপন এদিনীয়া কাৰ্যসূচী নহয়। IDM ৱেবচাইটৰ সূচনা মতে আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱস গণিত শিক্ষক আকৰ্ষণীয় আৰু গণিতৰ প্ৰায়োগিক দিশটোৰ বিষয়ে সৰ্বসাধাৰণক সজাগ কৰাৰ এক দীঘলীয়া পৰিকল্পনা।

সামৰণি : আমাৰ দেশৰ প্ৰসংগত, চৰকাৰ নাইবা ব্যৱস্থাৰ কথাবোৰ বৰ বিশেষ আলোচনা নকৰি গণিত অনুৰাগী, গণিত শিক্ষক সকলোৱে কাৰ্যসূচীটোৰ দৰ্শন হৃদয়ঙ্গম কৰি আন্তৰ্জাতিক গাণিতিক সংঘৰ প্ৰস্তাবিত কাৰ্যসূচীৰ আৰ্হি অনুসৰি আগবাঢ়ি যোৱাটোৱে সময়ৰ দাবী। আমাৰ দেশৰ আগশাৰীৰ অনুষ্ঠান-প্ৰতিষ্ঠানৰ অধ্যাপক, গণিতজ্ঞ, গৱেষক সকলে বিভিন্ন পৰ্যায়ৰ গণিত শিক্ষক সকলক দিহা পৰামৰ্শ আগবঢ়াওক। অসমত অসম গণিত শিক্ষায়তন আৰু Mathematics Teachers' Association of India (MTAI)ৰ যুটীয়া উদ্যোগৰ লগতে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ দুই তিনিটা শাখাৰ উদ্যোগত সমগ্ৰ বিশ্বৰ লগত একেদিনাই ১৪ মাৰ্চ, ২০২০ তাৰিখে আন্তৰ্জাতিক গণিত দিৱসৰ প্ৰথম বছৰৰ কাৰ্যসূচী অনুষ্ঠিত কৰাটো আমাৰ ৰাজ্যৰ বাবে এটি শুভ লক্ষণ।

শ্ৰীযুত বীৰব্ৰত দাস চৌধুৰী বৰ্তমান বঙাইগাঁও পলিটেকনিক প্ৰতিষ্ঠানত গণিত বিভাগৰ অধ্যাপক।

### ANSWERS TO QUIZ CORNER

- (1) Ada Lovelace. (2) Jacob Bernouli. (3) Hypatia (4) G.H. Hardy spoke this and he referred to Ramanujan here. (5) All is number. (6) Aryabhata. (7) Kautuk Aru Kaitheli Angka, authored by Late Dandi Ram Dutta. (8) George Canter and the topic belongs to Set theory. (9) Rene Descartes. (10) Madhave of Sangam agrama. (11) G.H. Dardy. (12) Fermat's Numbers. (13) 96. (14)  $x = 80, A + B = 19$ . (15)  $1 < c \leq \frac{3}{2}$



**Mathematics Olympiad Class Room –**

*Problems of regional, national and international level of Mathematics Olympiad specific to certain mathematical concepts are discussed here. For this time, problems based on inradius have been taken up for discussion :*

## Inradius of a Triangle

Pankaj Agarwal

**Property 1 :** If ABC is a right-angled triangle, right-angled at B, the diameter of the circle inscribed in  $\Delta ABC$  equals  $AB+BC-AC$ .

**Proof:** Let I be the incentre of  $\Delta ABC$  and let the circle touch sides BC, CA and AB at D,E,F respectively.

Since  $IF = ID=r$  (radius of the circle) and  $\angle IFB = \angle FBD = \angle IDB = 90^\circ$ .

So, FIDB is a square of side 'r'.

If  $AB=c$ ,  $BC=a$  and  $CA=b$ , then

$$\begin{aligned} AC &= AE + EC \\ &= AF + DC \\ &= (AB - FB) + (BC - BD) \end{aligned}$$

i.e.,  $AC = AB + BC - 2r$

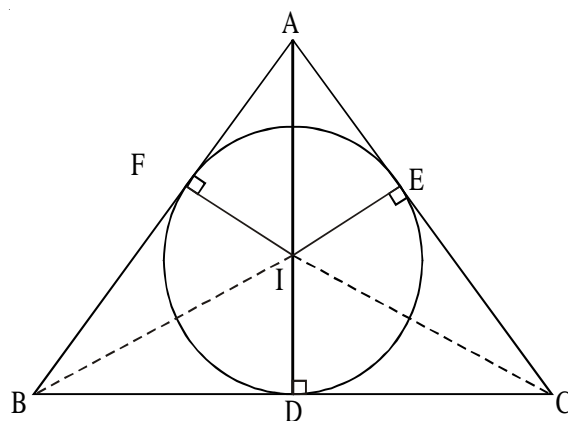
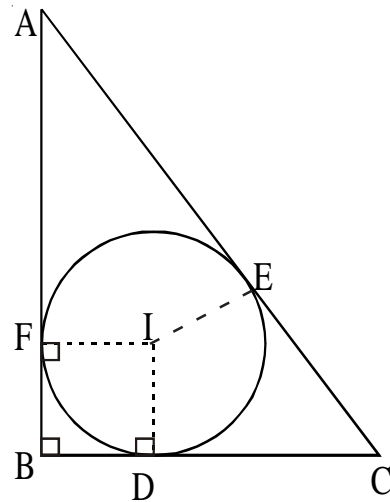
or  $2r = AB + BC - AC$

or  $2r = c + a - b$

**Property 2 :** If  $\Delta$  is the area of triangle ABC whose semi-perimeter is 's' and in radius 'r', then  $\Delta = rs$ .

**Proof:** Let D,E,F be respectively the points at which the incircle touches the sides BC,CA and AB of triangle ABC. If I is the in-centre of the triangle ABC with area  $\Delta$ , then

$$\Delta = \text{Area of triangle AIB} + \text{area of triangle BIC} + \text{area of triangle CIA}$$

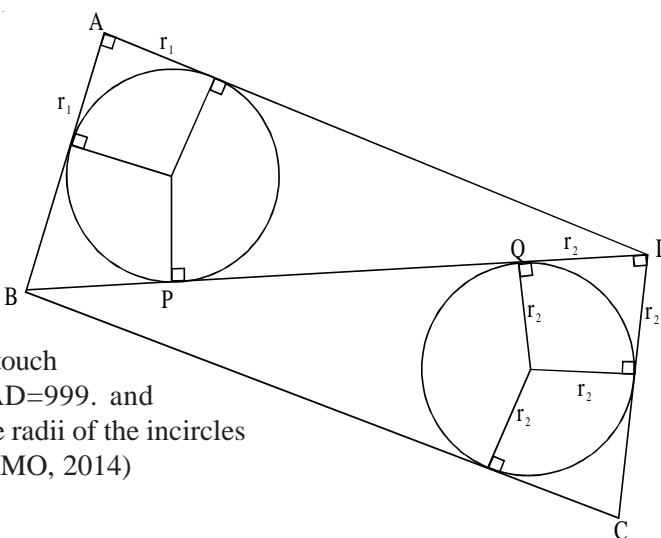


$$= \frac{1}{2} \cdot r \cdot BA + \frac{1}{2} \cdot r \cdot BC + \frac{1}{2} \cdot r \cdot CA$$

$$= r \cdot \left( \frac{AB + BC + CA}{2} \right) = rs$$

**Solved Examples**

(1) Let ABCD be a convex quadrilateral with  $\angle DAB = \angle BDC = 90^\circ$ . Let the incircles of triangles ABD and BCD touch BD at P and Q respectively. If AD=999, and PQ=200, then what is the sum of the radii of the incircles of triangles ABD and BDC? (Pre-RMO, 2014)



**Solution :**

We know,

$$2r_1 = AB + AD - BD$$

$$= (r_1 + BP) + 999 - (BP + PQ + QD)$$

$$\Rightarrow r_1 = 999 - 200 - r_2$$

$$\Rightarrow r_1 + r_2 = 799$$

(2) Prove that the inradius of a right-angled triangle with integer sides is an integer. (RMO, 1999)

**Solution :** If 'r' is the in-radius of triangle ABC, right-angled at B and AB=c, BC=a, CA=b, then  $2r = c + a - b$

Since a, b, c are integers, we just need to prove that  $c + a - b$  is even i.e., we need to prove that out of a, b, c the two cases are not possible

Case (i) : Exactly one of a, b, c, is odd.

This is obviously not possible as  $b^2 = a^2 + c^2$ . If exactly one of them is odd, the other two must be even.

But sum and difference of any two even numbers is even. So, this case is not possible.

Case (ii) : All of a, b, c are odd.

This is again obviously not possible as  $b^2 = a^2 + c^2$  and then sum of two odd numbers is always even.

Hence proved.

(3) Determine the side lengths of a right triangle if they are integers and the product of the leg's lengths equals three times the perimeter. (Romania, 1999)

**Solution :** Let the sides be a, b, c with  $a^2+c^2=b^2$  and in-radius of the triangle be 'r'. Also, let the area of the triangle be  $\Delta$ .

Now,  $ac=3(a+b+c)$ .....(1)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}ac = 3 \cdot \left( \frac{a+b+c}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta=3s$$

$$\Rightarrow rs=3s.$$

$$\Rightarrow r=3$$
.....(2)

$\therefore 2r=a+c-b$  becomes

$$6=a+c-b$$
.....(3)

$$\Rightarrow (a+c)^2=(b+6)^2$$

$$\Rightarrow 2ac = 12b+36$$

$$\Rightarrow ac=18+6(a+c-6)$$
 (from eq<sup>n</sup> (3))

$$\Rightarrow ac-6(a+c)+36=18$$

$$\Rightarrow (a-6)(c-6)=18$$
 .....(4)

From eq<sup>n</sup> (3), we know that  $a>6$  and  $c>6$  ( $\because a-b<0$  and  $c-b<0$ )

So, eq<sup>n</sup> (4) gives

$$a-6=1, \quad c-6=18$$

$$\text{or } a-6=2, \quad c-6=9$$

$$\text{or } a-6=3, \quad c-6=6$$

$$\text{or } a-6=6, \quad c-6=3$$

$$\text{or } a-6=9, \quad c-6=2$$

$$\text{or } a-6=18, \quad c-6=1$$

i.e.,  $(a, b, c) = (7, 25, 24), (8, 17, 15), (9, 15, 12), (12, 15, 9), (15, 17, 8), (24, 25, 7)$

(4) The inradius of a triangle is 1 unit. The sides of the triangle as well as the semi perimeter of the triangle are all integers. Find the sides of the triangle.

**Solution :** Let the sides of the triangle be a, b, c with semi-perimeter  $s = \frac{a+b+c}{2}$  and area  $\Delta$ .

Now,  $\Delta=rs=s$

$$\Rightarrow \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = s$$

$$\Rightarrow (s-a)(s-b)(s-c) = s(s-a) + (s-b)(s-c)$$

Put  $s-a=x$ ;  $s-b=y$  and  $s-c=z$

$$\text{So, } xyz=x+y+z$$
 .....(1)

Without loss of generality we assume  $x \geq y \geq z$ .

So, eq<sup>n</sup> (1) becomes

$$xyz \leq x+x+x \Rightarrow yz \leq 3$$

Case I : If  $yz=1$ , then  $y=z=1$  and we get  $x=x+1+1$  (from eq<sup>n</sup>(1)) which is impossible.

Case II : If  $yz=2$ , then  $y=2, z=1$  gives

$$2x = x+2+1 \text{ (from eq<sup>n</sup> (1)) i.e., } x=3$$

So,  $s-a=3, s-b=2, s-c=1$  which gives  $s=(s-a)+(s-b)+(s-c)=6$

Hence,  $a=3, b=4, c=5$

Case II : If  $yz=3$ , then  $y=3, z=1$  gives

$$3x = x+3+1 \text{ (from eq<sup>n</sup>(1)) i.e., } x=2 < y$$

which contradicts  $x \geq y \geq z$ .

So, the sides can only be 3, 4, 5.

(5) A circle of radius  $R$  is inscribed into an acute triangle. Three tangents to the circle split the triangle into three right triangles and a hexagon that has perimeter  $Q$ . Find the sum of diameters of circles inscribed into the three right triangles. (Tournament of Towns, Juniors, A-Level, 2006)

**Solution :**

From the figure,

$$Q=R+x+x+R+R+y+y+R+R+z+z+R$$

$$\text{i.e. } Q-6R=2(x+y+z) \dots (1)$$

If  $r_1, r_2, r_3$  are the in radii of  $\triangle BDI, \triangle ECF$  and

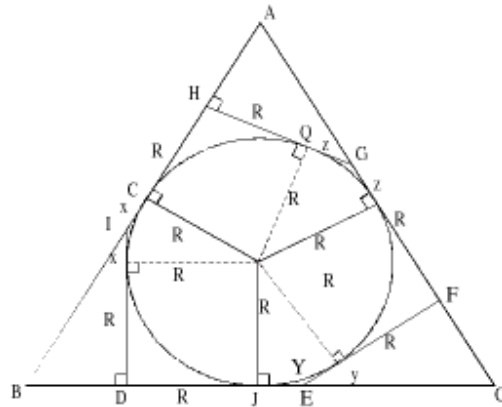
$\triangle AHG$  respectively, then

$$\begin{aligned} 2r_1 &= BD+DI-BI \\ &= (BJ-R)+(R+x)-(BJ-x) \text{ (}\because BC=BJ\text{)} \\ &= 2x \end{aligned}$$

i.e.,  $r_1=x$

Similarly,  $r_2=y$  and  $r_3=z$

$$\begin{aligned} \therefore 2r_1+2r_2+2r_3 &= 2x+2y+2z \\ &= Q-6R \end{aligned}$$



**Problems for Practice**

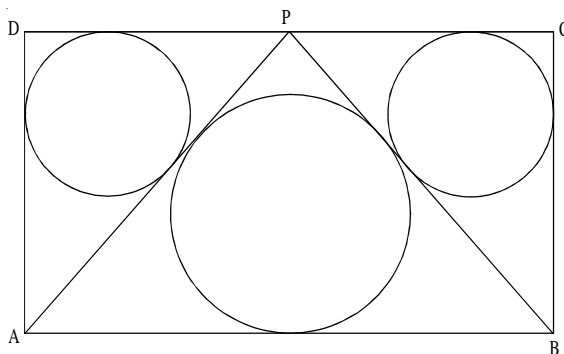
(1) In rectangle ABCD,  $AB=8$  and  $BC=20$ . Let  $P$  be a point on  $AD$  such that  $\angle BPC=90^\circ$ . If  $r_1, r_2, r_3$  are the radii of the incircles of triangles  $APB, BPC$  and  $CPD$ , what is the value of  $r_1+r_2+r_3$ ? (Pre-RMO, 2015)

(2) In the triangle ABC, the incircle touches the sides BC, CA and AB respectively at D,E and F. If the radius of the incircle is 4 units and if BD, CE and AF are consecutive integers, find the sides of the triangle ABC. (RMO, 1994)

(3) What is the minimal area of a right-angled triangle whose inradius is 1 unit? (RMO, 2014)

(Hint : If  $x > 0, y > 0$ , then  $x + y \geq 2\sqrt{xy}$  )

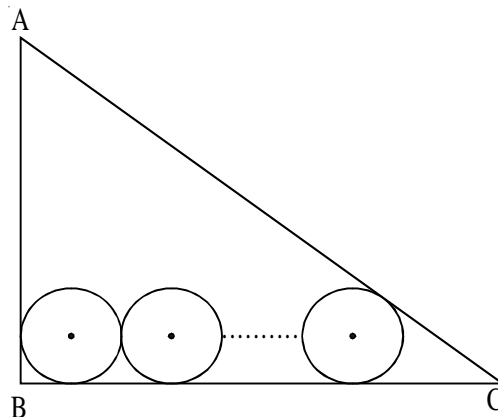
(4) In the figure, ABCD is a rectangle. Triangle PAB is isosceles. The radius of each of the smaller circles is 3cm and the radius of the bigger circle is 4 cm. Find the length and breadth of the rectangle. (Bhaskara Contest, Final Test, 2008)



(5) In the given figure,  $AB=6$ ,  $BC=8$ ,  $\angle ABC=90^\circ$ . There are 'K' congruent circles of radius 'r', each of which touches the side BC. Each circle excluding the first and last touches two circles. The first circle touches side AB while the last one touches side AC.

If 'r' is an integer, then find all the possible values of K. Assume  $K \geq 1$ .

(Hint : Use the technique used in deriving property)



### Answer Key

Q. No. (1)  $r_1+r_2+r_3=8$

Q. No. (2)  $AB=14, BC=13, CA=15$

Q. No. (3)  $\text{Area} \geq 3 + 2\sqrt{2}$

Q. No. (4) Length = 24; breadth=9

Q. No. (5)  $K=1$  or  $K=3$

---

Mr. Pankaj Agarwal did his BE in Mechanical Engineering from Jorhat Engineering College, Assam. He started teaching mathematics in a coaching institute at Guwahati. Now, he is a senior faculty of Mathematics in a reputed coaching institute at Delhi.

## Quiz Corner–

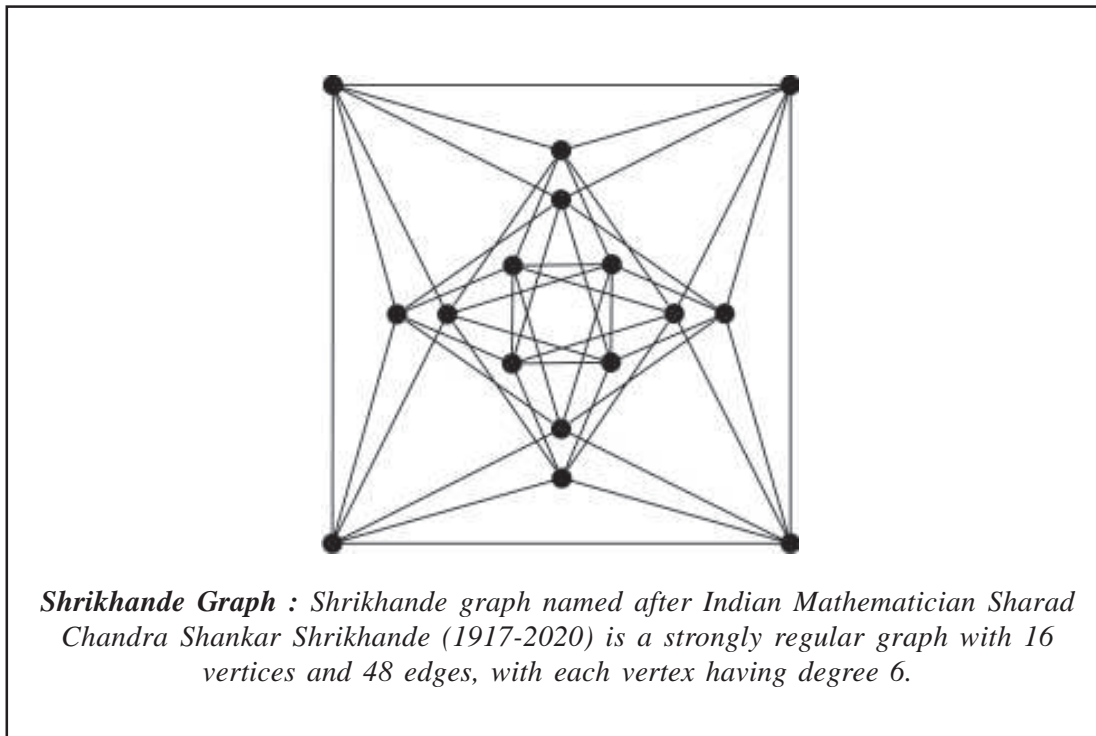
# Quiz

1. *A lady mathematician is called the world's first computer programmer. She wrote the world's first machine algorithm for an early computing machine. What is her name?*
2. *The number  $e$  is a mathematical constant approximately equal to 2.71828. It was discovered while studying about compound interest. What is the name of the mathematician who discovered  $e$ ?*
3. *Theon of Alexandria was a Greek scholar and mathematician who lived in Alexandria, Egypt. His daughter was also a famous mathematician. What is her name?*
4. *“I owe more to him than anyone else in the world with one exception, and my association with him is the one romantic incident of my life.”  
Who said this and who is the person referred to here?*
5. *Pythagoras and his followers followed a motto in their philosophical pursuit. What is that motto?*
6. *Who was the first Indian mathematician who calculated the value of  $\pi$  correct up to four places of decimal?*
7. *Prior to British period there was a type of mathematical system in Assam practised by a section of people called Kayasthas. Various documents scattered all over the state on their system were compiled and published in a book form. What is the name of the book and who authored it?*
8. *Who proposed Continuum Hypothesis and which area of mathematics does it belong to?*
9. *Who first coined the term imaginary number to  $i = \sqrt{-1}$ ?*
10. *An Indian mathematician is credited to have contributed to calculus before Newton and Leibnitz. What is the name of the mathematician.*



11. "As long as people do mathematics, the work of Ramanujan will continue to be appreciated. Who said this?"
12. What is the term used to express the numbers of the form  $2^{2^n} + 1$ ,  $n$  being non negative integer.
13. What is the number less than 100 with highest number of factors?
14. If  $A = \sqrt{x+20}$  and  $B = \sqrt{x+1}$  then find  $x$  for which  $x+20$  and  $x+1$  are perfect squares and also find  $A+B$  in that case.
15. Determine the possible values of 'c' so that the two lines  $x-y=2$  and  $cx+y=3$  intersect in the first quadrant.

(Compiled by Editorial Board, G.B.,)



## প্ৰাচীন ভাৰতৰ ঐশ্বৰ্য্যময় গণিতৰ ইতিহাসত এক অন্যতম সংযোজন ‘বৈদিক গণিত’

ড° ৰঞ্জনা চৌধুৰী

জয় জয়তে মই আজি যিজন নমস্য ব্যক্তি প্ৰয়াত শান্তিৰাম দাসৰ স্মৃতিত এই ‘শান্তিৰাম দাস স্মাৰক বক্তৃতা মালা’ৰ আয়োজন কৰা হৈছে তেখেতৰ পূণ্য স্মৃতিত শ্ৰদ্ধাঞ্জলি জ্ঞাপন কৰিছোঁ। লগতে তেখেতৰ সুযোগ্য কন্যা শ্ৰীমতী প্ৰীতি কাকতীয়ে পিতৃৰ স্মৃতিত নৱ প্ৰজন্মৰ কামত অহাকৈ অসম একাডেমী অব মেথেমেটিক্সৰ সহযোগত এনে এটি বক্তৃতামালাৰ আয়োজনৰ বাবে আগবাঢ়ি অহাৰ বাবে তেওঁলৈ মোৰ আন্তৰিক ধন্যবাদ জ্ঞাপন কৰিলোঁ। লগতে এই বক্তৃতামালাত আমাক অংশগ্ৰহণ কৰাৰ সুবিধা দিয়া বাবে অসম একাডেমী অফ মেথেমেটিক্সৰ কৰ্মকৰ্তাসকলে আমাৰ আন্তৰিক কৃতজ্ঞতা যাচিলোঁ। এই মুহূৰ্তত মোৰ মনত পৰিছে প্ৰায় তিনিকুৰি সাত বছৰৰ আগতেই আমি পঢ়িবলৈ লোৱা শান্তিৰাম দাস আৰু ৰাধাকান্ত দাস প্ৰণীত ‘জ্যামিতি প্ৰৱেশ’ নামৰ কিতাপখনলৈ— আৰু কিতাপখনৰ প্ৰতিটো পৃষ্ঠালৈ, যিখন কিতাপ অধ্যয়নৰ যোগেৰেই জীৱনত জ্যামিতি অতি আগ্ৰহৰ বিষয় হৈ পৰিছিল— লগতে অঙ্ক বিষয়টো বৰ আপোন আপোন লগা হৈছিল। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে সহজে বুজিব পৰাকৈ অতি সহজ-সৰল গাণিতিক ভাষাত লিখা কিতাপখনৰ প্ৰতিটো উপপাদ্যৰ তলত কেইটামান অনুশীলন থাকে— যিকেইটা অনুশীলন ওপৰৰ উপপাদ্যটোৰ সহায়ত সমাধান কৰিব পৰা গৈছিল অতি সহজে। প্ৰত্যেকটো উপপাদ্যৰ তলত লিখা আছিল— ‘অঃ ইঃ উঃ— বুজি নাপাই মোৰ পিতৃদেৱ - যিজনে মোক সৰুৰে পৰা গণিত শিক্ষাৰ নীতি শিক্ষা দিছিল, প্ৰয়াত ৰামেশ্বৰ কলিতাদেৱক ইয়াৰ অৰ্থটো সুধিছিলোঁ— তেওঁ বুজাই দিছিল যে ইয়াৰ অৰ্থ অত্ৰ ইদং উপপাদ্যম্’— ইয়াতেই উপপাদ্যটোৰ শেষ।” মোৰ পিতৃদেৱ গৌৰীপুৰৰ P.C. Institutionত গণিতৰ শিক্ষকৰূপে প্ৰথম চাকৰিত যোগদান কৰিছিল— সাহিত্য একাডেমী পুৰস্কাৰপ্ৰাপ্ত প্ৰসিদ্ধ গণিতবিদ— সাহিত্যিক প্ৰয়াত ৰেৱতী মোহন দত্ত চৌধুৰীদেৱ তেখেতৰ ছাত্ৰ আছিল। জ্যামিতি প্ৰৱেশৰ অনুশীলনবিলাক কৰাত পিতৃদেৱে মোক যথেষ্ট উদগনি দিছিল। তাৰোপৰি অতি সহজ-সৰল ভাষাত লিখা বাবে সকলো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে জ্যামিতি পঢ়িবলৈ ভাল পাইছিল। বৰ্তমানৰ বহুতো কিতাপত সহজ কথা এটাকে আওপকীয়াকৈ বুজোৱাৰ চেষ্টা কৰা চকুত পৰে— য’ত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকল বিবুদ্ধিত পৰে।

জ্যামিতি প্ৰৱেশৰ লিখক যুগলৰ প্ৰথমগৰাকী কটন কলেজৰ (বৰ্তমান কটন বিশ্ববিদ্যালয়) গণিত শিক্ষক আৰু ৰাধা বাবু নামেৰেই পৰিচিত। আনগৰাকী কটন কলেজিয়েট স্কুলৰ গণিত শিক্ষক— শান্তি বাবু বুলি পৰিচিত। দুয়োগৰাকী নমস্য ব্যক্তি। পুনৰ দুয়োজন ব্যক্তিলৈ সেৱা জনাই আজিৰ বক্তৃতা-প্ৰাচীন ভাৰতৰ ঐশ্বৰ্য্যময় গণিতৰ ইতিহাসত এক অন্যতম সংযোজন ‘বৈদিক গণিত’ প্ৰদানৰ বাবে আগবাঢ়োঁ।

এইটো সৰ্বজনবিদিত যে বিশ্বৰ গণিতৰ ইতিহাসত প্ৰাচীন ভাৰতীয় গণিত এক পৰম বিস্ময়। বিশ্ববিখ্যাত গণিতজ্ঞ, ঐতিহাসিক G.P. Halstaed, B.B. Dutta, Laplace, C.N. Sri Nibas Ayenger আদিয়ে এক মুখে স্বীকাৰ কৰি আহিছে যে বিশ্বৰ গণিতৰ ক্ৰমবিকাশৰ পথত প্ৰাচীন ভাৰতীয় গণিতজ্ঞসকলৰ শূন্যৰ আবিষ্কাৰকে ধৰি গণনাৰ বাবে দশমিক পদ্ধতিৰ আৱিষ্কাৰ কৰা কাৰ্যই অতুলনীয় অৰিহণা যোগাইছে। Indian Historical Quaterly Vol. IIIত ঐতিহাসিক তথা গণিতজ্ঞ B.B. Dutta ই উল্লেখ কৰিছে যে প্ৰাচীন ভাৰতীয় গণিতজ্ঞসকলৰ আৱিষ্কাৰ এই দশমিক পদ্ধতিৰ— (যি পদ্ধতি আজিকোপতি সমগ্ৰ বিশ্বতে গণনাৰ বাবে প্ৰচলিত হৈ আহিছে) সৰলতা আৰু সৌন্দৰ্যই বিশ্বৰ সমূহ সভ্য জাতিকেই আকৰ্ষণ কৰিবলৈ সক্ষম হৈছে।

পৰৱৰ্তী কালত প্ৰাচীন ভাৰতৰ ঐশ্বৰ্য্যময় গণিতৰ ইতিহাসত সংযোজন হৈছে গণিতৰ এক অন্যতম বিস্ময় ‘বৈদিক গণিত’ ওৰফে ‘ষোল্লটা গাণিতিক সূত্ৰ’ (Vedic Mathematics বা Sixteen simple Mathematical Formula from the Vedas)

গণিতৰ এই ঐশ্বৰ্য্যময় শাখাৰ আৱিষ্কাৰক হৈছে “জগৎগুৰু স্বামী শ্ৰী ভাৰতীকৃষ্ণ তীৰ্থজী মহাৰাজ” Jagad Gurn Swami Sri Bharati Krisna Tirthaji Maha Raja.

এই ‘বৈদিক গণিত’ অথবা ‘ষোল্লটা সূত্ৰ’ৰ প্ৰয়োগেৰে গণিতৰ সকলো শাখাৰ - পাটীগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি, কলন গণিত আদি সকলো গাণিতিক সমাধান (Problem Solving) অতি সহজে, অতি কম সময়ৰ ভিতৰতে কেতিয়াবা মুখে মুখেও উলিয়াব পৰা যায়।

গণিতৰ এই শাখাটোৰ জন্মদাতা জগৎগুৰু স্বামী শ্ৰী ভাৰতীকৃষ্ণ তীৰ্থজী মহাৰাজে এটি অতি উচ্চ শিক্ষিত, ধাৰ্মিক পৰিয়ালত ১৮৮৪ চনত মাদ্ৰাজ (বৰ্তমান চেন্নাই)ত জন্ম গ্ৰহণ কৰে। তেওঁ সৰু কালত Venkatraman বুলি পৰিচিত আছিল। সৰু কালৰেপৰাই তেওঁ অতি তীক্ষ্ণ বুদ্ধিৰ পৰিচয় দিছিল। তেওঁৰ শৈক্ষিক জীৱনৰ প্ৰায় সকলোবিলাক পৰীক্ষাতে প্ৰথম স্থান অধিকাৰ কৰিছিল। তেওঁ মাদ্ৰাজ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ পৰা ১৮৯৯ চনত প্ৰৱেশিকা পৰীক্ষা পাছ কৰে। এই পৰীক্ষাত সংস্কৃত আৰু বাগ্মীতা (oratory) ত অতুলনীয় পাৰদৰ্শিতা দেখুওৱা বাবে মাদ্ৰাজৰ সংস্কৃত সন্থা (Sanskrit Association) এ ১৮৯৯ চনত তেওঁক ‘সৰস্বতী’ উপাধি প্ৰদান কৰে। তেওঁ B.A. পৰীক্ষাতো সৰ্বোচ্চ নম্বৰ লাভ কৰি American College of Sciences Rochester, New Yorkৰ বোম্বে স্থিত কেন্দ্ৰৰ পৰা M.A. পৰীক্ষা দিয়ে ১৯০৩ চনত আৰু ১৯০৪ চনত একেধাৰে সংস্কৃত, দৰ্শন, ইংৰাজী, গণিত, ইতিহাস আৰু বিজ্ঞান বিষয়ত সৰ্বতো কালৰ অভিলেখ ভঙ্গ কৰি শীৰ্ষস্থান অধিকাৰ কৰি উত্তীৰ্ণ হয়। (In 1904 at the age of just twenty he passed M.A. examination in further seven subjects simultaneously securing highest honour in all) (Vedic Maths by Gurujji (Manjula Trivedy)

তেওঁ কিছুদিনৰ কাৰণে National College of Rajamundri ৰ অধ্যক্ষ ৰূপে কাম কৰিছিল যদিও তেওঁৰ জ্ঞান অৰ্জনৰ অতীৰ স্পৃহাই এই কৰ্মত থকাৰ পৰা বিৰত কৰে। আধ্যাত্মিক বিদ্যা অৰ্জনৰ কাৰণে তেওঁৰ অত্যন্ত হেঁপাহৰ বাবে শৃঙ্গেৰী মঠৰ Satchidanda Nrisimha Bharati Swami ৰ ওচৰত অধ্যয়ন আৰু তপ কৰিবলৈ লয়। ইয়াতে প্ৰায় ৮ বছৰ কাল তেওঁ বেদান্ত দৰ্শন আৰু ব্ৰহ্মা সাধনাত ব্ৰতী হৈ গভীৰ তপস্যাৰ অন্তত আধ্যাত্মিক শক্তি আহৰণ কৰে। ইয়াৰ ফলত তেওঁ ১৯১৯ চনৰ ৪ জুলাইৰ দিনা “স্বামী ভাৰতী কৃষ্ণ তীৰ্থ” উপাধি লাভ কৰিবলৈ সমৰ্থ হয়। তেওঁৰ জীৱনৰ প্ৰকৃত মাহাত্ম্যৰ এয়া আৰম্ভণি। ভাৰতবৰ্ষৰ তথা সমগ্ৰ বিশ্বতে তেওঁ আকাশলগ্ঘী বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিভংগীৰে, তীব্ৰ বাক্ পটুতাৰে আধ্যাত্মিকতা সম্বন্ধে বক্তৃতা প্ৰদান কৰি আলোড়নৰ সৃষ্টি কৰিবলৈ সমৰ্থ হয়। তেনে সময়তে গোবৰ্দ্ধন মঠ পুৰীৰ জগৎগুৰু শঙ্কৰাচাৰ্য্য শ্ৰীমধুসূদন তীৰ্থ এইজনা জগৎগুৰুৰ প্ৰতি আকৰ্ষিত হয় আৰু তেওঁৰ নিজৰ দেহা দুৰ্বল হৈ অহা বাবে তেওঁৰ আসনত প্ৰতিষ্ঠিত কৰে ১৯২৫ চনত। তেতিয়াৰে পৰা স্বামীজী “জগৎগুৰু স্বামী শ্ৰী ভাৰতী কৃষ্ণ তীৰ্থ মহাৰাজ” (Jagadguru Swami Sri Bharati Krisna Tirtha Maharaja) নামে সৰ্বজন বিদিত হয়।

জগতগুৰুজনাই এই আসনত প্ৰতিষ্ঠিত হোৱাৰ পৰা তেওঁৰ সাধ্যানুসাৰে সনাতন ধৰ্ম, মানৱতাৰ ধৰ্ম, আধ্যাত্মিক ধ্যান ধাৰণাৰ প্ৰসাৰতাৰ বাবে আত্মনিয়োগ কৰে। তেওঁৰ চিন্তাধাৰা আছিল বহুমুখী, অসাধাৰণ।

তেওঁ ভাৰতৰ জ্ঞানৰ আকৰ গ্ৰন্থ বেদ, বেদাঙ্গ, উপবেদ আদি গভীৰভাৱে অধ্যয়ন কৰে। তেওঁৰ মতে আমাৰ চাৰিওখন বেদৰ ভিতৰত অথৰ্ববেদৰ বৈশিষ্ট্যত ইঞ্জিনীয়াৰিং বিদ্যা, স্থাপত্য বিদ্যা, গাণিতিকতত্ত্ব আদিৰ বিশেষভাৱে আলোচনা কৰা হৈছে। তেওঁ অথৰ্ববেদত পৰিশিষ্টত থকা গাণিতিক নানা তত্ত্বৰ ওপৰত গৱেষণা কৰি আৰু নিজৰ মানসিক ক্ষিপ্ৰতা, অন্তৰ্নিহিত স্বকীয় অনুভৱ (intuition) আৰু তেওঁৰ বিশেষ বুদ্ধিমত্তা প্ৰয়োগ কৰি প্ৰায় আঠ বছৰ কাল শৃঙ্গৰী অৰণ্যত তপস্যা কৰি নতুন যোদ্ধা গাণিতিক সূত্ৰ আৱিষ্কাৰ কৰে। তেওঁ এই যোদ্ধা সূত্ৰ আৰু ইয়াৰ প্ৰয়োগ সম্বলিত এটা Introductory volume লিখি উলিয়ায়— নাম দিয়ে— বৈদিক গণিত— যোদ্ধা গাণিতিক সূত্ৰ।

স্বামীজীৰ মতে বেদত এই সূত্ৰসমূহৰ কোনো উল্লেখ নাই। এইয়া তেওঁৰ নিজৰ আৱিষ্কাৰ। তেওঁ ‘বৈদিক’ শব্দটো সকলো জ্ঞানৰ আকৰ বিশেষণ হিচাপে ব্যৱহাৰ কৰে।

[স্বামীজীৰ শিষ্যা Manjula Trivedi এ Introductory remarks on the Book ‘Vedic Mathematics’ by Jagadguru ত লিখিছে—“Reverend Guruji used to say that he had reconstructed the sixteen mathematical formulae from the Atharvaveda after assiduous research and tapos for about eight years in the forest surrounding Sringeri—these are not found in Aatharvaveda (IX)] সেয়েহে স্বামীজী বৈদিক ‘গণিত’ (Vedic Mathematics)ৰ আৱিষ্কাৰক বুলিয়েই সৰ্বজন বিদিত।

স্বামীজীয়ে তেওঁ আৱিষ্কাৰ কৰা যোদ্ধা সূত্ৰ আৰু ইয়াৰ প্ৰয়োগ সম্পৰ্কে প্ৰত্যেকৰেই একোখনকৈ পাণ্ডুলিপি লিখিছিল। দুৰ্ভাগ্যবশতঃ এই পাণ্ডুলিপি কেইখন হেৰাল। কিন্তু অসামান্য স্মৃতি শক্তিৰে পুণ্ড স্বামীজী বিচলিত নহ’ল আৰু ১৯৫৭ চনত U.S.A. লৈ যোৱাৰ সময়ত তেওঁ যোদ্ধা সূত্ৰ আৰু ইয়াৰ প্ৰয়োগ সম্পৰ্কে এখন পাণ্ডুলিপি পুনৰ লিখি উলিয়ায়। এই পাণ্ডুলিপিটো তেওঁ U.S.A.ত প্ৰকাশৰ বাবে এৰি থৈ আহে। কিন্তু ভাৰতলৈ অহাৰ পিছত তেওঁৰ স্বাস্থ্য পৰি অহাত সেই কামটো হৈ নুঠিল। ১৯৬০ চনত স্বামীজীৰ মহাসমাধি ঘটে। তেওঁৰ মৃত্যুৰ পিছত এই পাণ্ডুলিপিটো ভাৰতলৈ ওভোতাই অনা হয়। তেওঁৰ গুণমুগ্ধ V.S. Agarwala ই স্বামীজীৰ কেইগৰাকীমান গুণমুগ্ধৰ সহায়ত পৰিয়ালৰ অনুমতি সহ এই যোদ্ধা সূত্ৰ আৰু ইয়াৰ প্ৰয়োগ আৰু অতীত সিচৰিত হৈ থকা নানা তত্ত্বৰ সম্পাদনা কৰি গ্ৰন্থ আকাৰে লিখি উলিয়ায়। Motilal Banarsidass Publishers and Pvt. Ltd.ৰ সহায়ত এই গ্ৰন্থখন ১৯৬৫ চনত Vedic Mathematics by Jagadguru Swami Sri Bharati Krishna Tirthaji Maharaja গ্ৰন্থ খনিয়ে প্ৰকাশৰ মুখ দেখে। স্বামীজীয়ে তেওঁৰ আৱিষ্কৃত সূত্ৰ সমূহৰ প্ৰয়োগেৰে গণিতৰ নানা সমস্যা অতি সহজে সমাধান কৰি দেশৰ তথা বিশ্বৰ নানা ঠাইত আলোড়ন তুলিবলৈ সক্ষম হৈছিল।

আমাৰ গতানুগতিক নিয়মেৰে গণিতৰ সকলো শাখাৰ অঙ্কৰ সমাধান উলিয়াবলৈ অশেষ কষ্ট আৰু সীমাহীন সময়ৰ প্ৰয়োজন হয়। বৈদিক গণিতৰ প্ৰয়োগ কৰি সেই অঙ্ক সমূহ নিমিষতে সমাধান কৰিব পৰা যায়।

এইটো আমি সকলোৱে জানো যে আদিম মানৱ সমাজে নিজৰ ভাব-ধাৰা লিখিতভাৱে সংৰক্ষণ কৰিবলৈ শিকাৰ বহু বছৰ আগতেই গণিত শাস্ত্ৰৰ অন্যতম আৰু প্ৰধানতম দিশ গণনা প্ৰণালীক কেন্দ্ৰ কৰি গণিত শাস্ত্ৰৰ উদ্ভৱ হয়। কালক্ৰমত গণিত শাস্ত্ৰৰ চাৰিসীমা কেৱল সংখ্যা প্ৰণালী বা গণনা পদ্ধতিতে আৱদ্ধ নাথাকিল। পাটীগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি, জ্যোতিৰ্বিজ্ঞান গণিত ইত্যাদি গণিতৰ দিশ উন্মোচন হয়। কালক্ৰমত গণিত এটা বিষয় ৰূপে আমি আজি পাঠ্যক্ৰমত অন্তৰ্ভুক্ত বিষয় হিচাপে পাওঁ।

স্কুলীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে মাধ্যমিক পৰ্যায়লৈ গণিত এটা বাধ্যতামূলক বিষয়। গণিত শিক্ষাৰ প্ৰাৰম্ভিক ভেটিটোৱেই যিহেতু সংখ্যাৰ যোগ-বিয়োগ, পূৰণ-হৰণ, বৰ্গ-বৰ্গমূল, ঘন-ঘনমূল আদিৰ ওপৰতেই প্ৰতিষ্ঠিত এই বিলাক গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া স্কুলীয়া পৰ্যায়ৰ গণিতৰ অন্যতম শাখা ‘পাটীগণিত’ৰ অন্তৰ্গত। বিশেষকৈ সংখ্যাৰ যোগ-বিয়োগ পূৰণ-হৰণ এই

চাৰিওটা গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়াৰ যাক ইংৰাজীত কোৱা হয় ‘Mathematical operation’ আৰু চমুকৈ কোৱা হয় ‘BODMAS’

B for Bracket  
O for of  
D for division  
M for multiplication  
A for addition  
S for subtraction

ইয়াৰ সৈতে সুন্দৰভাৱে পৰিচয় কৰি দিব লাগে। গণিত শিক্ষাৰ লগত জড়িত ভাৰতৰ তথা বিশ্বৰ কেইবাজনো গৱেষকে মত পোষণ কৰিছে যে স্কুলীয়া পৰ্যায়ত আয়ত্ব কৰা পাটীগণিতীয় দক্ষতাই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মনত গণিতৰ প্ৰতি ৰাপ বহাত সহায় কৰে লগতে তেওঁলোকে মত পোষণ কৰে যে পাটীগণিতীয় দক্ষতাই (Arithmatical Ability) এই মাধ্যমিক পৰ্যায়ৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গণিতৰ পৰীক্ষাৰ ফলাফলতো যোগাত্মক প্ৰভাৱ পেলায়। প্ৰখ্যাত গৱেষক Dubey, Kasal আদিৰ গৱেষণাত এইটো স্পষ্ট হৈছে যে Numerical Ability is one of the Vital factor for case of failure in mathematics and it is one of the best predictor of better performance in mathematics in the Secondary stage.

আজিৰ অত্যাধুনিক বিজ্ঞান প্ৰযুক্তিৰ যুগত সমাজে বিচাৰে গাণিতিক দক্ষতা সম্পন্ন (Mathematically Skilled) এক প্ৰজন্ম আৰু ইয়াৰ বাবে নৱপ্ৰজন্মৰ পাটীগণিতীয় দক্ষতা অপৰিহাৰ্য্য।

পাটীগণিতীয় দক্ষতা বঢ়োৱাত, সহায় হ’ব বুলি আশা কৰিয়েই আজিৰ আলোচনাৰ বিষয় ‘বৈদিক গণিত’ৰ পাটীগণিতীয় দিশটোৰ কেইটামান প্ৰক্ৰিয়াৰ আলোচনা কৰিম বুলি আগবাঢ়িছোঁ। কেৱল মাত্ৰ স্কুলীয়া পৰ্যায়তেই নহয় ইঞ্জিনীয়াৰিং বসায়ন বিজ্ঞান, পদাৰ্থ বিজ্ঞান তথা চিকিৎসা বিজ্ঞান বা কমাৰ্চিয়েল মেথেমেটিক্স আনকি কলা বিভাগৰ অৰ্থনীতি বিষয় ইত্যাদিৰ লগতো গণিত বিষয়টো বৰ্তমান জড়িত হৈ পৰিছে— পাটীগণিতীয় এই প্ৰক্ৰিয়াসমূহত সিদ্ধহস্ত হ’লে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ যিকোনো অংক কৰিবৰ বাবে আত্মবিশ্বাস ৰকৰে— মনলৈ সাহস আহে— লগতে গণিত শিক্ষা মনৰ পৰা দূৰতে বিদূৰ হয়।

বৈদিক নিয়মেৰে যিকোনো অঙ্কৰ সমাধান কৰিবলৈ দুটা কৌশল ব্যৱহাৰ কৰা হয়। প্ৰথমটো বিশেষ কৌশল দ্বিতীয়টো সাধাৰণ কৌশল। বিশেষ ব্যৱহাৰ কৰি কিছুমান বিশেষ সংখ্যাৰ পূৰণ ফল, হৰণ ফল, বৰ্গমূল, ঘন, ঘন মূল আদি উলিয়াব পাৰি। উদাহৰণ স্বৰূপে যিবিলাক সংখ্যাৰ শেষৰ অঙ্কটো 9 তাৰ বৰ্গ উলিয়াব পাৰি মুখে মুখেই অতি সহজে।

আনহাতে সাধাৰণ কৌশল প্ৰয়োগ কৰি সকলো সংখ্যাৰ সকলো ধৰণৰ গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়াৰ ফলাফল উলিয়াব পাৰি।

যিহেতু যিকোনো গাণিতিক সমস্যাৰ সমাধানৰ ক্ষেত্ৰত পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াটো অত্যন্ত আৱশ্যকীয় সেয়েহে আমি বৈদিক নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া সম্বন্ধে প্ৰথমে আলোচনা কৰোঁ। কেইবাটাও নিয়মেৰে পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া সমাধান কৰিব পাৰি।

আমি আলোচনা কৰিবলৈ লোৱা প্ৰথম পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াটো ‘নিখিলম্ নবতন্ধৰ মম দশতহ’ ‘all from nine and the last from ten’ বুলি কোৱা হয়। সাধাৰণতে ‘নিখিলৰ সূত্ৰ’ বুলি কোৱা হয়। পশ্চিমীয়া দেশ সমূহত পূৰণৰ এই নিয়মটো Base Method of multiplication বুলি কোৱা হয় কাৰণ এই নিয়মটোত সদায় ‘ভূমি’ (Base) ধৰিব লাগে।

ভূমি বাছনি কৰা নিয়মঃ যিকোনো সংখ্যাকে ভূমি ধৰিব পাৰি। কিন্তু 10 ৰ ঘাট যেনে -  $10^1$ ,  $10^2$ ,  $10^3$ , ... ইত্যাদি ভূমি ধৰিলে পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াটো সহজে কৰিব পৰা যায়। পূৰণ কৰিব লগা সংখ্যাৰ অতি ওচৰৰ সংখ্যা ভূমি হিচাপে ধৰিলে সুবিধা হয়।

ধৰা হওক  $9 \times 8$  উলিয়াব লাগে। তেতিয়া 10 ক ভূমি, আৰু যদি  $98 \times 97$  উলিয়াব লাগে তেতিয়া 100 ভূমি ধৰিলে সুবিধা হয়।

উদাহৰণ (i)

এটা অঙ্ক থকা সংখ্যাৰে পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া

$9 \times 8$  উলিয়াব লাগে। ইয়াত ভূমি ধৰা হ'ল 10

$10-9=1$ ,  $10-8=2$

এতিয়া উত্তৰটো এনেদৰে সোঁহাতে দেখুওৱাৰ দৰে লিখিব লাগে। পূৰণ ফলটো '/' চিনেৰে দুভাগে লিখিব লাগে।  
ইয়াত, সোঁহাতৰ উত্তৰ হিচাপে  $1 \times 2=2$  আৰু বাওঁ হাতৰ উত্তৰ,  $9-2=8-1=7$

$\therefore$  উত্তৰ।  $9 \times 8=72$

উদাহৰণ (ii)

দুটা অঙ্ক থকা সংখ্যাৰ পূৰণ যেনে,  $93 \times 97$  উলিয়াব লাগে

ইয়াত ভূমি ধৰা হ'ল 100, এতিয়া  $100-93=7$ ,  $100-97=3$

গতিকে সোঁফালৰ উত্তৰ হ'ব  $7 \times 3=21$  আৰু  $93-3=97-7=90$

অৰ্থাৎ বাওঁফালৰ উত্তৰ 90

$\therefore 93 \times 97=9021$

উদাহৰণ (iii)

$888 \times 998$  উলিয়াব লাগে।

ইয়াত ভূমি ধৰিব লাগে 1000.

$1000-888 \times 112$

$1000-998 \times 002$

$112 \times 002=224$ ,  $888-002=886=998-112$

$\therefore 888 \times 112=886224$

এইদৰে চাৰিটা অঙ্ক থকা সংখ্যাৰ পূৰণফল উলিয়াবলৈ ভূমি 1000 ধৰিব লাগে।

বিঃদ্রঃ যদি পূৰণ কৰিব লগা সংখ্যাকেইটা ভূমিতকৈ ডাঙৰ হয় যেনে 13, 12 তেতিয়া ইতিমধ্যে উল্লেখ কৰা প্ৰক্ৰিয়াত ভূমি 10 ধৰি 'বিয়োগ' কৰাৰ সলনি 'যোগ' কৰিব লাগিব। যেনে—

উদাহৰণ

$13 \times 12$  উলিয়াব লাগে

ইয়াত ভূমি 10

এতিয়া,  $13-10=3$ ,  $12-10=2$  গতিকে, সোঁফালে  $=3 \times 2=6$

আৰু  $13+2=12+3=15$  গতিকে বাওঁফাল  $=15$

$\therefore 13 \times 12=156$

তিনি, চাৰি ততোধিক অঙ্ক (digit) থকা সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰতো এইদৰে আগবাঢ়িব লাগিব।

বিঃদ্রঃ সংখ্যা ধাৰ কৰা (carry) পদ্ধতি :

ইয়াত এটা মন কৰিবলগা কথা— ভূমিত যিমান সংখ্যক '0' থাকে '/' চিনৰ সোঁফালে সিমান সংখ্যকহে অঙ্ক (digit) থাকিব পাৰে। ইয়াৰ বেছি হ'লে অতিৰিক্ত অংশ বাওঁহাতৰ ফলৰ লগত যোগ কৰিব লাগিব। তলৰ উদাহৰণৰ পৰা এইটো বুজা যাব।

উদাহৰণ :  $89 \times 89$  উলিয়াব লাগে।

ইয়াত ভূমি 100



$$\text{এতিয়া } 100-89=11, 100-89=11$$

গতিকে সোঁহাতৰ ফলটো  $11 \times 11 = 121$  যিহেতু 100ত 0 দুটা,

121ৰ 21 ৰাখি। বাওঁপিনে যোগ হ'ব।

আকৌ  $89-11=78$  গতিকে বাওঁফালে থাকিব  $78+1=79$

$$\text{অৰ্থাৎ } 89 \times 89 = 7921$$

কাৰ্যকৰী ভূমি (Working Base-W.B.)

যেতিয়া পূৰণ কৰিবলগীয়া সংখ্যাকেইটা  $10^1, 10^2$  ইত্যাদিৰ ওচৰৰ সংখ্যা নহয় তেতিয়া কাৰ্যকৰী ভূমি (W.B.)ৰ সহায় ল'ব লাগে।

উদাহৰণঃ  $59 \times 58$  উলিয়াব লাগে।

ইয়াত প্রকৃত ভূমি (Actual Base (A.B)) 10 বা 100ৰ পৰিবৰ্তে কাৰ্যকৰী ভূমি 60 ধৰা হ'ল। ইয়াত 60 ভূমি ধৰি আগৰ নিচিনাকৈ পূৰণ ফল উলিয়াই পূৰণফলৰ '/' বাওঁহাতৰ সংখ্যাটোক '6' ৰে পূৰণ কৰিব লাগিব।

$$60-59=1, 60-58=2$$

গতিকে সোঁফালটো হ'ব  $1 \times 2 = 2$

$$\text{আকৌ } 59-2=58-1 = 57$$

$$\text{অৰ্থাৎ, বাওঁফালে থাকিব } 57 \times 6 = 342 \text{ অৰ্থাৎ } 59 \times 58 = 3422$$

বিঃদ্রঃ এই একেটা অঙ্ক কৰিবলৈ আমি W.B. 50 আৰু A.B. 10 ধৰি পূৰণফলৰ '/' চিনৰ বাওঁহাতৰ সংখ্যাক '5' ৰে পূৰণ কৰি উত্তৰ পাব পাৰোঁ, যিহেতু  $50 = 10 \times 5$

$$\text{ইয়াত } 59-50=9, 58-50=8 \text{ আৰু } 9 \times 8 = 72$$

যিহেতু ভূমি 10 অত 0 এটা আছে, সোঁফালে থাকিব 2

$$\text{আকৌ } 59+8=58+9=67 \text{ এতিয়া } 67 \text{ক } 5 \text{ ৰে পূৰণ কৰি তাৰ সৈতে } 72 \text{ৰ } 7 \text{ যোগ দিব লাগে}$$

$$\text{অৰ্থাৎ বাওঁফালে থাকিব } 335+7=342$$

$$\therefore 59 \times 58 = 3422$$

এই দৰে আন কিছু এনে ধৰণৰ অঙ্ক কৰাৰ বাবে পিছত আলোচনা কৰিম। ওপৰত সাধাৰণ কৌশলেৰে নিখিলম সূত্র প্রয়োগ কৰি সংখ্যাৰ পূৰণ আলোচনা কৰা হ'ল। এইবাৰ নিখিলম সূত্রৰ প্রথম অনুসিদ্ধান্তৰ (Corollary) বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব। এই কৌশলটো সাধাৰণতে সংখ্যাৰ বৰ্গ উলিওৱাত ব্যৱহৃত হয়। এই কৌশলটো ইংৰাজীত এনে ধৰণৰঃ Whatever the extent of deficiency, lessen it still further to that very extent and also set up that square of the deficiency

তলত উদাহৰণেৰে এইটো বুজা যাব।

উদাহৰণ (i)  $9^2$  উলিয়াব লাগে।

সমাধানঃ

ইয়াত, 10 ভূমি হ'লে 9ৰ ঘাটি (Deficiency) হ'ল  $10-9=1$  গতিকে বাওঁফালে উত্তৰটো হ'ব  $9-1=8$

এতিয়া ঘাটিৰ বৰ্গ  $= 1^2 = 1$  (সোঁহাতৰ উত্তৰ) অৰ্থাৎ  $9^2 = 81$

(ii)  $97^2$  উলিয়াব লাগে।

ইয়াত ভূমি 100  $\therefore$  Deficiency  $= 100-97=3$

$$\therefore 97-3=94 \text{ বাওঁহাতৰ উত্তৰ। গতিকে } 97^2=94/09$$

ইয়াত, 9ৰ আগত '0' দিয়া হৈছে যিহেতু 100ত দুটা শূন্য আছে গতিকে সোঁহাতে দুটা digit থাকিব লাগে।  
বিঃদ্রঃ ভূমিতকৈ সংখ্যাটো ডাঙৰ হ'লে বিয়োগ প্ৰক্ৰিয়াৰ ঠাইত যোগ প্ৰক্ৰিয়া হয়।

#### দ্বিতীয় অনুসিদ্ধান্তঃ

যদি বৰ্গ উলিয়াব লগা সংখ্যাটোৰ সোঁহাতৰ অঙ্কটো '5' হয় তেতিয়া এই অনুসিদ্ধান্তটো ব্যৱহাৰ কৰা হয়। সূত্ৰটো 'একাধিকত পূৰ্বেৰ্ন' বুলি খ্যাত— কিয়নো ধৰি লোৱা হ'ল 15ৰ বৰ্গ উলিয়াব লাগে। উত্তৰটো '/' চিনেৰে দুভাগ কৰি সোঁহাতে  $5^2=25$  লিখা হ'ল আৰু বাওঁহাতৰ উত্তৰটো 1 তকৈ 1 বেছি (এক অধিক)  $1+1=2$  ৰে পূৰণ কৰা হ'ল

$$\therefore 5^2=0 \times 1/25=25 \text{ গতিকে } 15^2=1 \times 2/25=225$$

$$\text{সেইদৰে } 25^2=2 \times 3/25=625$$

$$45^2=4 \times 5/25=2025$$

$$95^2=10 \times 9/25=9025$$

$$105^2=10 \times 11/25=11025 \text{ ইত্যাদি।}$$

#### নিখিলম সূত্ৰ'ৰ তৃতীয় অনুসিদ্ধান্তঃ

যদি পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াত গুণক (multiplier) 9, 99, 999, 9999 ইত্যাদি হয়

**Case (i) :** গুণক আৰু গুণ্যত সমান সংখ্যক অঙ্ক (digit) থাকিলে

যেনে (i)  $8 \times 9$ , (ii)  $11 \times 99$ , (iii)  $19 \times 999$  (iv)  $777 \times 999$ , (iv)  $9765431 \times 9999999$

পূৰণ কৰাৰ কৌশলঃ

(i) গুণ্য 8, গুণক 9

পূৰণফলৰ বাওঁহাতৰ উত্তৰ  $= (8-1)=7$

সোঁহাতৰ উত্তৰ = গুণক-বাওঁহাতৰ উত্তৰ  $= (9-7)=2$

$$\therefore 8 \times 9=72$$

(ii)  $11 \times 99$  বাওঁফাল  $= 11-1=10$ , সোঁফাল  $= 99-10=89$

গতিকে,  $11 \times 99=1089$

(iii)  $777 \times 999$  বাওঁফাল  $777-1=776$ , সোঁফাল  $999-776=223$

গতিকে  $777 \times 999=776223$

#### বৈদিক নিয়মেৰে সংখ্যাৰ ঘন (Cube) নিৰ্ণয়ঃ

এই ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ কৰা সূত্ৰটো— 'অনুৰূপ সূত্ৰ'

এই সূত্ৰটো বীজগণিতত আমি ব্যৱহাৰ কৰা সূত্ৰঃ

$$(a+b)^3=a^3+a^2b+ab^2+b^3 \text{ — (1)}$$

$$+2a^2b+2ab^2 \text{ — (2)}$$

$$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

উদাহৰণ (i)  $24^3$  উলিয়াব লাগে য'ত  $a=2 \times 10$ ,  $b=4$

ইয়াত  $2^3=8$

$$2^2 \times 4=16 \quad 8 \quad 16 \quad 32 \quad 64$$

$$2 \times 4^2=32 \quad 32 \quad 64$$

$$4^3=64 \quad 8 \quad 48 \quad 96 \quad 64$$

$$\begin{array}{r}
\text{এতিয়া } 8000 \\
+ 4800 \\
+ 960 \\
+ 64 \\
\hline
13824
\end{array}$$

$$\therefore 24^3 = 13824$$

মন কৰিব লাগে ৪ৰ পিছত তিনিটা '০', ৪৪ ৰ পিছত ২টা, ৯৬ৰ পিছত এটা শূন্য দি যোগ কৰা নিয়ম।

উদাহৰণ (ii)  $52^3$  উলিয়াব লাগে

$$a = 5 \times 10 = 5^3 \text{ (প্রথম পদ প্রথম শাৰী)} = 125$$

$$b = 2 \quad 5^2 \times 2 = 125 \text{ (দ্বিতীয় পদ প্রথম শাৰী)} = 50$$

$$5 \times 2^2 \text{ (তৃতীয় পদ প্রথম শাৰী)} = 20$$

$$2^3 \text{ (চতুৰ্থ পদ প্রথম শাৰী)} = 8$$

$$\begin{array}{r}
125 \quad 50 \quad 20 \quad 8 \\
100 \quad 40 \\
\hline
125 \quad 150 \quad 60 \quad 8 \\
\text{এতিয়া } 125000 \\
15000 \\
600 \\
8 \\
\hline
140608
\end{array}$$

গতিকে,  $52^3 = 140608$

### উদ্ধৃত্ত তীৰ্থ্যক সূত্র

এই সূত্রটো (Criss Cross Method) বুলিও জনাজাত। উদাহৰণৰ সহায়ত সূত্রটো ব্যাখ্যা কৰা হ'ল।

$$12 \times 13 = ?$$

(i) প্রথম পদক্ষেপত সংখ্যা দুটা সোঁহাতে লিখাৰ দৰে লিখা হ'ল

$$\begin{array}{r}
1 \quad 2 \quad \uparrow \text{ (i)} \\
1 \quad 3 \\
\hline
6
\end{array}$$

(ii)  $3 \times 2$  ঠিয়ই ঠিয়ই পূৰণ কৰি ৬ লিখা হ'ল

(iii)  $(1 \times 3)$  আৰু  $(1 \times 2)$  কোণীয়াকৈ

পূৰণ কৰি তাৰ পিছত যোগ কৰি ফলটো  $(3+2)$  লিখা হ'ল।

$$\begin{array}{r}
1 \quad 2 \quad \text{(ii)} \\
\quad \quad \times \\
1 \quad 3 \\
\hline
2+3=5
\end{array}$$

(iv) শেষৰ অংক দুটা  $1 \times 1$  ঠিয়ই ঠিয়ই পূৰণ কৰি লিখা হ'ল

$$\therefore 12 \times 13 = 156$$

সাধাৰণতে তলত দিয়া ধৰণে লিখা হয়

$$\begin{array}{r}
1 \quad 2 \\
1 \quad 3 \\
\hline
1:2+3:6
\end{array}$$

$$\therefore 12 \times 13 = 156$$

$$\begin{array}{r}
\uparrow 1 \quad 2 \\
1 \quad 3 \\
\hline
1
\end{array}$$

$$(v) 41 \times 41 = ?$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \\ 4 \quad 1 \\ \hline \end{array}$$

$$16:4 + 4 : 1$$

$$\therefore 41 \times 41 = 1681$$

বিঃ দ্রঃ সমস্যা হয় লম্বভাৱে পূৰণ কৰোতে বা কোণীয়াকৈ পূৰণ কৰোতে হাতে কৰিব লগা সংখ্যা থাকিলে—

উদাহৰণ

$$490 \times 49 = ?$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 9 \\ 4 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 6 \quad 2 \quad 1 \\ 7 \quad 8 \\ \hline 2 \quad 4 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Case (ii) যেতিয়া গুণ্য আৰু গুণকত তিনিটাকৈ অঙ্ক (digit) থাকে।

উদাহৰণ (ii)  $116 \times 114 =$  উলিয়াব লাগে।

ইয়াত এইদৰে আগবাঢ়িব লাগিব।

$$abc = 116 \quad def = 114$$

অৰ্থাৎ  $a=1, b=1, c=6, d=1, e=1, f=4$

$$\begin{array}{r} \text{এতিয়া} \quad \quad a \quad b \quad c \\ \quad \quad \quad d \quad e \quad f \end{array}$$

$$ad : ae + bd : af + cd + be : bf + ce : cf$$

মন কৰিবলগীয়া যে তলৰ শাৰীত দেখুওৱা যিকোনো ফল দুই অংকীয়া হ'লে বাওঁফালৰ অংকটো পিছৰ দ্বিতীয় শাৰীলৈ গৈ এঘৰ বাঁওফালে বহিব।

$$\begin{array}{r} \therefore \quad 1 \quad 1 \quad 6 \\ \quad \quad 1 \quad 1 \quad 4 \\ \hline 1 : 2 : 1 : 0 : 4 \\ \quad 1 \quad 1 \quad 2 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 2 \quad 4 \end{array}$$

$$\therefore 116 \times 114 = 13224$$

পূৰণৰ এই নিয়মটো 'সাধাৰণ কৌশল'ৰ ভিতৰত পৰে। এই নিয়মেৰে সকলো ধৰণৰ সংখ্যা পূৰণ কৰিব পাৰি।

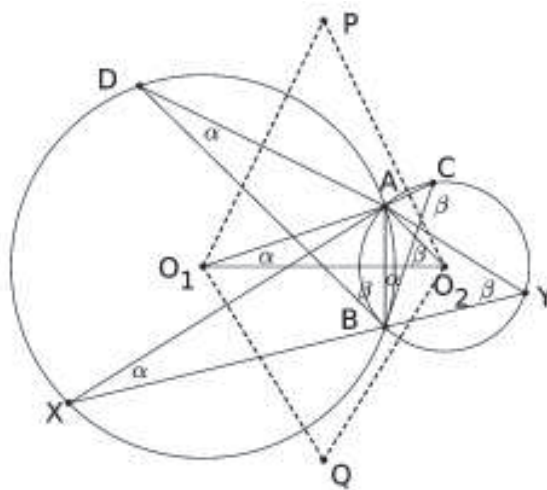
[বক্তৃত্যটোৰ মাজেৰে বৈদিক গণিতত আলোচিত পূৰণ, বৰ্গফল, ঘনফল নিৰ্ণয়ৰ চমু আৰু উজু কিটিপ কেইটামান ইয়াত উল্লেখ কৰা হ'ল। একেদৰে হৰণ, ভগ্নাংশ নিৰ্ণয়ৰো কিছুমান সহজ তথা সংক্ষিপ্ত কৌশল আলোচনা কৰা হৈছে। আলোচনীখনৰ সীমিত কলেবৰলৈ লক্ষ্য ৰাখি আমি বক্তৃত্যটোৰ বাকী অংশ বিবৃত কৰাৰ পৰা বিৰত থাকিলোঁ। এইক্ষেত্ৰত আগ্ৰহী পাঠক সকলে লেখিকাৰ Vedic Mathematics পুথিখন পঢ়ি চাব পাৰে। — সম্পাদক]

ড° ৰঞ্জনা চৌধুৰী সন্দিকৈ মহাবিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত মূৰব্বী অধ্যাপিকা।

## Problems and Solutions to INMO-2020

1. Let  $\Gamma_1$  and  $\Gamma_2$  be two circles of unequal radii, with centres  $O_1$  and  $O_2$  respectively, in the plane intersecting in two distinct points  $A$  and  $B$ . Assume that the centre of each of the circles  $\Gamma_1$  and  $\Gamma_2$  is outside the other. The tangent to  $\Gamma_1$  at  $B$  intersects  $\Gamma_2$  again in  $C$ , different from  $B$ ; the tangent to  $\Gamma_2$  at  $B$  intersects  $\Gamma_1$  again in  $D$ , different from  $B$ . The bisectors of  $\angle DAB$  and  $\angle CAB$  meet  $\Gamma_1$  and  $\Gamma_2$  again in  $X$  and  $Y$ , respectively, different from  $A$ . Let  $P$  and  $Q$  be the circumcentres of triangles  $ACD$  and  $XAY$ , respectively. Prove that  $PQ$  is the perpendicular bisector of the line segment  $O_1O_2$ .

**Solution:**



Let  $\angle CBA = \alpha$  and  $\angle DBA = \beta$ . Then  $\angle BDA = \alpha$  and  $\angle BCA = \beta$ . We also observe that  $\angle AO_1O_2 = (\angle AO_1B / 2) = \alpha$  and, similarly,  $\angle AO_2O_1 = \beta$ . Hence

$$\angle O_1AO_2 = 180^\circ - (\alpha + \beta).$$

We also have

$$\angle PO_1A = \frac{\angle DO_1A}{2} = \frac{2\angle DBA}{2} = \angle DBA = \beta.$$

Hence  $\angle PO_1O_2 = \angle PO_1A + \angle AO_1O_2 = \beta + \alpha$ . Similarly, we can get  $\angle PO_2O_1 = \alpha + \beta$ . It follows that  $P$  lies on the perpendicular bisector of  $O_1O_2$ .

Now we observe that

$$\angle XQY = 360^\circ - 2\angle XAY = 360^\circ - 2(180^\circ - \alpha - \beta) = 2(\alpha + \beta).$$

This gives

$$\angle O_1QO_2 = \frac{1}{2}(\angle XQA + \angle YQA) = \frac{\angle XQY}{2} = \alpha + \beta.$$

This shows that  $A, O_1, O_2, Q$  are concyclic. We also have

$$\angle ABX = \angle ABD + \angle DBX = \beta + \angle DAX = \beta + \frac{\angle DAB}{2};$$

$$\angle ABY = \angle ABC + \angle CBY = \alpha + \angle CAY = \alpha + \frac{\angle BAC}{2}.$$

Adding we obtain

$$\angle ABX + \angle ABY = \alpha + \beta + \frac{1}{2}(\angle DAB + \angle BAC) = \alpha + \beta + (180^\circ - \alpha - \beta) = 180^\circ.$$

Hence  $X, B, Y$  are collinear. Now

$$\angle QAX = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AQX) = 90^\circ - \beta;$$

$$\angle XAO_1 = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle XO_1A) = 90^\circ - \frac{1}{2}(360^\circ - 2\angle ABX) = \angle ABX - 90^\circ.$$

Hence

$$\angle QAO_1 = 90^\circ - \beta + \angle ABX - 90^\circ = \angle ABX - \beta = \frac{\angle DAB}{2} = \frac{\angle O_1AO_2}{2}.$$

This shows that  $AQ$  bisects  $\angle O_1AO_2$  and therefore the chords  $QO_1$  and  $QO_2$  subtend equal



angles on the circumference of the circle passing through  $QO_2AO_1$ . Hence  $QO_2 = QO_1$ . This means  $Q$  lies on the perpendicular bisector of  $O_1O_2$ .

Combining, we get that  $PQ$  is the perpendicular bisector of  $O_1O_2$ .

2. Suppose  $P(x)$  is a polynomial with real coefficients satisfying the condition  $P(\cos \theta + \sin \theta) = P(\cos \theta - \sin \theta)$ , for every real  $\theta$ . Prove that  $P(x)$  can be expressed in the form

$$P(x) = a_0 + a_1(1-x^2)^2 + a_2(1-x^2)^4 + \dots + a_n(1-x^2)^{2n},$$

for some real numbers  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  and nonnegative integer  $n$ .

**Solution:** Changing  $\theta$  to  $\theta - \pi/2$ , we see that

$$P(\sin \theta + \cos \theta) = P(\sin \theta - \cos \theta)$$

This shows that  $P(x) = P(-x)$  for all  $x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$  and as  $P$  is a polynomial, in fact,

$$P(x) = P(-x)$$

for all  $x \in \mathbb{R}$ . Hence  $P(x)$  is an even polynomial;  $P(x) = Q(x^2)$  for some polynomial  $Q(x)$ .

This gives

$$Q(1 + \sin(2\theta)) = P(\cos \theta + \sin \theta) = P(\cos \theta - \sin \theta) = Q(1 - \sin(2\theta)).$$

Taking  $t = \sin(2\theta)$ , we see that  $Q(1+t) = Q(1-t)$ . Hence  $Q(0) = Q(2)$

Consider  $Q(t) - Q(0)$ . This vanishes both at  $t=0$  and  $t=2$ . Hence  $t(2-t)$  is a factor of  $Q(t) - Q(0)$ . We obtain

$$Q(t) - Q(0) = t(2-t)h(t)$$

for some polynomial  $h(t)$ . Using  $Q(1+t) = Q(1-t)$ , it follows that  $h(1+t) = h(1-t)$ .

Hence by induction we get

$$Q(t) = \sum_{k=0}^n b_k t^k (2-t)^k.$$

Hence

$$P(x) = Q(x^2) = \sum_{k=0}^n b_k (x^2(2-x^2))^k = \sum_{k=0}^n b_k (1-(1-x^2)^2)^k.$$

Using binomial theorem, we can write this as

$$P(x) = \sum_{k=0}^n a_k (1-x^2)^{2k},$$

for some coefficients  $a_k, 0 \leq k \leq n$ .

3. Let  $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Let  $S \subseteq X$  be such that any nonnegative integer  $n$  can be written as  $p + q$  where the nonnegative integers  $p, q$  have all their digits in  $S$ . Find the smallest possible number of elements in  $S$ .

**Solution:** We show that 5 numbers will suffice. Take  $S = \{0, 1, 3, 4, 6\}$ . Observe the following splitting:

$n$	$a$	$b$
0	0	0
1	0	1
2	1	1
3	0	3
4	1	3
5	1	4
6	3	3
7	3	4
8	4	4
9	3	6

Thus each digit in a given nonnegative integer is split according to the above and can be written as a sum of two numbers each having digits in  $S$ .

We show that  $|S| > 4$ . Suppose  $|S| \leq 4$ . We may take  $|S| = 4$  as adding extra numbers to  $S$  does not alter our argument. Let  $S = \{a, b, c, d\}$ . Since the last digit can be any one of the numbers  $0, 1, 2, \dots, 9$ , we must be able to write this as a sum of digits from  $S$ , modulo 10. Thus the collection

$$A = \{x + y \pmod{10} \mid x, y \in S\}$$

must contain  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  as a subset. But  $A$  has at most 10 elements  $\left(\binom{4}{2} + 4\right)$ . Thus each element of the form  $x + y \pmod{10}$ , as  $x, y$  vary over  $S$ , must give different numbers from  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ .

Consider  $a + a, b + b, c + c, d + d$  modulo 10. They must give 4 even numbers. Hence the remaining even number must be from the remaining 6 elements obtained by adding two distinct members of  $S$ . We may assume that even number is  $a + b \pmod{10}$ . Then  $a, b$  must have same parity. If any one of  $c, d$  has same parity as that of  $a$ , then its sum with  $a$  gives an even number, which is impossible. Hence  $c, d$  must have same parity, in which case  $c + d \pmod{10}$  is even, which leads to a contradiction. We conclude that  $|S| \geq 5$ .

4. Let  $n \geq 3$  be an integer and let  $1 < a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n$  be  $n$  real numbers such that  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 2n$ . Prove that

$$a_1 a_2 \dots a_{n-1} + a_1 a_2 \dots a_{n-2} + \dots + a_1 a_2 + a_1 + 2 \leq a_1 a_2 \dots a_n.$$

**Solution:** We use Chebyshev's inequality. Observe

$$\begin{aligned} & n(a_1 a_2 \dots a_{n-1} + a_1 a_2 \dots a_{n-2} + \dots + a_1 + 1) \\ = & (a_1 a_2 \dots a_{n-1} + a_1 a_2 \dots a_{n-2} + \dots + a_1 + 1)((a_{n-1} - 1) + (a_{n-1} - 1) + \dots + (a_1 - 1)) \\ & \leq n(a_1 a_2 \dots a_{n-1} (a_n - 1) + \dots + a_1 (a_2 - 1) + 1(a_1 - 1)) \\ & \leq n(a_1 a_2 \dots a_n - 1). \end{aligned}$$

It follows that

$$a_1 a_2 \dots a_{n-1} + a_1 a_2 \dots a_{n-2} + \dots + a_1 + 1 \leq a_1 a_2 \dots a_n - 1.$$

This gives the required inequality.

5. Infinitely many equidistant parallel lines are drawn in the plane. A positive integer  $n \geq 3$  is called *frameable* if it is possible to draw a regular polygon with  $n$  sides all whose vertices lie on these lines and no line contains more than one vertex of the polygon.

(a) Show that 3, 4, 6 are *frameable*.

(b) Show that any integer  $n \geq 7$  is not *frameable*.

(c) Determine whether 5 is *frameable*.

**Solution:** For  $n = 3, 4, 6$  it is possible to draw regular polygons with vertices on the parallel lines (note that when we show a regular hexagon is a framed polygon, it includes the equilateral triangle case).

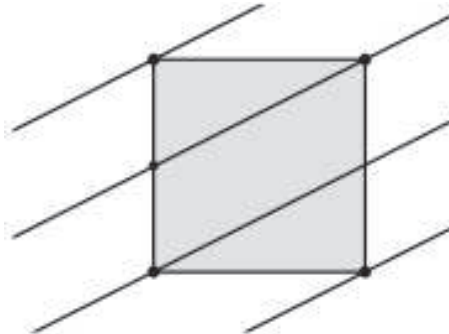


Figure 1:

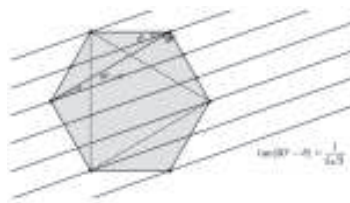


Figure 2:

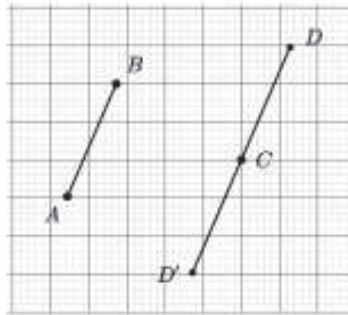


Figure 3:

We will prove that it is not possible for  $n \geq 7$ . In fact, we prove a stronger statement that we can not draw other polygons with vertices on the lines (even if we allow more than one vertex to lie on the same line).

First observe that if  $A, B$  are points on the lines and  $C$  is another point on a line, if we locate

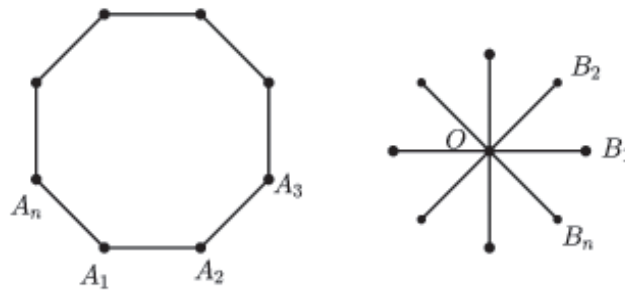


Figure 4:

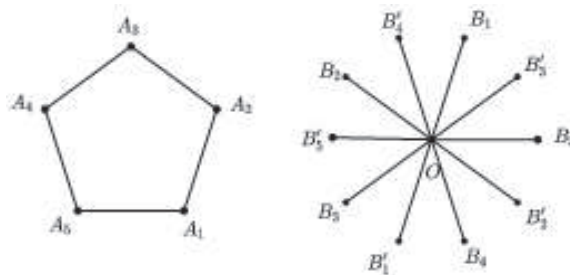


Figure 5:

point  $D$  such that  $CD$  is parallel and equal to  $AB$ , then  $D$  also lies on a line. Suppose that we

have a regular polygon  $A_1A_2\dots A_n$ , where  $n \geq 6$ , with all the vertices on the grid lines. Choose a point  $O$  on a grid line and draw segments  $OB_i$  equal and parallel to  $A_iA_{i+1}$ , for  $i = 1, 2, \dots, n-1$  and  $OB_n$  parallel and equal to  $A_nA_1$ . The points  $B_i$  also lie on the grid lines and form a regular

polygon with  $n$  sides. Consider the ratio  $k = \frac{B_1B_2}{A_1A_2}$ . Since  $n > 6$ , the  $\angle B_1OB_2 < 360^\circ / 6$  and

hence is the smallest angle in the triangle  $B_1OB_2$  (note that the triangle  $B_1OB_2$  is isosceles). Thus  $k < 1$ . Hence starting with a polygon with vertices on grid lines, we obtain another polygon with ratio of side lengths  $k < 1$ . Repeating this process, we obtain a polygon with vertices on grid lines with ratio of sides  $k^m$  for any  $m$ . This is a contradiction since the length of the side of a polygon with vertices on grid lines can not be less than the distance between the parallel lines.

Thus for  $n > 6$ , we can not draw a polygon with vertices on the grid lines.

The above proof fails for  $n = 5$ . In this case, draw  $OB_1, OB_1'$  parallel and equal to  $A_1A_2$ , in opposite directions (see Figure 5), and similarly for other sides. Then we obtain a regular decagon with vertices on the grid lines and we have proved that this is impossible.

6. A *stromino* is a  $3 \times 1$  rectangle. Show that a  $5 \times 5$  board divided into twenty-five  $1 \times 1$  squares cannot be covered by 16 *strominos* such that each *stromino* covers exactly three unit squares of the board and every unit square is covered by either one or two *strominos*. (A *stromino* can be placed either horizontally or vertically on the board.)

**Solution:** Suppose on the contrary that it is possible to cover the board with 16 *strominos* such that each unit square is covered by either one or two *strominos*. If there are  $k$  squares that are covered by exactly one *stromino* then  $2(25 - k) + k = 16 \times 3 = 48$  and hence  $k = 2$ . Thus there are exactly two squares which are covered by only one *stromino*. We colour the board with three colours red, blue, green as follows. The square corresponding to the  $i$ -th row and the  $j$ -th column is coloured red if  $i + j = 0 \pmod{3}$ , green if  $i + j = 1 \pmod{3}$  and blue otherwise. Then there are 9 red squares, 8 green squares and 8 blue squares. Note that each *stromino* covers exactly one square of each colour. Therefore the two squares that are covered by only one *stromino* are both red. For each such square  $i + j = 0 \pmod{3}$  where  $i$  and  $j$  are its row and column number.

We now colour the board with a different scheme. We colour the square corresponding to the  $i$ -th row and the  $j$ -th column red if  $i - j = 0 \pmod{3}$ , green if  $i - j = 1 \pmod{3}$  and blue otherwise.

Again, there are 9 red squares and hence the two squares covered by only one *stromino* are both red. For each such square  $i - j = 0 \pmod{3}$  where  $i$  and  $j$  are its row and column number. Thus, each of the two squares covered by only one *stromino* satisfies  $i + j = 0 \pmod{3}$  and  $i - j = 0 \pmod{3}$  where  $i$  and  $j$  are its row and column number. This implies that  $i = j = 3$ . This is a contradiction because there is only one such square.

**Mathematical Talent Search Corner**

**Problems and Solutions of RMO-2019**

1. Suppose  $x$  is a nonzero real number such that both  $x^5$  and  $20x + \frac{19}{x}$  are rational numbers.

Prove that  $x$  is a rational number.

**Solution :** Since  $x^5$  is rational, we see that  $(20x)^5$  and  $(x/19)^5$  are rational numbers. But

$$(20x)^5 - \left(\frac{19}{x}\right)^5 = \left(20x - \frac{19}{x}\right) \left( (20)^4 + (20^3 \cdot 19)x^2 + 20^2 \cdot 19^2 + (20 \cdot 19^3) \frac{1}{x^2} + \frac{19^4}{x^4} \right).$$

Consider

$$\begin{aligned} T &= \left( (20x)^4 + (20^3 \cdot 19)x^2 + 20^2 \cdot 19^2 + (20 \cdot 19^3) \frac{1}{x^2} + \frac{19^4}{x^4} \right) \\ &= \left( (20x)^4 + \frac{19^4}{x^4} \right) + 20 \cdot 19 \left( (20x)^2 + \frac{19^2}{x^2} \right) + (20^2 \cdot 19^2). \end{aligned}$$

Using  $20x + (19/x)$  is rational, we get

$$(20x)^2 + \frac{19^2}{x^2} = \left( 20x + \frac{19}{x} \right)^2 - 2 \cdot 20 \cdot 19$$

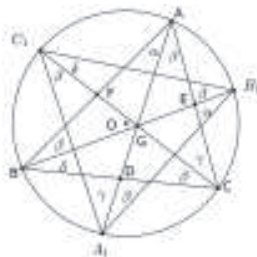
is rational. This leads to

$$(20x)^4 + \frac{19^4}{x^4} = \left( (20x)^2 + \frac{19^2}{x^2} \right)^2 - 2 \cdot 20^2 \cdot 19^2$$

is also rational. Thus  $T$  is a rational number and  $T \neq 0$ . We conclude that  $20x - (19/x)$  is a rational number. This combined with the given condition that  $20x + (19/x)$  is rational shows  $2 \cdot 20 \cdot x$  is rational. Therefore  $x$  is rational.

2. Let  $ABC$  be a triangle with circumcircle  $\Omega$  and let  $G$  be the centroid of triangle  $ABC$ . Extend  $AG$ ,  $BG$  and  $CG$  to meet the circle  $\Omega$  again in  $A_1$ ,  $B_1$  and  $C_1$ , respectively. Suppose  $\angle BAC = \angle A_1B_1C_1$ ,  $\angle ABC = \angle A_1C_1B_1$  and  $\angle ACB = \angle B_1A_1C_1$ . Prove that  $ABC$  and  $A_1B_1C_1$  are equilateral triangles.

**Solution :**



Let  $\angle BAA_1 = \alpha$  and  $\angle A_1AC = \beta$ . Then  $\angle BB_1A_1 = \alpha$ . Using that angles at  $A$  and  $B_1$  are same, we get  $\angle BB_1C_1 = \beta$ . Then  $\angle C_1CB = \beta$ . If  $\angle ACC_1 = \gamma$ , we see that  $\angle C_1A_1A = \gamma$ .



Therefore  $\angle AA_1B_1 = \beta$ . Similarly, we see that  $\angle B_1BA = \angle A_1C_1C = \beta$  and  $\angle B_1BC = \angle B_1C_1C = \delta$ .

Since  $\angle FBG = \angle BCG = \beta$ , it follows that  $FB$  is tangent to the circumcircle of  $\triangle BGC$  at  $B$ . Therefore  $FB^2 = FG \cdot FC$ . Since  $FA = FB$ , we get  $FA^2 = FG \cdot FC$ . This implies that  $FA$  is tangent to the circumcircle of  $\triangle AGC$  at  $A$ . Therefore  $\alpha = \angle GAF = \angle GCA = \gamma$ . A similar analysis gives  $\alpha = \delta$ .

It follows that all the angles of  $\triangle ABC$  are equal and all the angles of  $\triangle A_1B_1C_1$  are equal. Hence  $ABC$  and  $A_1B_1C_1$  are equilateral triangles.

3. Let  $a, b, c$  be positive real numbers such that  $a + b + c = 1$ . Prove that

$$\frac{a}{a^2 + b^3 + c^3} + \frac{b}{b^2 + c^3 + a^3} + \frac{c}{c^2 + a^3 + b^3} \leq \frac{1}{5abc}.$$

**Solution :** Observe that

$$a^2 + b^3 + c^3 = a^2(a + b + c) + b^3 + c^3 = (a^3 + b^3 + c^3) + a^2(b + c) \geq 3abc + a^2b + a^2c.$$

Hence

$$\frac{a}{a^2 + b^3 + c^3} \leq \frac{1}{3bc + ab + ac}.$$

Using AM-HM inequality, we also have

$$\frac{3}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{ab} \geq \frac{25}{3bc + ca + ab}.$$

Thus we get

$$\frac{a}{a^2 + b^3 + c^3} \leq \frac{1}{3bc + ab + ac} \leq \frac{1}{25} \left( \frac{3}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{ab} \right).$$

Similarly, we get

$$\frac{b}{b^2 + c^3 + a^3} \leq \frac{1}{25} \left( \frac{3}{ca} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} \right)$$

and

$$\frac{c}{c^2 + a^3 + b^3} \leq \frac{1}{25} \left( \frac{3}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right)$$

Adding, we get

$$\begin{aligned} \frac{a}{a^2 + b^3 + c^3} + \frac{b}{b^2 + c^3 + a^3} + \frac{c}{c^2 + a^3 + b^3} &\leq \frac{5}{25} \left( \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right) \\ &= \frac{1}{5abc}. \end{aligned}$$

4. Consider the following  $3 \times 2$  array formed by using the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Observe that all row sums are equal, but the sum of the squares is not the same for each row. Extend the above array to a  $3 \times k$  array  $(a_{ij})_{3 \times k}$  for a suitable  $k$ , adding more columns, using the numbers 7, 8, 9,  $\dots$ ,  $3k$  such that

$$\sum_{j=1}^k a_{1j} = \sum_{j=1}^k a_{2j} = \sum_{j=1}^k a_{3j} \quad \text{and} \quad \sum_{j=1}^k (a_{1j})^2 = \sum_{j=1}^k (a_{2j})^2 = \sum_{j=1}^k (a_{3j})^2.$$

**Solution :** Consider the following extension:

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3+6 & 4+6 & 2+(2 \cdot 6) & 5+(2 \cdot 6) \\ 2 & 5 & 1+6 & 6+6 & 3+(2 \cdot 6) & 4+(2 \cdot 6) \\ 3 & 4 & 2+6 & 5+6 & 1+(2 \cdot 6) & 6+(2 \cdot 6) \end{pmatrix}$$

of

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

This reduces to

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 10 & 14 & 17 \\ 2 & 5 & 7 & 12 & 15 & 16 \\ 3 & 4 & 8 & 11 & 13 & 18 \end{pmatrix}$$

Observe

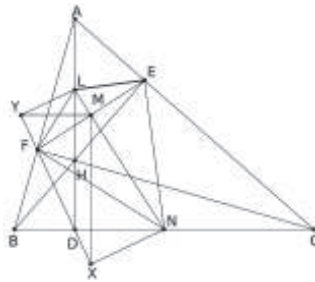
$$\begin{aligned} 1+6+9+10+14+17 &= 57; & 1^2+6^2+9^2+10^2+14^2+17^2 &= 703; \\ 2+5+7+12+15+16 &= 57; & 2^2+5^2+7^2+12^2+15^2+16^2 &= 703; \\ 3+4+8+11+13+18 &= 57; & 3^2+4^2+8^2+11^2+13^2+18^2 &= 703. \end{aligned}$$

Thus, in the new array, all row sums are equal and the sum of the squares of entries in each row are the same. Here  $k = 6$  and we have added numbers from 7 to 18.

5. In a triangle  $ABC$ , let  $H$  be the orthocenter, and let  $D, E, F$  be the feet of altitudes from  $A, B, C$  to the opposite sides, respectively. Let  $L, M, N$  be midpoints of segments  $AH, EF, BC$ , respectively. Let  $X, Y$  be feet of altitudes from  $L, N$  on to the line  $DF$ . Prove that  $XM$  is perpendicular to  $MY$ .

**Solution :** Observe that  $AFH$  and  $HEA$  are right-angled triangles and  $L$  is the mid-point of  $AH$ . Hence  $LF = LA = LE$ . Similarly, considering the right triangles  $BF C$  and  $BEC$ , we get  $NF = NE$ . Since  $M$  is the mid-point of  $FE$  it follows that  $\angle LMF = \angle NMF = 90^\circ$  and  $L, M, N$  are collinear. Since  $LY$  and  $NX$  are perpendiculars to  $XY$ , we conclude that  $YFML$  and  $F XNM$  are cyclic quadrilaterals. Thus

$$\angle FLM = \angle FYM, \text{ and } \angle FXM = \angle FNM.$$



We also observe that  $\triangle CFB$  is a right triangle and  $N$  is the mid-point of  $BC$ . Hence  $NF = NC$ . We get

$$\angle NFC = \angle NCF = 90^\circ - \angle B.$$

Similarly,  $LF = LA$  gives

$$\angle LFA = \angle LAF = 90^\circ - \angle B.$$

We obtain

$$\angle LFN = \angle LFC + \angle NCF = \angle LFC + 90 - \angle B = \angle LFC + \angle LFA = \angle AFC = 90^\circ.$$

In triangles  $YMX$  and  $LFN$ , we have

$$\angle XYM = \angle FYM = \angle FLM = \angle FLN,$$

and

$$\angle YXM = \angle FXM = \angle FNM = \angle FNL.$$

It follows that  $\angle YMX = \angle LFN = 90^\circ$ . Therefore  $YM \perp MX$ .

6. Suppose 91 distinct positive integers greater than 1 are given such that there are at least 456 pairs among them which are relatively prime. Show that one can find four integers  $a, b, c, d$  among them such that  $\gcd(a, b) = \gcd(b, c) = \gcd(c, d) = \gcd(d, a) = 1$ .

**Solution :** Let the given integers be  $a_1, a_2, \dots, a_{91}$ . Take a  $91 \times 91$  grid and color the cell at  $(i, j)$  black if  $\gcd(a_i, a_j) = 1$ . Then at least  $2 \times 456 = 912$  cells are colored black. If  $d_i$  is the number of black cells in the  $i$ th column, then  $\sum d_i \geq 912$ . Now,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{91} \binom{d_i}{2} &\geq \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{91} \left( \sum_{i=1}^{91} d_i \right)^2 - \sum_{i=1}^{91} d_i \right] \\ &= \frac{1}{2 \times 91} \left( \sum_{i=1}^{91} d_i \right) \left( \sum_{i=1}^{91} d_i - 91 \right) \\ &\geq \frac{1}{2 \times 91} \times 2 \times 456 \times (2 \times 456 - 91) \\ &> \binom{91}{2} \end{aligned}$$

Since there are only  $\binom{91}{2}$  distinct pairs of columns, there must be at least one pair of rows  $(u, v)$  that occur with two distinct columns  $s, t$ . Thus  $(u, s), (u, t), (v, s)$  and  $(v, t)$  are all black. Thus if the integers corresponding to the columns  $u, v, s, t$  are  $a, c, b, d$  respectively, then  $\gcd(a, b) = \gcd(b, c) = \gcd(c, d) = \gcd(d, a) = 1$ .

—————0—————

## *Mathematical Talent Search Corner*

### Problem & Solution Mathematics Olympiad : 2019 (AAM)

#### Category-I : (For Classes- V & VI)

1. abcde is a five digit number. Two six digit numbers are formed by putting 9 to the left and right of it respectively. If the former is equal to 4 times of the latter, find  $a+b+c+d+e$ . 7

Soln.

By given condition,

$$9\ abcde = 4 \times abcde\ 9$$

$$\begin{array}{r} \text{i.e.} \quad a\ b\ c\ d\ e\ 9 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$9\ a\ b\ c\ d\ e$$

Comparing with digits in the bottom row–

$$e = 6, d = 7, c = 0, b = 3, a = 2$$

Thus abcde is 23076

$$\begin{aligned} \text{Therefore } a+b+c+d+e &= 2+3+0+7+6 \\ &= 18 \end{aligned}$$

2. If you write all the first 100 natural numbers side by side in its natural order a large number will be formed. Now find the number of digits in the number so formed. Also find the sum of all the digits in the number. 7

Soln.

$$\text{No. of digits from 1 through 9} = 9$$

$$\text{No. of digits from 10 through 99} = (99-9) \times 2 = 180$$

$$\text{No. of digits in 100} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{Total no. of digits in} \\ \text{numbers from 1 through 100} &= 9+180+3 \\ &= 192 \end{aligned}$$

Next,

The no. of 0' is 11

The no. of 1's is 21

The no. of 2's is 20

The no. of 3's is 20

The no. of 4's is 20

The no. of 5's is 20

The no. of 6's is 20

The no. of 7's is 20

The no. of 8's is 20

The no. of 9's is 20

Hence sum of all digits of the number composed of serial arrangement of numbers from 1 through 100

$$\begin{aligned} & \text{is } 11 \times 1 + 21 \times 1 + 20 \times (2+3+4+5+6+7+8+9) \\ & = 21 + 20 \times 44 \\ & = 21 + 880 \\ & = 901 \end{aligned}$$

3. If the sum of seven consecutive natural numbers is 126, find the numbers. 6  
Soln.

$$126 \div 7 = 18$$

So, the seven numbers might be around 19 let us try with 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21

The sum of these numbers = 126

Thus, the consecutive numbers are

15, 16, 17, 18, 19, 20 and 21

4. Assign appropriate digits to the letters involved in the following two additions so that both of them remain correct in their digital values also. 7

$$\begin{array}{r} \text{O N E} \\ + \text{O N E} \\ \hline \text{T W O} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{O N E} \\ + \text{F O U R} \\ \hline \text{F I V E} \end{array}$$

$$E+R=E \quad \Rightarrow R=0$$

$$E+E=0 \quad \Rightarrow 0 \text{ is even, but } 0+0 \text{ is less than } 10$$

Hence 0 is 4 or 2

$$\text{If } 0=2, \quad E=1 \text{ or } E=6$$

But it can be seen that  $E=1$  is not possible

Therefore  $E=6$

After a series of trial and error we see that  $N=3$  or  $N=8$

$$\therefore \text{One} = 236 \text{ or } \text{One} = 286$$

When One = 236, we obtain the sums as

$$\begin{array}{r} 236 \\ 236 \\ \hline 472 \end{array}, \quad \begin{array}{r} 236 \\ F2U0 \\ \hline 9516 \end{array} \Rightarrow U = 8, F = 9$$

Thus  $\begin{array}{r} 236 \\ 236 \\ \hline 472 \end{array}, \quad \begin{array}{r} 236 \\ 9280 \\ \hline 9516 \end{array}$  give one solution.

Again ONE = 286 gives in

$$\begin{array}{r} 286 \\ 286 \\ \hline 572 \end{array}, \quad \begin{array}{r} 286 \\ 92U0 \\ \hline 3496 \end{array} \text{ is } U = 1, F = 3$$

The other solution is

$$\begin{array}{r} 286 \\ 286 \\ \hline 572 \end{array}, \quad \begin{array}{r} 286 \\ 3210 \\ \hline 3496 \end{array}$$

5. In the following addition sum, each of the ten digits is different and also the digits to be added in each column from top to bottom are in increasing order. Determine the digits in the sum 7

$$\begin{array}{r} A \\ + B4 \\ + CDE \\ \hline FGH I \end{array}$$

Soln.

A closer observation leads us to conclude that C=9 and 1 will be carried over to C=9 from B+D to get FG=10

Thus the sum becomes

$$\begin{array}{r} A \\ B4 \\ 9DE \\ \hline 10HI \end{array}$$

Again  $A < 4$  and  $E > 4$ , A, 4, E being in increasing order

After few trial and error steps we arrive at

$$A = 3$$

$$E = 5$$

$$B = 7,$$

$$D = 8, H = 6, I = 2$$



i.e. sum is

$$\begin{array}{r} 3 \\ 74 \\ 985 \\ \hline 1062 \end{array}$$

6. In a secret message if 'CDUQNWVG' is to be decoded as 'ABSOLUTE' how would you code the message 'NO WAY' 6

Soln.

According to the code Therefore

A → C	N → P
B → D	O → Q
S → U	W → Y
L → N	A → C
U → W	Y → A
T → V	
E → G	

Hence, NO WAY is to be coded as PQ YCA

7. I am a three digit square number. If you divide me and the sum of my three digits by 3 and 5 you will find the remainder 1 in each case. Who am I? 6

Soln.

Three digit square numbers are–

100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961

By condition, my units digit must be 1 more than 0 or 5 since I am divisible by 5. Therefore my units place will be 1 or 6. Hence, I am one of–

121, 196, 256, 361, 441, 576, 676, 841 and 961

Now

$1+9+6 = 16$  satisfies the other condition also.

$9+6+1 = 16$  also satisfies the other condition

Hence, I am 196 or 961

8. Follow the pattern given below and supply at least five terms to continue the pattern further. 6

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, \_, \_, \_, \_.

Soln.

The terms in the sequence are all composite numbers. In other words the prime

numbers are not to be considered.  
 So, next five terms after 16 are–  
 18, 20, 21, 22, 24.

9. Supply the missing figures in the following multiplication

7

$$\begin{array}{r}
 * 5 2 * \\
 \quad 3 * \\
 \hline
 7 * * 2 \\
 * * * 8 \\
 \hline
 8 * * * *
 \end{array}$$

Soln.

For convenience \*'s are replaced by letters like

$$\begin{array}{r}
 a 5 2 b \\
 \quad 3 c \\
 \hline
 7 d e 2 \\
 \quad f g h 8 \\
 \hline
 8 j k l m
 \end{array}$$

From the multiplication, we can see  
 $3 \times *$  leaves 2 in the unit place

Hence \* must be 4

Sum becomes–

$$\begin{array}{r}
 a 5 2 4 \\
 \quad 3 c \\
 \hline
 7 5 7 2 \\
 \quad f g h 8 \\
 \hline
 8 j k l m
 \end{array}$$

Now,  $c \times 4 = 8 \quad \therefore c = 2$

Product becomes

$$\begin{array}{r}
 2 5 2 4 \\
 \quad 3 2 \\
 \hline
 7 5 7 2 \\
 \quad 5 0 4 8 \\
 \hline
 8 0 7 6 8
 \end{array}$$

10. Find the greatest number of four digits and the least number of five digits which when divided by 789 leave a remainder 5 in each case.

Soln.

The greatest four digit number is 9999.

Now 9999 divided by 789 leaves quotient 12 and 531 as remainder. Thus, the greatest four digit number divisible by 789 is  $9999 - 531 = 9468$ . Required greatest four digit number that leaves remainder 5 upon divided by 789 is  $9468 + 5 = 9473$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 789 \overline{) 10000} \\ \underline{2110} \\ 1578 \\ \underline{532} \end{array}$$

Again the least five digit number 10000 divided by 789 leaves remainder 532. But  $789 - 532 = 257$

Therefore, the least five digit number divisible by 789 is  $10000 + 257 = 10257$ . Hence, the least five digit number is leaving remainder 5 when divided by 789 is  $10257 + 5 = 10262$

Required numbers are 9473 and 10262

11. A sum of Rs. 22000 was distributed amount 60 students such that each senior student gets Rs. 500/- while each junior student gets Rs. 300/-. Find the numbers of senior and junior students among them. 6

Soln.

The amount required to distribute among 60 students at the rate of Rs. 300 per student is  $\text{Rs. } 300 \times 60 = \text{Rs. } 1800$

So,  $\text{Rs. } 22000 - \text{Rs. } 18000 = \text{Rs. } 4000$  can be distributed to senior students at the rate of Rs. 200 per student.

Thus the number of senior student is  $4000 \div 200 = 20$

Hence the number of junior students is 40

Senior students 20, Junior students 40

12. A salesman bought a certain number of eggs for Rs. 186/- and sold some of them for Rs. 66/- without any profit. Show that he was still left with at least 20 eggs. 7

Soln.

We have  $186 - 66 = 120$

$$\text{and } \begin{array}{r} 2 \overline{) 66, 120} \\ 3 \overline{) 33, 60} \\ \underline{11, 20} \end{array}$$

The salesman can sell at a maximum rate Rs. 6 per egg.

Hence the minimum number of eggs left with the salesman is  $120 \div 6 = 20$

i.e. The salesman has at least 20 eggs for selling.

13. A vessel contains a mixture of 30 litres of water and milk in the ratio 7:3. How much milk must be added to the mixture so that the ratio of water and milk becomes 3:7? 7

Soln. Water in the vessel is  $\frac{7}{10} \times 30 = 21$  liters

Milk in the vessel is  $\frac{3}{10} \times 30 = 9$  liters

After adding milk to the mixture,

Water : Milk = 3:7

i.e. 21 : Milk = 3:7

or Milk : 21 = 7:3

$\therefore$  Milk =  $\frac{7}{3} \times 21 = 49$  liters

Amount of milk to be added is  $49 - 9 = 40$  litres.

14. Find the least square number which is divisible by 10, 16 and 24. 7

Soln. 
$$\begin{array}{r} 2 \overline{)10, 16, 24} \\ 2 \overline{)5, 8, 12} \\ 2 \overline{)5, 4, 6} \\ 5, 2, 3 \end{array}$$

$\therefore$  L C M of 10, 16 and 24

is  $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 3$

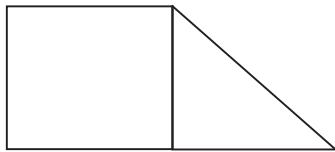
$= 2^2 \times 2^2 \times 5 \times 3$

Hence the least square number divisible by 10, 16

and 24 is  $= 2^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 3^2 = 16 \times 425$

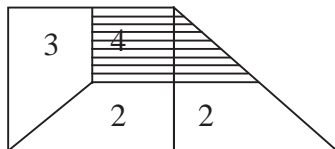
$= 6800$

15. The shape shown below is that of a square attached to half of another square of equal size divided diagonally. Can you divide it into four pieces all of precisely the same size and shape? 7



Soln.

Four pieces of same shape and size can be done as follows—



\*\*\*\*\*

## *Mathematical Talent Search Corner*

### **Category-II : (For Classes- VII & VIII)**

1. Evaluate :  $1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+ \dots + 99^2-100^2$  6

Soln.

$$\begin{aligned} & 1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+ \dots + 99^2-100^2 \\ &= (1+2) (1-2) + (3+4) (3-4) + \dots + (99+100) (99-100) \\ &= -1-2-3-4-\dots -99-100 \\ &= - (1+2+3+\dots + 100) \\ &= - 50 \times 101 \\ &= - 5050 \end{aligned}$$

2. Simplify — 6

$$\frac{(1.2)^2 \times (0.05)^2 \div (0.25)^2}{(0.1)^2 \div (0.01)^2} \div 0.00288$$

Soln.

$$\frac{(1.2)^2 \times (0.05)^2 \div (0.25)^2}{(0.1)^2 \div (0.01)^2} \div 0.00288$$

$$= \frac{\left(\frac{1.2 \times 0.05}{0.25}\right)^2}{\left(\frac{0.1}{0.01}\right)^2} \div 0.00288$$

$$= \frac{\left(\frac{1.2 \times 0.01}{0.05}\right)^2}{10^2} \div 0.00288$$

$$= \frac{\left(\frac{1.2}{5}\right)^2}{100} \times \frac{1}{.00288}$$

$$= \frac{(.24)^2}{100} \times \frac{100000}{288}$$

$$= \frac{.24 \times .24}{100} \times \frac{100000}{288}$$

$$= \frac{\cancel{24}^2 \times \cancel{24}}{100 \times 100} \times \frac{1000}{\cancel{288}_{12}}$$

$$= \frac{2}{10}$$

$$= 0.2$$

3. In the following multiplication sum, each of the digits from 1 through 9 appears exactly once in the multiplicand, multiplier and the product. One digit being known, supply the remaining digits. 7

$$\begin{array}{r} 2 a b \\ \times \quad c d \\ \hline e f g h \end{array}$$

Soln.

Through trial and error, we can get the solution as

$$\begin{array}{r} 297 \\ \times \quad 18 \\ \hline 5346 \end{array}$$

4. How many 3 digit numbers are there for each of which 7 appears just once only. 6+1

Soln

The unit's place can be filled up in 10 different ways since any one of 0, 1, 2, 3, ..., 9 can be put in the units place. Whatever digit is put in unit's place the ten's place can again be filled up in 10 ways. So the unit's and ten's places can be filled in  $10 \times 10 = 100$  ways.

Now, the hundred's place can be filled in 9 ways since 0 is not allowed in hundred's place.

Thus the total number of 3 digit numbers is  $9 \times 10 \times 10 = 900$ .

Similarly total no. of numbers with 7 occurring in none is  $9 \times 9 \times 8 = 648$

Therefore, no. of three digit numbers with 7 occurring once, twice or thrice in each =  $900 - 648 = 252$



Let us count the numbers in which 7 is repeated twice or thrice.

There are 8 three digit numbers with 7 in both unit and ten's places.

There are 9 three digit numbers with 7 in unit's and hundred's places. Also there are 9 three digit numbers with 7 in tens and hundred places.

Altogether there are  $8+9+9 = 26$  three digit numbers with 7 repeated twice.

Finally, there is one three digit number with 7 repeated thrice.

Therefore, number of three digit numbers with 7 occurring just once is  $252-26-1 = 225$

No of three digit numbers with 7 appearing only in units place is  $9 \times 8 = 72$

Otherwise,

No of three digit numbers with 7 appearing only in ten's place is  $9 \times 8 = 72$

No of three digit numbers with 7 appearing only in hundred place is  $9 \times 9 = 81$

Therefore no. of three digit numbers with 7 appearing just once in each is  $72+72+81=225$ .

5. What are the two natural numbers whose difference is 66 and the least common multiple is 360. 6+1

Soln.

The HCF of two numbers will be same as the HCF of the difference and LCM of the numbers.

Now difference of the number is 66

Their LCM is 360

$$66 = 6 \times 11$$

$$360 = 6 \times 60$$

Hence, HCF of 66 and 360 is 6.

This means the HCF of the two numbers is also 6.

If a and b be the natural numbers then

$$ab = \text{HCF} \times \text{LCM} = 6 \times 360 = 2160$$

$$\text{Now, } a-b = 66$$

$$\begin{aligned} \text{But } (a+b)^2 &= (a-b)^2 + 4ab \\ &= 66^2 + 4 \times 2160 \\ &= 12996 \\ &= 114^2 \end{aligned}$$

$$\therefore a+b = 114.$$

$$\begin{aligned}\therefore a &= \frac{1}{2}[(a+b)+(a-b)] \\ &= \frac{1}{2}[114+66] = \frac{1}{2} \times 180 = 90\end{aligned}$$

$$\therefore b = 90 - 66 = 24$$

The numbers are 90 and 24

6. Find two unequal numbers A and B such that A+n is a factor of B+n for all values of n from 1 to 11. 7

Soln.

Consider  $A=1$ .  $B=1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 11 \times 12 + 1$

For  $n=1$ ,  $A+n=2$ ,  $B+n=1 \times 2 \times \dots \times 12 + 1 + 1 = 2 \times (3 \times 4 \times \dots \times 12 + 1)$

$\therefore A+n \mid B+n$  for  $n=1$

For  $n=2$ ,  $A+2=3$ ,  $B+2=3(1 \times 2 + 4 \times \dots \times 12 + 1)$

$\therefore A+n \mid B+n$  for  $n=2$

$n=11$ ,  $A+11=12$ ,  $B+11=12 \times (1 \times 2 \times \dots \times 11 + 1)$

$\therefore A+11 \mid B+11$  for  $n=11$

Thus the values of A and B are

1 and  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 11 \times 12 + 1$  respectively.

7. Find the greatest prime number that will divide 12260 leaving remainder 17. 6

Soln.

$$12260 - 17 = 12243$$

Now

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12243} \\ \underline{74081} \\ 11583 \\ \underline{53} \end{array}$$

Hence greatest prime dividing 12260 leaving remainder 17 is 53.

8. Find the largest number which would divide 50 and 60 leaving remainders 8 and 4 respectively. 6

Soln.

$$50 - 8 = 42$$

$$60 - 4 = 56$$

$$\text{Now } 42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

Hence HCF of 42 and 56 is  $2 \times 7 = 14$ .

Hence the largest number dividing 42 and 56 leaving remainders 8 and 4 respectively is 14.

9. A student was asked to divide a number by 385. But in stead of applying long division method he applied short division method by using factors of 385 viz 5, 7 and 11 and in the process he obtained remainders 2, 4 and 10 respectively. What would be the remainder if the method of long division by 385 is applied? 6

Soln.

If  $q_1, q_2, q_3$ , be the quotients obtained by dividing the number  $N$  by 5, 7 and 11 leaving remainders 2, 4 and 10 respectively.

Then

$$\begin{aligned} N &= 5q_1 + 2 \\ q_1 &= 7q_2 + 4 \quad \text{and} \quad q_2 = 11q_3 + 10 \\ \therefore N &= 5(7q_2 + 4) = 35q_2 + 20 \\ &= 35(11q_3 + 10) + 20 \\ &= 385q_3 + 350 + 20 \\ &= 385q_3 + 370 \end{aligned}$$

The remainder obtained by dividing the number by 385 is 370.

10. Three different views of the same cube with differently coloured faces are shown below. What is the colour of the bottom face (the face opposite to A) in figure 1? 6



Soln.

From figure 2 and figure 3, four faces adjacent to E are A, D (in fig2), B and F (as in fig-3)

Therefore the face opposite to A in fig2 is B or F. But B is adjacent to A in fig-1.

Thus the face opposite to A must be F.

11. There is a circular path around a sports field. Priya, Neha and Mina respectively take 18 minutes, 12 minutes and 8 minutes to drive one round of the field. If they start together at the same point and along the same direction, after how many minutes will they meet again at the starting point? 6

Soln.

The time required by the three runners to come together for the first time after start must be the LCM of 18, 12 and 8

Now

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 18, 12, 8} \\ \underline{2 \overline{) 3, 2, 8}} \\ 3, 1, 4 \end{array}$$

Hence required time of meeting together after start is  $6 \times 2 \times 3 \times 4 = 144$  minutes.

12. At what time between 7 and 8 O'clock the hour hand and minute hand will be together? 7

Soln.

At 7, the hour hand is at 7 and minute hand is at 12.

Let the hour hand crosses  $x$  divisions from 7 when the minute hand overlaps with the hour hand. Then the minute hand has already crossed  $35+x$  division.

But the ratio of divisions crossed by hour hand and minute hand is 5:60 or 1:12

$$\therefore \frac{x}{1} = \frac{35+x}{12}$$

$$\Rightarrow 12x - x = 35$$

$$\Rightarrow x = \frac{35}{11} = 3\frac{2}{11}$$

$\therefore$  The hour hand and minute hand will come together between 7 and 8 hour

at  $35 + 3\frac{2}{11} = 38\frac{2}{11}$  minutes past 7 o'clock.

13. The cost of 4 chairs and 5 tables is Rs. 14800/- and that of 5 chairs and 4 tables is Rs. 14000/-. Find the price of a chair and of a table. 7

Soln.

Cost of 4 chairs and 5 tables is Rs. 14800

Cost of 5 chairs and 4 tables is Rs. 14000

Subtracting-

Cost of 1 table - Cost of 1 chair is  $14800 - 14000 = 800$

$\therefore$  Cost of 1 table = Rs. 800 + cost of 1 chair.

Then the cost of 4 chairs and 5 tables.

= cost of 4 chairs and cost of 5 chairs + 4000

= cost of 9 chairs + 4000

By condition,

Cost of 9 chairs + 4000 = 14800

$\therefore$  Cost of 9 chairs = 10800

$\therefore$  Cost 1 chair is  $10800 \div 9$   
= 1200

Therefore the cost of 1 table is  $1200 + 800$   
= 2000.

14. Two trains 100 kilometers apart are moving at a speed of 10 and 15 kilometers per hour opposite to each other. If the slower train starts at 3 PM and the other starts at 2 PM, at what time will they meet together? 6

Soln.

The trains are 100 Km apart.

Let  $T_1$  and  $T_2$  be the trains moving at 10 Km and 15 Km per hour towards each other.

By condition  $T_1$  starts at 3 PM while  $T_2$  starts at 2 PM.

By the time  $T_1$  starts moving,  $T_2$  has already moved 15 Km towards  $T_1$ .

Therefore the trains are  $100 - 15 = 85$  km apart at 3 PM.

If  $T_1$  and  $T_2$  travel  $x$  and  $y$  km respectively when they meet together

$$\text{Then } \frac{x}{10} = \frac{y}{15}$$

$$15x = 10y$$

$$\text{But } x+y = 85$$

$$\therefore 15x = 10(85-x)$$

$$\Rightarrow 15x+10x=850$$

$$\Rightarrow x = \frac{850}{25} = 34$$

$$\text{Then } y=85-34=51$$

Hence the trains meet together after  $\frac{34}{10}$  or  $\frac{51}{15}$  hours after 3 PM.

In other words, the two trains will meet together in  $3\frac{2}{5}$  hours after 3PM. i.e. at 6 hours 24 minutes PM.

15. Solve the following SUDOKU by inserting the numbers 1 through 9 in the blank squares such that each of these numbers appears only once in any row, column or any of the nine inner squares marked by bold lines. 10

	2	7		6			1	3	
			2				9	5	4
3				8	1				6
		1			8	3	9		
	4						2		
	6	5	9			7			
6			7	1					9
7	1	8			4				
4	5			2		1	3		

Soln.

The SUDOKU is not in correct form. The correct form is –

⑤	2	7	④	6	⑨	⑧	1	3
①	⑧	⑥	2	⑦	③	9	5	4
3	⑨	④	⑤	8	1	②	⑦	6
②	⑦	1	⑥	④	8	3	9	⑤
⑨	4	③	①	⑤	⑦	⑥	2	⑧
⑧	6	5	9	③	②	7	④	①
6	③	②	7	1	⑤	④	⑧	9
7	1	8	③	⑨	4	⑤	⑥	②
4	5	⑨	⑧	2	⑥	1	3	⑦

\*\*\*\*\*

## *Mathematical Talent Search Corner*

### **Category-III : (For Classes- IX, X & X appeared)**

Answer all the questions:

1. Find the 5000th term of the following sequence: 5  
1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,5,...

Soln.

We observe that 1 appears once, 2 appears twice, 3 appears thrice, ..., n appears n times. Further, observe that 1st term is 1, (1+2)th term is 2, (1+2+3)th term is 3. So, (1+2+3+... + n)th term is n.

Thus,  $\frac{n(n+1)}{2}$ th term is n.

Similarly, [1+2+3+ ... + (n-1)] th terms is

n-1 i.e.  $\frac{n(n-1)}{2}$ th term is n-1..

So, all terms from  $\left(\frac{n(n-1)}{2}+1\right)$ th term to  $\frac{n(n+1)}{2}$ th term are equal to n.

We try to find the value of n for which

$$\frac{n(n-1)}{2} < 5000 \leq \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{We see that } 5000 = 50 \times 100 = \frac{100 \times 100}{2} < \frac{100 \times 101}{2}$$

Also,

$$\frac{100 \times 99}{2} < \frac{100 \times 100}{2} = 5000 < \frac{100 \times 101}{2}$$

Thus, all terms from (50×99+1)th term to (50×101)th term are equal to 100.

∴ The 5000th term is 100.

2. Let  $S = \{(x,y,z) : 0 \leq x, y, z \leq 9 \text{ and } x+y+z \text{ is divisible by } 3\}$ . Find the number of elements of the set S. 6

Soln.

Any number is either of the form 3k, or 3k+1 or 3k + 2. i.e. any numbers leaves remainder 0 or 1 or 2 when divided by 3.

The numbers from 0 to 9 can be grouped into three categories accordingly.

A={0,3,6,9}, B={1,4,7}, C={2,5,8}

If  $x,y,z \in A$ , then  $x+y+z$  is divisible by 3.

No. of choices of (x,y,z) in that case is  $4 \times 4 \times 4$  (Multiplication rule)

If  $x,y,z \in B$ , then  $x+y+z$  is divisible by 3.



∴ No. of choices =  $3 \times 3 \times 3$ .

If  $x, y, z \in C$  then  $x+y+z$  is divisible by 3

∴ No. of choices of  $(x, y, z)$  is  $3 \times 3 \times 3$ .

The only other cases where  $x+y+z$  is divisible by 3 are those where each of  $x, y, z$  belong to different sets A, B, C. There are  $\angle 3 = 6$  such cases. In each case, the no. of choices for  $(x, y, z)$  is  $4 \times 3 \times 3$ .

∴ The total no. of elements of the set S.

$$= 4 \times 4 \times 4 + 3 \times 3 \times 3 + 3 \times 3 \times 3 + 6 \times 4 \times 3 \times 3$$

$$= 64 + 27 + 27 + 216$$

$$= 64 + 54 + 216$$

$$= 280 + 54$$

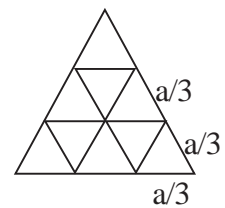
$$= 334$$

3. Show that out of any ten points chosen inside an equilateral triangle of side length

a, there always exist two points whose distance apart is less than  $\frac{a}{3}$  6

Soln.

We trisect each side of the given equilateral triangle and join the points two at a time by line segments parallel to the side not containing the points. Thus, the whole area is divided into 9 smaller equilateral triangles each of side length  $a/3$ . Thus, marking ten points inside the triangle is equivalent to putting 10 objects in 9 boxes. Thus, one of the boxes will have two objects. This follows from pigeonhole principle. So, two points will be inside the same smaller triangle. Thus, their distance apart is less than  $a/3$ .



4. If  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  is a function satisfying  $f(f(n)) + f(n+1) = n+2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ , find the values of  $f(1)$  and  $f(2)$ . 7

soln.

Taking  $n = 1$ ,

$$f(f(1)) + f(2) = 3$$

Since the codomain of  $f$  is  $\mathbb{N}$ , so the only possibilities are:

Case I:  $f(f(1)) = 1, f(2) = 2$

Case II :  $f(f(1)) = 2, f(2) = 1$

We have,

$$f(f(n)) + f(n+1) = n+2 \quad \text{---(*)}$$

$$\Rightarrow f(n+1) = n+2 - f(f(n)) \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow f(n+1) \leq n+2-1 \quad \{\because f(f(n)) \geq 1\}$$

$$\Rightarrow f(n+1) \leq n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Similarly,

$$f(f(n)) \leq n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \text{--- (2)}$$

By (1),  $f(n) \leq n \forall n \geq 2$  \_\_\_\_\_ (3)

So for  $n \geq 2$  and for  $f(n) \geq 2$ ,

$$f(f(n)) \leq f(n) \leq n$$

$$\Rightarrow f(f(n)) - n \leq 0$$

$$\Rightarrow 2 - f(n+1) \leq 0$$

$$\Rightarrow f(n+1) \geq 2$$

Thus, if  $n \geq 2$  and  $f(n) \geq 2$

then  $f(n+1) \geq 2$ .

Consider case I :  $f(f(1))=1, f(2)=2$

By above,

$$f(n) \geq 2 \forall n \geq 2$$

Let  $f(1) = c$

$$\Rightarrow f(f(1)) = f(c)$$

$$\Rightarrow 1 = f(c)$$

$$\Rightarrow c < 2 \quad (\because f(c) \geq 2 \text{ if } c \geq 2)$$

$$\Rightarrow c = 1$$

$$\therefore f(1) = 1.$$

Consider case II:

$$f(f(1)) = 2, f(2) = 1$$

Let  $f(1) = c$

$$\Rightarrow f(f(1)) = f(c)$$

$$\Rightarrow 2 = f(c)$$

Putting  $n = 2$  in (\*)

$$f(f(2)) + f(3) = 4$$

$$\Rightarrow f(1) + f(3) = 4$$

$$\Rightarrow f(3) = 4 - c$$

$$\because f: \mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{N}, \text{ so } f(3) \geq 1$$

$$\Rightarrow 4 - c \geq 1$$

$$\Rightarrow c \leq 3$$

If  $c = 1$ , then  $f(1) = C$  and  $2 = f(c)$  gives  $f(1) = 1$  and  $2 = f(1)$  which is not possible.

If  $c = 2$ , then  $2 = f(c)$  gives  $f(2) = 2$  but it contradicts  $f(2) = 1$ .

If  $c = 3$ , then  $2 = f(c)$  gives

$$f(3) = 2 \text{ but } f(3) = 4 - c$$

$$\text{gives } f(3) = 4 - 3 = 1.$$

Thus none of these are possible.

Hence,  $f(1) = 1, f(2) = 2$ .

5. Let  $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$  and  $g(x)=x^3+bx^2+cx+a$ , where  $a, b, c$  are integers with  $c \neq 0$ .

Suppose that the following conditions are satisfied:

(a)  $f(1)=0$

(b) the roots of  $g(x)=0$  are squares of the roots of  $f(x)=0$ .

Find the value of  $a^{2019} + b^{2019} + c^{2019}$ .

Soln.

$$f(1) = 0$$

$$\Rightarrow 1 + a + b + c = 0$$

$$\Rightarrow a + b + c = -1$$

Let roots of  $f(x) = 0$  be  $\alpha, \beta, \gamma$

$\therefore$  Roots of  $g(x) = 0$  are  $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow \text{Sum of roots} = -a$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = -a$$

Sum of products of roots taken 2 at a time = b

$$\Rightarrow \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = b$$

Product of roots is -c

$$\therefore \alpha\beta\gamma = -c$$

Also,

$$g(x) \equiv x^3 + bx^2 + cx + a = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = -b$$

$$\Rightarrow (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 1(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = -b$$

$$\Rightarrow a^2 - 2b = -b$$

$$\Rightarrow a^2 = b$$

And

$$\alpha^2\beta^2\gamma^2 = -a$$

$$\Rightarrow (\alpha\beta\gamma)^2 = -a$$

$$\Rightarrow (-c)^2 = -a$$

$$\Rightarrow c^2 = -a$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

$$\Rightarrow -c^2 + a^2 + c = -1 \Rightarrow -c^2 + c^4 + c = -1$$

$$\Rightarrow c^4 - c^2 + c + 1 = 0$$

$$\Rightarrow c^2(c^2 - 1) + (c + 1) = 0$$

$$\Rightarrow c^2(c - 1)(c + 1) + (c + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (c + 1)[c^2(c - 1) + 1] = 0$$

$$\Rightarrow (c + 1)[c^3 - c^2 + 1] = 0$$

$$\Rightarrow c = -1 \text{ or } c^3 = c^2 - 1.$$

But  $c^3 = c^2 - 1$  doesn't have integer solutions. If  $c$  is odd then  $c^2 - 1$  is even. So  $c^3$  is even but that is not correct as  $c$  is odd. If  $c$  is even, then  $c^2 - 1$  is odd, so that  $c^3$  is odd but that is not true as  $c$  is even.

Thus,  $c = -1$

$$\therefore a = -c^2 = -1$$

$$b = a^2 = (-1)^2 = 1$$

$$\therefore a^{2019} + b^{2019} + c^{2019}$$

$$= -1 + 1 - 1$$

$$= 1$$

6. A positive integer has unit digit 6. If we erase this unit digit and place it in front of the remaining digits, we get 4 times the original number. Determine the smallest such positive integer. 7

Soln.

Let the integer be  $10a+6$  ( $n$  digits)

$$10^{n-1} \times 6+a = 4 \times (10a+6)$$

$$\Rightarrow (10^{n-1}-4) \times 6 = 39a$$

$$\Rightarrow (10^{n-1}-4) \times 2 = 13a$$

$$\therefore 13 \mid (10^{n-1}-4)$$

So we need to find the smallest  $n$  for which  $13 \mid 10^{n-1}-4$

$$\text{i.e. } 10^{n-1} \equiv 4 \pmod{13}$$

$$\text{We have } 10 \equiv -3 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 10^2 \equiv 9 \pmod{13}$$

$$10^2 \equiv 9 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow (10^2)^2 \equiv 9^2 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 10^4 \equiv 81 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 10^4 \equiv 3 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 10^5 \equiv 30 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 10^5 \equiv 4 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 10^{6-1} \equiv 4 \pmod{13}$$

$\therefore$  Least such  $n$  is  $n=6$ .

$$\therefore 13a = 2 \times (10^{6-1}-4)$$

$$\Rightarrow 13a = 2 \times 99996$$

$$\Rightarrow a = 2 \times \frac{99996}{13}$$

$$\Rightarrow a = 2 \times 7692$$

$$\Rightarrow a = 15384$$

$\therefore$  The number is 153846

7. Write the number of perfect squares, perfect cubes and perfect fourth powers from 1 to  $10^6$  (both inclusive). How many of the numbers from 1 to  $10^6$  are neither perfect squares, nor perfect cubes nor perfect fourth powers? 3+5=8

Soln.

The perfect squares from 1 to  $10^6$  are  $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, (10^3)^2$

So, there are 1000 perfect squares. The perfect cubes from 1 to  $10^6$  are  $1^3, 2^3, 3^3, \dots, (10^2)^3$

So, there are 100 perfect cubes. Clearly, the no. of perfect fourth powers will be less than 100.

$$10^6 = 1000 \times 1000$$

Perfect square nearest to 1000 is  $31^2=961$ .

∴ The fourth power nearest to  $10^6$

$$\begin{aligned} \text{is } 31^4 &= 31^2 \times 31^2 \\ &= 961 \times 961 \end{aligned}$$

∴ No. of perfect fourth powers upto  $10^6$  is 31.

(One mark for the 1st two and 2 marks for the fourth power)

Let A=Set of perfect squares from 1 to  $10^6$

B=Set of perfect cubes from 1 to  $10^6$

C=Set of perfect fourth powers from 1 to  $10^6$ .

∴  $n(A)=1000$ ,  $n(B) = 100$ ,  $n(C)=31$ .

$A \cap B$  is the set of perfect squares which are also perfect cubes & vice versa.

This set contains elements which are cubes of perfect squares or equivalently squares of perfect cubes.

∴ The elements in  $A \cap B$  are  $(1^2)^3$ ,  $(2^2)^3$ ,  $(3^2)^3$ , ...,  $(10^2)^3$ . Thus,  $n(A \cap B) = 10$ .

The elements in  $B \cap C$  are

$(1^3)^4$ ,  $(2^3)^4$  &  $(3^3)^4$  (upto  $30^4$ )

$n(B \cap C)=3$ .

The elements in  $A \cap C$  are just the perfect fourth powers as every perfect fourth power is also a perfect square.

∴  $n(A \cap C) = 31$

The numbers which are perfect squares as well as perfect cubes as well as perfect fourth powers are

$1^{12}$ ,  $2^{12}$  and  $3^{12}$  (i.e. power should be LCM of 2,3,4)

∴  $n(A \cap B \cap C) = 3$

∴ By inclusion-exclusion principle,

$n(A^c \cap B^c \cap C^c)$

$$= n(S) - \{n(A) + n(B) + n(C)\} + \{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(A \cap C)\} - n(A \cap B \cap C)$$

$$= 10^6 - (1000 + 100 + 31) + (10 + 3 + 31) - 3$$

$$= 1000000 - 1100 + 10$$

$$= 998900 + 10$$

$$= 998910$$

8. Let  $a, b, c$ , be the lengths of the sides  $BC, CA$  and  $AB$  of a triangle  $ABC$ . Consider all the possibilities:

(a)  $ABC$  is acute angled triangle

(b)  $A$  is an acute angle in a right angled triangle

(c)  $A$  is an acute angle in an obtuse angled triangle

(d)  $A$  is an obtuse angle

(e)  $A$  is a right angle

In each case, prove that  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .

$2+1+2+2+1=8$

Soln.

(a) ABC is acute angled  $\triangle$

$$BC^2 = BD^2 + DC^2$$

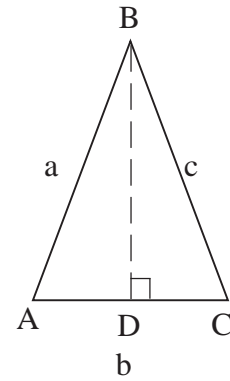
$$\Rightarrow a^2 = AB^2 - AD^2 + DC^2$$

$$\Rightarrow a^2 = c^2 - AD^2 + (AC - AD)^2$$

$$\Rightarrow a^2 = c^2 - AD^2 + AC^2 - 2AC \cdot AD + AD^2$$

$$\Rightarrow a^2 = c^2 + AC^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cos A$$

$$\Rightarrow a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cos A.$$



(b) A is acute angle in a right angled  $\triangle$

By Pythagoras theorem,

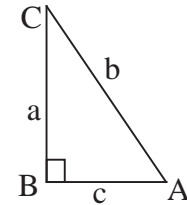
$$a^2 = b^2 - c^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2c^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot c \cdot c$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot (b \cos A) \cdot c.$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$



(c) A is an acute angle in an obtuse angled triangle.

In  $\triangle BCD$ ,

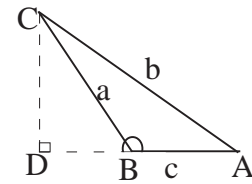
$$a^2 = CD^2 + BD^2$$

$$\Rightarrow a^2 = AC^2 - AD^2 + (AD - AB)^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 - AD^2 + AD^2 - 2AD \cdot AB + AB^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot (AC \cos A) \cdot AB$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$



(d) A is an obtuse angle

In  $\triangle BCD$ ,

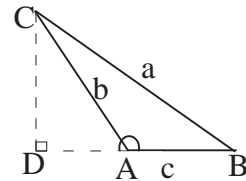
$$a^2 = CD^2 + BD^2$$

$$\Rightarrow a^2 = AC^2 - AD^2 + (BA + AD)^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 - AD^2 + AB^2 + AD^2 + 2AB \cdot AD$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + 2 \cdot c \cdot AC \cos (180 - A)$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A. (\because \cos (180 - A) = -\cos A)$$



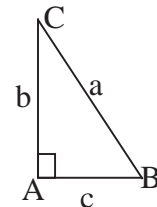
(e) A is a right angle.

By Pythagoras theorem

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 90$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$



9. A circle has centre on the side AB of a cyclic quadrilateral ABCD. The other three sides are tangents to the circle. Draw the diagram and prove that  $AD+BC=AB$ .  
 $2+6=8$

Soln.

(2 marks for diagram)

Since ABCD is cyclic.

So,

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

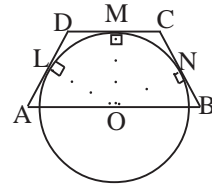
$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

Let OL, OM and ON be the radii at the points of contact of the sides AD, DC and CB respectively. Then  $OL \perp AD$ ,  $OM \perp DC$ ,  $ON \perp CB$

Const : X and Y are marked on AD & BC such that

$$AX=AO \text{ and}$$

$$BY=BO.$$



$$\therefore \angle AXO = \left( \frac{180^\circ - A}{2} \right) = 90^\circ - \frac{A}{2}$$

$$\& \angle BYO = 90^\circ - \frac{B}{2}$$

In  $\triangle OLX$  and  $\triangle OCM$

$$\angle LXO = \angle MCO = 90^\circ - \frac{A}{2}$$

$$\angle OLX = \angle OMC \text{ (Each } 90^\circ)$$

$$OL = OM \text{ (radii)}$$

$$\triangle OLX \cong \triangle OCM$$

(AAS congruency)

$$\therefore LX = MC$$

But  $MC = CN$  (tangents from C)

$$LX = CN$$

Similarly,

$$NY = DL$$

$$\therefore AB = AO + OB$$

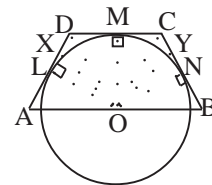
$$= AX + BY$$

$$= AL + LX + BN + NY$$

$$= AL + CN + BN + DL$$

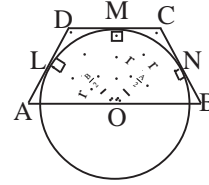
$$= (AL + DL) + (CN + BN)$$

$$= AD + BC$$





Another proof using trigonometry



$$\begin{aligned}\angle LOM &= 180^\circ - \angle D \\ &= \angle B\end{aligned}$$

$$\therefore \angle LOD = \angle DOM = \frac{\angle B}{2}$$

$$\angle NOC = \angle COM = \frac{\angle A}{2}$$

$$AD + BC = AL + LD + BN + NC$$

$$= r \left[ \tan(90^\circ - A) + \tan \frac{B}{2} + \tan(90^\circ - B) + \tan \frac{A}{2} \right]$$

$$= r \left[ \cot A + \tan \frac{B}{2} + \cot B + \tan \frac{A}{2} \right]$$

$$= r \left[ \frac{1}{\tan A} + \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \frac{1}{\tan B} \right]$$

$$= r \left[ \frac{1 - \tan^2 \frac{A}{2}}{2 \tan \frac{A}{2}} + \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \frac{1 - \tan^2 \frac{B}{2}}{2 \tan \frac{B}{2}} \right]$$

$$= r \left[ \frac{1 + \tan^2 \frac{A}{2}}{2 \tan \frac{A}{2}} + \frac{1 + \tan^2 \frac{B}{2}}{2 \tan \frac{B}{2}} \right]$$

$$= r \left[ \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} \right]$$

$$= r[\operatorname{Cosec} A + \operatorname{cosec} B]$$

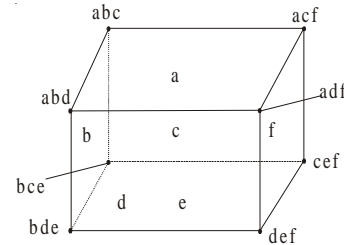
$$= AO + OB$$

$$= AB$$

10. Positive integers  $a, b, c, d, e, f$  are written on the six faces of a cube, one on each. At each of the eight corners (vertices), the product of the numbers on the faces that meet at that corner is written. The sum of the numbers written on the corners is 4444. Find all possible values of the sum of the numbers written on the faces. 8

Soln.

$$\begin{aligned}
 &\text{Sum of numbers written on the} \\
 &\text{corners} = abc + abd + acf + adf + bce + bde + def + cef \\
 &= ab(c+d) + af(c+d) + be(c+d) + cf(c+d) \\
 &= (c+d) [a(b+f) + e(b+f)] \\
 &= (c+d) (a+c) (b+f) \\
 &= 4444 \\
 &= 4 \times 1111 \\
 &= 4 \times 11 \times 101
 \end{aligned}$$



Since the integers are positive, so each of the sums  $c+d$ ,  $a+e$  and  $b+f$  must be greater than 1.

So, there are the following possibilities:

$$(c+d) (a+e) (b+f) = 4 \times 11 \times 101$$

$$\text{So, } (c+d) + (a+e) + (b+f) = 4 + 11 + 101 = 116$$

$$(c+d) (a+e) (b+f) = 2 \times 22 \times 101$$

$$\therefore (c+d) + (a+e) + (b+f) = 2 + 22 + 101 = 125$$

$$(c+d) (a+e) (b+f) = 2 \times 11 \times 202$$

$$\therefore (c+d) + (a+e) + (b+f) = 2 + 11 + 202 = 215$$

$$\therefore (c+d) + (a+e) + (b+f) = 2 \times 2 \times 1111$$

$$\therefore (c+d) + (a+e) + (b+f) = 2 + 2 + 1111 = 1115$$

There are four possible values

11. Let  $x, y, z$  be non-negative real numbers such that  $x+y+z=1$ , prove that

$$0 \leq xy + yz + zx - 2xyz \leq \frac{7}{27}.$$

(A hint : Put  $x = a + \frac{1}{3}$ ,  $y = b + \frac{1}{3}$ ,  $z = c + \frac{1}{3}$  with appropriate restrictions on  $a, b$  and  $c$ .)

10

Soln.

$$\text{Let } x = a + \frac{1}{3}, y = b + \frac{1}{3}, z = c + \frac{1}{3}$$

$$\therefore x + y + z = 1$$

$$\Rightarrow a+b+c=0$$

Since  $x, y, z$  are non-negative,

$$\text{So } a \geq -\frac{1}{3}, b \geq -\frac{1}{3}, c \geq -\frac{1}{3}$$

$$xy+yz+zx-2xyz$$

$$= \left(a + \frac{1}{3}\right) \left(b + \frac{1}{3}\right) + \left(b + \frac{1}{3}\right) \left(c + \frac{1}{3}\right) + \left(c + \frac{1}{3}\right) \left(a + \frac{1}{3}\right) - 2 \left(a + \frac{1}{3}\right) \left(b + \frac{1}{3}\right) \left(c + \frac{1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow xy + yz + zx - 2xyz$$

$$= ab + \frac{a+b}{3} + \frac{1}{9} + bc + \frac{b+c}{3} + \frac{1}{9} + ca + \frac{a+c}{3} + \frac{1}{9} - 2 \left(a + \frac{1}{3}\right) \left(bc + \frac{b+c}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

$$= (ab + bc + ca) + \frac{2(a+b+c)}{3} + \frac{3}{9}$$

$$- 2 \left[ abc + \frac{ab+ac}{3} + \frac{a}{9} + \frac{bc}{3} + \frac{b+c}{9} + \frac{1}{27} \right]$$

$$= (ab + bc + ca) + \frac{2}{3} \times 0 + \frac{1}{3} - 2abc - \left( \frac{ab+bc+ca}{3} \right) - \frac{1}{27}$$

$$= \frac{2}{3} (ab + bc + ca) - 2abc + \frac{7}{27}$$

$$= \frac{2}{3} [ab + bc + ca - 3abc] + \frac{7}{27}$$

$$= \frac{2}{3} \left[ -\frac{1}{2} (a^2 + b^2 + c^2) - (a^3 + b^3 + c^3) \right] + \frac{7}{27}$$

$$(\because a+b+c=0)$$

$$= -\frac{1}{3} [a^2 + b^2 + c^2 + 2a^3 + 2b^3 + 2c^3] + \frac{7}{27} \leq \frac{7}{27}$$

$$\text{as } 1+2a, 1+2b, 1+2c \geq 0$$

$$(\because a, b, c \geq -\frac{1}{3})$$

For the other part, we have  $xy+yz+zx-2xyz$

$$= xy(1-z) + yz(1-x) + zx$$

$$= xy(x+y) + yz(y+z) + zx \geq 0$$

12. By trial & error or otherwise, find four different solutions  $(a, b, c, n)$  in positive integers of the equation  $2^n = a! + b! + c!$ . Justify that these are the only possible solutions.

4+6=10

Soln.

One solution is  $a=1, b=1, c=2$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c = 1+1+2 = 4 = 2^2$$

i.e  $n = 2$ .

Observe that of  $a, b, c \geq 3$ , then there exist no solutions as in that case,

$$\lfloor 3 \left( \frac{\lfloor a}{3} + \frac{\lfloor b}{3} + \frac{\lfloor c}{3} \right) \rfloor - 2^n$$

i.e.  $3|2^n$  but that is not possible.

So, all three of  $a, b, c$ , cannot be greater than or equal to 3.

Again if  $a=b=c$  then  $3|2^n$  which is not possible. So,  $a, b, c$ , cannot be all equal. without loss of generality,

Let  $a \leq b \leq c$ . Then

$$2^n = \lfloor a \left( 1 + \frac{\lfloor b}{a} + \frac{\lfloor c}{a} \right) \rfloor$$

$$\therefore \lfloor a \rfloor | 2^n$$

$$\Rightarrow a = 1 \text{ or } 2$$

$$\text{If } a = 1, \text{ then } 2^n - 1 = \lfloor b + \lfloor c \rfloor$$

$$\Rightarrow 2^n - 1 = \lfloor b \left( 1 + \frac{\lfloor c}{b} \right) \rfloor$$

$\Rightarrow \lfloor b \rfloor | 2^n - 1$  but  $2^n - 1$  is odd. So  $\lfloor b \rfloor$  can divide  $2^n - 1$  if and only if  $b=1$ .

So if  $a=1$  then  $b=1$

$$\therefore 2^n = 1+1+Lc$$

$$\Rightarrow 2^n - 2 = Lc$$

$$\Rightarrow 2(2^{n-1} - 1) = Lc$$

Since  $2^{n-1} - 1$  is odd So  $2 \nmid \lfloor c \rfloor$  but  $2^2 \nmid \lfloor c \rfloor$ . Since  $c=2$  or 3

If  $c=2$ , then

$$2^n = 1+1+\lfloor 2 \rfloor$$

$$\Rightarrow 2^n=4 \Rightarrow n=2$$

$\therefore (1, 1, 2, 2)$  is a soln.

$$\text{If } c=3, \text{ then } 2^n = 1+1+\underline{3}$$

$$\Rightarrow 2^n=8$$

$$\Rightarrow n=3$$

$\therefore (1, 1, 3, 3)$  is a soln.

$$\text{Next if } a=2, \text{ then } 2^n=2+\underline{b}+\underline{c}$$

$$\Rightarrow 2 \times (2^{n-1} - 1) = \underline{b} + \underline{c} = \underline{b} \left( 1 + \frac{\underline{c}}{\underline{b}} \right)$$

$$\text{So, } \underline{b} \mid 2(2^{n-1} - 1)$$

Since  $2^{n-1}-1$  is odd, so  $b=1$  or  $2$  or  $3$ .

But since  $a \leq b \leq c$ , So  $b \neq 1$ .

$$\text{If } b=2, \text{ then } 2^n=2+2+\underline{c}$$

$$\Rightarrow 2^n-4=\underline{c}$$

$$\Rightarrow 2^2(2^{n-2}-1)=\underline{c}$$

$$\Rightarrow 2^2 \mid \underline{c} \text{ but } 2^3 \nmid \underline{c}$$

$$\therefore c=4$$

$$\therefore 2^n=2+2+\underline{4}$$

$$\Rightarrow 2^n=2+2+4$$

$$\Rightarrow 2^n=28$$

Which has no solution in integers.

$$\text{If } b=3, \text{ then } 2^n=2+6+\underline{c}$$

$$\Rightarrow 2^n-8=\underline{c}$$

$$\Rightarrow 2^3(2^{n-3}-1)=\underline{c}$$

$$\Rightarrow 2^3 \mid \underline{c} \text{ but } 2^4 \nmid \underline{c}$$

$$\therefore c=4 \text{ or } c=5$$

$$\text{If } c=4 \text{ then } 2^n=2+6+\underline{4}$$

$$\Rightarrow 2^n=32$$

$$\Rightarrow n=5$$

$\therefore (2, 3, 4, 5)$  is a soln.

$$\text{If } c=5, \text{ then } 2^n=2+6+\underline{5}$$

$$\Rightarrow 2^n=128$$

$$\Rightarrow n=7$$

$\therefore (2, 3, 5, 7)$  is a soln.

Thus, the only possible solutions are  $(1, 1, 2, 2)$ ,  $(1, 1, 3, 3)$ ,  $(2, 3, 4, 5)$  and  $(2, 3, 5, 7)$ .

13. Let  $3k+2$  be a prime number and  $a, b$  be positive integers such that

$$\frac{a}{b} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+1}$$

Show that  $3k+2$  divides  $a$ .

(Hint : Group the sum in RHS into positive and negative terms. Simplify and rearrange suitably to extract  $3k+2$  from the sum. Then use the definition of prime number.)

Soln.

Since  $3k+2$  is prime, so  $K$  is odd.

$$\frac{a}{b} = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2k+1}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2k}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+1}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2k}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right)$$

$$= \frac{1}{K+1} + \frac{1}{K+2} + \dots + \frac{1}{2K} + \frac{1}{2K+1}$$

$$= \left(\frac{1}{K+1} + \frac{1}{2K+1}\right) + \left(\frac{1}{K+2} + \frac{1}{2K}\right) + \dots + \left(\frac{1}{K + \frac{K+1}{2}} + \frac{1}{K + \frac{K+1}{2} + 1}\right)$$

( $\therefore K$  is odd, so  $K+1$  is even)

$$= \frac{3K+2}{(K+1)(2K+1)} + \frac{3K+2}{(K+2)(2K)} + \dots + \frac{3K+2}{\left(K + \frac{K+1}{2}\right)\left(K + \frac{K+1}{2} + 1\right)}$$

$$= (3K+2) \left[ \frac{P}{(K+1)(K+2)\dots(2K)(2K+1)} \right] \text{ where } P \text{ is a +ve integer.}$$

$$\Rightarrow a(K+1)(K+2)\dots(2K)(2K+1) = (3K+2)p.b.$$

$\therefore 3K+2 \mid (\text{LHS})$

Since  $3K+2$  is prime, so  $3K+2$  divides one of the factors but none of the factors  $K+1, K+2, \dots, 2K, 2K+1$  is divisible by  $3K+2$ , so  $3K+2$  divides  $a$ .

\*\*\*\*\*

## *Mathematical Talent Search Corner*

### **Mathematics Olympiad Result : 2019**

#### **Organised by AAM**

#### **Category : III (Class IX & XI)**

#### **Rank Holders :**

1. Ayan Nath, Kendriya Vidyalaya, Tezpur, 2. Sunaina Pati, Sarala Birla Gyanjyoti, Amingaon, 3. Ankita Bora, DPS, Numaligarh, Golaghat, 4. Thejas Radhika Sajith, KV, IIT (G), 5. Niraj Agarwal, DPS, Digboi.

#### **Candidates eligible for Award of Merit :**

1. Jasaswee Hazarika, St. Robert's High School, Jakhlabandha, 2. (i) Nabanshu Neer Gogoi, DPS, NRL Township, Golaghat, (ii) Ayushman Baruah, Vivekananda Kendra Vidyalaya, Golaghat, (iii) Nilesh Kumar, Bongaigaon HS School, Dhaligaon, (iv) Amit Kumar Basistha, Anundoram Borooh Academy, Pathsala, 3. (i) Krishnabh Dutta Nandy, DPS, Dhaligaon, (ii) Prithvinil Das, Buds English School, Lanka 4. (i) Madhurjya Pratim Sarma, Srimanta Shankar Academy, Dispur, (ii) Maharshi Borah, Sonitpur Sishu Bikash Academy, Tezpur, 5. Pachatyia Bhaskar Bora, DPS, Duliajan, 6. (i) Monbikash Gayan, Christ Jyoti, Nagaon, (ii) Anshuman Saikia, Christ Jyoti, Nagaon, 7. (i) Kaustabh Kashyap, Christ Jyoti, Nagaon (ii) Chinmoy Hazarika, Pragya Academy, Jorhat.

#### **Candidates eligible for Award of Appreciation :**

1. (i) Bastav Tamuli, St. Teresa Eng Medium School, Barpeta, (ii) Ms. Ajissa Dibragede, Buds English School, (iii) Ms. Sabrin Faraha Ahmed, Buds English School, (iv) Iftika Alam, Buds English School, (v) Azida Muskan, Buds English School, (vi) Astha Devi, Buds English School, (vii) Kaushal Upadhay, Buds English School, (viii) Ritika Deb, Buds English School, (ix) Prerona Purkayastha, Buds English School, (x) Mrinmoy Shome, Buds English School, 2. (i) Supratik Chattopadhyay, DPS, Digboi, (ii) Sandipan Roy Choudhury, JNV, Pailapool, Cachar, (iii) Pradyumna Borphukan, Pragjyotika English School, Titabar, (iv) Plaban Pujari, Don Bosco HS School, Jorhat, (v) Ruchiraj Madhukalya, Buds English School, (vi) Deeply Paul, Buds English School, (vii) Rashmi Rekha Roy, Modern Gurukul English School, Goshai Colony, (viii) Deepika Chakraborty Modern Gurukul English School, Goshai Colony, (ix) Nazmul Islam, Asom Valley Academy, Lanka 3. (i) Ronit Kumar Ray, Bongaigaon HS School, Bongaigaon, (ii) Priyajit Paul, Pranabananda Holy Child High School, (iii) Krishnakshi Talukdar, St. John's HS School, Barama, Baksa (iv) Subhra Sankar Paul, Buds Eng Academy, (v) Raj Dey, Modern Gurukul English School, Goshai Colony, 4. (i) Priyanuj Hazarika, Don Bosco HS School, Jorhat, (ii) Raman Jain, St. Stephen's School, Guwahati, (iii) Reshab Choubey, Bud's English School, (iv) Nitesh Deb Roy, Modern Gurukul English School, Goshai Colony, (v) Aman Esh, Modern Gurukul English School, Goshai Colony, (vi) Deepmoy Singh, DPS, Duliajan, (vii) Ayush Sharma, Army Public School, Basistha, Guwahati, 4. (i) Subhadip Roy, Silchar Collegiate School, (ii) Sourav Nath, Public HS School, Silchar, (iii) KH Bansika Singha, Holy Cross School, Kabuganj (iv) Hemanga Swaraj Rajkhowa, Don Bosco HS School, Jorhat, (v) Sudarshan Boruah, Shrimanta Shankar Academy, Dispur, (vi) Yugam Jain, Don Bosco School, Panbazar, Guwahati, 5. (i) Bhargob Jyoti Gogoi, DPS, Duliajan, (ii) Mahak Jain, Bongaigaon HS School, Bongaigaon, (iii) Arin Ahmed, St. Stephen's School, Guwahati, (iv) Bhargav Pratim Nath, NPS International School, (v) Piyush Banik, Modern Gurukul English School, 6. (i) Nirjhar Nath, Holycross School,



Kabuganj, (ii) Md. Irfan Laskar, JNV, Pailapool, Cachar, (iii) Bhargav Pratim Bora, Gulaghat Jatiya Vidyalaya, (iv) Bivas Talukdar, NPS International School, Lokhra.

**Category : II**

**Rank Holders :**

1. Ananda Bhaduri, Sarala Birla Gyan Jyoti, Amingaon, 2. Parnavi Deka, Maria's Public School, 3. Aman Saikia, Delhi Public School, Duliajan, 4. Sanjiban Paul, Maharishi Vidya Mandir, Silchar, 5. Raunak Bhattacharjee, Rowlands Memorial High School.

**Candidates eligible for Award of Certificates of Merit :**

1. Amar Sinha, Delhi Public School, Duliajan, 2. (i) Yashvardhan Katiyar, Sarala Birla Gyan Jyoti, Amingaon, (ii) Apratim Laskar, Sarala Birla Gyan Jyoti, Amingaon, 3. Ashfaqur Rahman, Assam Techno School, 4. (i) Purab Maloo, Happy Child High School, (ii) Chandrima Chephali, Radhakrishnan Central Academy, (iii) Priti Rekha Bora, Radhakrishnan Central Academy, (iv) Sahil Rahman, Radhakrishnan Central Academy, (v) Raktima Patar, Radhakrishnan Central Academy, 5. (i) Niharika Bhuyan, Nalanda Public School, Nalbari, 6. (ii) Bikash Das, Nalanda Public School, Nalbari, 7. (i) Debaprita Roy, Faculty High School, (ii) Pushpanjalee Pandey, Happy Child High School, (iii) Mounabrata Ghosh, Don Bosco High School, (iv) Manisha Ladha, Radhakrishnan Central Academy, (v) Dimpy Lahoti, Radhakrishnan Central Academy, (vi) Jumoni Nath, Nalanda Public School, Nalbari, (vii) Yogesh Maskara, Nalanda Public School, Nalbari, 8. Tapash Pratim Baruah, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar.

**Candidates eligible for Award of Appreciation :**

1. (i) Sanchari Majumdar, Happy Child High School, (ii) Kukil Kanan Bharadwaj, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (iii) Himav Kalita, Nalanda Public School, Nalbari, 2. (i) Shristi Kashyap, Salt Brook School, (ii) Mriganka Jyoti Nath, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (iii) Nilim Nayan, Gautam Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (iv) Aslesha Borah, BVFC Model Higher Secondary School, (v) Himanjana Saikia, BVFC Model Higher Secondary School, 3. (i) Aneesh Dey, Don Bosco High School, (ii) Tiku Nath, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (iii) Animesh Rajbongshi, Nalanda Public School, Nalbari, (iv) Airis Dutta, BVFC Model HS School, (v) Jigyasha Konwar, BVFC Model HS School, 4. (i) Prayashi Kalita, Maria's Public School, (ii) Jatin Dhanuka, Happy Child High School, (iii) Dolce Leafy Shivam, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (iv) Jyotirmoy Krrish Deka, Nalanda Public School, (v) Renesaa Paul, BVFC Model HS School, (vi) Bornil Anubhab Neog, Sonari Jatiya Vidyalaya, 5. (i) Dipankar Raj Gogoi, Shankardev Shishu Niketan, Kaziranga, (ii) Vaibhav Sethia, Happy Child High School, (iii) Olivia Bora, Don Bosco HS School, Baghchung, Jorhat, (iv) Diksha Saikia, Don Bosco HS School, Baghchung, Jorhat, (v) Uddipta Bhaskar Sarma, Don Bosco HS School, Baghchung, Jorhat, (vi) Upasana Shivam, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (vii) Hiramoni Nath, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (viii) Dwiggiraj Shivam, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (ix) Violina Bezbaruah, Vidyanchal High School, Nalbari, 6. (i) Aklanta Borah, Pragjyotika English School, (ii) Kristina Kristi, Don Bosco HS School, Jorhat, (iii) Hiyashree Shivam, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (iv) Himashree Nath, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, 7. (i) Rojleena Pegu, Don Bosco HS School, Jorhat, (ii) Abiksha Bhuyan, Don Bosco HS School, Jorhat, (iii) Karishma Khound, Don Bosco HS School, Jorhat, (iv) Nibir Deka, Nalanda Public School, Nalbari, (vi) Risha Sarma, Nalanda Public School, Nalbari, 8. (i) Soumarjit Phukan, St. Joseph's High School, (ii) Bedobrata Saikia, Maria's Public School, (iii) Abhishek Bora, Don Bosco HS School, Baghchung,

(iv) Biborson Dutta, Don Bosco HS School, Baghchung, (v) Sazzadur Rahman, Jatiya Bidyalaya, Sipajhar, (vi) Puja Deka, Radhakrishnan Central Academy, (vii) Pritam Basistha, Nalanda Public School, Nalbari, (viii) Fardin Mustaque, Nalanda Public School, Nalbari, (ix) Krittika Mech, Basundhara Jatiya Vidyalaya, 9. (i) Nobi Rajkhowa, Shankardev Shishu Niketan, Kaziranga, (ii) Jyotishman Kalita, Shankardev Shishu Niketan, Kaziranga (iii) Asish Upadhyaya, Shankardev Shishu Niketan, Kaziranga, (iv) Arnab Ghosh, Don Bosco High School, (v) Animesh Borah, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (vi) Dhyanjyoti Sarma, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (vii) Mahmuda Farjia, Jatiya Vidyalaya, Sipajhar, (viii) Sneha Paul, Modern Gurukul English School, Lanka, (ix) Ayush Kwas, Buds English School, Lanka, (x) Eshita Dey, Modern Gurukul English School, Lanka.

### **Category : I**

#### **Rank Holders :**

1. Abhigyan Hazarika, Don Bosco High School, Tezpur, 2. Hardik Abhinandan Haloi, Don Bosco School, Guwahati D, 3. Dikshita Sima Deba, Radhakrishnan Central Academy, Morigaon, 4. Jagriti Kalita, Radhakrishnan Central Academy, Morigaon, 5. Juhi Roy, Chapar Academy, Chapar.

#### **Candidates eligible for Award of Certificates of Merit :**

1. Farhina Begum, 2343 No. Ratnapat LP School, Chapar, 2. Laxmishree Bora, Radhakrishnan Central Academy, Morigaon, 3. Pratyasha Bordoloi, Vivekananda Kendra Vidyalaya, Golaghat, 4. (i) Bidiya Rani, Buds English High School, Lanka, (ii) Jyotismita Deka, SERS Public School, Rangia, 5. (i) Aditi Chakraborty, Salt Brook School, Dibrugarh, (ii) Bhailina Devi, Radhakrishnan Central Academy, Morigaon, 6. (i) Iqbal Hussain Mullah, St. Teresa's Eng. Med. School, Dudhnoi, (ii) Meichang Aparupa, Buds English School, Lanka, 7. (i) Tanmoy Debnath, Don Bosco High School, Lumding, (ii) Ashif Izaz Islam, SERS Public School, Rangia, 8. (i) Kongkona Narah, Saint Francis De Sales School, Dhemaji, (ii) Alfi Rahman, SERS Public School, Rangia, 9. (i) Nabin Ghosh, Don Bosco High School, Lumding, (ii) Angelina Gogoi, The East Indian School, Biswanath Chariali,

#### **Candidates eligible for Award of Certificates of Appreciation**

1. (i) Adrity Roy, St. Xavier's School, Biswanath Chariali, (ii) Snehapriyam Borgohain, Mother's Pride School, Dhemaji, 2. (i) Tanisha Bora, Brahmaputra Jatiya Vidyalaya, Guwahati, (ii) Bibek Bordoloi, Don Bosco HS School, Jorhat, (iii) Rudraksh Banerjee, Don Bosco High School, Tezpur, 3. (i) Twinkle Borgohain, Mother's Pride School, Dhemaji, (ii) Ariz Zaman, DPS, Duliajan, (iii) Nirangkush Kallol Parashar, Sarala Birla Gyan Jyoti, Amingaon, Ghy B, (iv) Rajneekh Kashyap, Down Town Public School, Guwahati E, (v) Ayush Mandal, Buds English School, Lanka, 4. (i) Garima Borah, St. Xavier's School, Biswanath Chariali, (ii) Namrata Tamuly, Vivekananda Kendra Vidyalaya, Dhemaji, (iii) Jimi Mili, S.F.S. School, Dhemaji, (iv) Rajmahishree Konwar, DPS, Duliajan, (v) Vasundhara Paul, Budding Buds Sr. Sec. School, Tinsukia, 5. (i) Pinjan Kashyap, The East Indian School, Biswanath Chariali, (ii) Abhinab Pegu, Don Bosco HS School, Baghchung, (iii) Ayotree Bharadwaj, Don Bosco HS School, Baghchung, (iv) Swastika Choudhury, St. Mary's High School, N. Lakhimpur, (v) Ananya Neog, St. Mary's High School, N. Lakhimpur, (vi) Tamanna Nazmin, St. Xavier's School, Biswanath Chariali, 6. (i) Wasima Akhtar, Kendriya Vidyalaya, Barpeta, (ii) Bhargav Kalita, Brahmaputra Jatiya Vidyalaya, Guwahati E, (iii) Rishi Raj Bordoloi, Don Bosco HS School, Baghchung, Jorhat, (iv) Sashwat

Shreyyam, Don Bosco HS School, Baghchung, Jorhat, (v) Tonmoy Kashyap Dutta Don Bosco HS School, Baghchung, Jorhat, (vi) Manash Chetry, St. Mary's High School, N. Lakhimpur, 7. (i) Roushan Zamir, St. Teresa's Eng. Med. School, Barpeta, (ii) Shruti Deka Little Star School, Biswanath Chariali, (iii) Arunabh Baruah, St. Xavier's School, Biswanath Chariali, (iv) Yuvaraj Gogi, Vivekananda Kendra Vidyalaya, Dhemaji, (v) Anjelina Buragohain, Mother's Public School, Dhemaji, (vi) Swapna Pegu, S.F.S. School, Dhemaji, (vii) Master Vihar Saharis, Brahmaputra Jatiya Vidyalaya, Guwahati E, (viii) Abhilasha Mondal, South Point School, Guwahati G, (ix) Trishna Borah, St. Mary's High School, N. Lakhimpur, 8. (i) Hementa Pokhrel, St. Xavier's School, Biswanath Chariali, (ii) Anuva Saikia, Maria's Public School, Ghy, (iii) Adhrit Kaundilya, St. Mary's High School, North Lakhimpur, (iv) Hiyashree Phukan, Angelica Academy, Guwahati, (v) Md. Mukhtadirul Islam, SERS Public School, Rangia, (vi) Aviraaj Dutta, Don Bosco HS School, Baghchung, (vii) Lupamudra Gogoi Pragjyotika English School, Jorhat, (viii) Udita Basak, St. Teresa's English Med. School, Barpeta, (ix) Anirban Sarkar, Don Bosco High School, Lumding, (x) Barnil Bora, The East Indian School, Biswanath Chariali.

### Mathematics Olympiad Result : 2020 Organised by AAM

#### **Rank Holders:**

1. Sunaina Pati, Sarala Birla Gyan Jyoti, Amingaon; 2. Madhurjya Pratim Sarma, Shrimanta Shankar Academy, Guwahati; 3. Kaushika Das, Little Flower English High School, Bongaigaon; 4. Parag Kumar Das, Ambikagiri Jatiya Vidyalaya, Abhayapuri; 5. Amit Kumar Basistha, Anundoram Borooah Academy, Pathsala; 6. Daivik Dev, Don Bosco H.S. School, Silchar.

#### **Candidates eligible for Certificate of Merit:**

1. Sanjiban Paul, Maharishi Vidya Mandir, Silchar; 2. Swarnav Kalita, Delhi Public School, Dhaligaon; 3. Supratik Chattopadhyay, Delhi Public School, Digboi; 4. Thejas Radhika Sajith, Kendriya Vidyalaya, IIT Guwahati; 5. Shiv Prasad Das, Delhi Public School, Digboi; 6. Miles K Kumar, Bongaigaon Higher Secondary School (Eng. Med.), Bongaigaon.

#### **Candidates eligible for Certificate of Appreciation:**

1. Vinit Shah, The Little Stars Senior Secondary School, Digboi; 2. Nabanshu Neer Gogoi, Delhi Public School, Numaligarh; 3. Nirjhar Nath, Ramanuj Gupta Junior College, Cachar; 4. Sagar Sharma; Bongaigaon Higher Secondary School English Medium, Bongaigaon; 5. Airban Bora, Pragjyotika English School, Titabar; 6. Parnavi Deka, Maria's Public School, Guwahati; 7. Armin Begum, Emmanuel Chritian High School, Tezpur; 8. Manthan Kashyap Datta, Delhi Public School, Guwahati; 9. Isfakul Hussain, Arunodoi Academy, Amguri; 10. Annika Bhattacharjee, Holy Cross HS School, Cachar; 11. Upasana Sharma, Biswanath Jnan Bharati School, Biswanath Chariali; 12. Adrish Bora, Golaghat Jatiya Vidyalaya, Hamdoi Pathar, Golaghat; 13. Dhritiman Sawarni, Don Bosco High Cchool, Tezpur; 14. Ankush Mazumder, Silchar Collegiate School, Silchar; 15. Muhsin Ahmed Barlaskar, Sainik School Goalpara, Goalpara; 16. Kaustabh Prasad Saikia, Maharishi Vidya Mandir, Tangla; 17. Jagotjyoti Dutta St. Capitanio Senior Secondary School, Cachar.

## *Mathematical Talent Search Corner*

### List of Subratananda Dowerah Gold Medal Awardees from 1989 to 2020

**1989** Feroj Alam Choudhury, Cotton College; **1990** Anupam Saika, Cotton College; **1991** Anupam Saikia, Cotton College; **1992** Chayan Choudhury, G. C. College; **1993** Uddipta Dutta Bordoloi, K.V. Namrup; **1994** Rakesh Aurora, K.V. Namrup; **1995** Protyaya Bhattacharya, Tezpur; **1996** Anupam Dutta Cotton College; **1997** Neeraj Kayal, Cotton College; **1998** Neeraj Kayal, Cotton College; **1999** Manash Jyoti Sarma, K.V. Namrup; **2000** Manash Jyoti Sarma, K.V. Namrup; **2001** Sauptik Dhar, Ramanuj Gupta Jr. Science College, Silchar; **2002** Avik Kr. Das K.V. BRPL, Bongaigaon; **2003** Avik Kr. Das K.V. BRPL, Bongaigaon; **2004** Deepjyoti Deka, K.V. Khanapara; **2005** Partha Pratim Mishra, K.V. Khanapara; **2006** Siddharth Sankar Bora; **2007** Manjil Pratim Saikia, Darrang College; **2008** Padma Bhushan Bora, N. Lakhimpur College; **2009** Rajat Sinha, Cotton College; **2010** Mahendra Mohan Das, Cotton College; **2011** Bubumoni Kalita, Bajali College; **2012** Soumya Deep Purakayastha, Ramanuj Gupta Jr. College, Silchar; **2013** Sumit Paul, Public Uchcharat Madhyamik School, Lanka; **2014** Lakshya Jyoti Bora, Ramanuj Jr. College, Nagaon; **2015** Gauranga Kr Baishya, Shrimanta Shankar Acadey, Guwahati; **2016** Pradipta Parag Bora, D P S, Guwahati; **2017** Pratyasha Kalita, Sibsagar College; **2018** Ayan Nath, K.V. Tezpur; **2019** Ayan Nath, K.V. Tezpur; **2020** Sunaina Pati, Sarla Birla Gyan Jyoti.

### AAM Centres and Coodinators for Mathematics Olympiads and Mathletics

**1. Baihata Chariali** : Bipul Sarma; **2. Barpeta** : Late Dr. Arabinda dev Mishra, Dal Pathak, Brojen Das; **3. Biswanath Chariali** : Dr. Arun Chaliha; **4. Boko** : Dr. Dipankar Sarma; **5. Bokakhat** : Dr. Surajit Dutta; **6. Bongaigaon** : Manabendra Das, Birabrata Das Choudhury, Chumi Ray; **7. Chapar** : Arun Kangsa Banik, Kiran Ray; **8. Dhakuakhana** : Tabendra Das; **9. Dhemaji** : Dr. Budhin Baruah, Abhijit Koch; **10. Dhubri** : Dr. Prabin Das, Tilak Chandra Das; **11. Dibrugarh** : Priya Deb Goswami; **12. Digboi** : Jayanta Bordoloi, Binoy Sarkar, Dr. Jatindra Lahkar; **13. Dudhnoi** : Amrit Kalita, Dr. Bidyut Kalita; **14. Duliajan** : Dr. Dip Saikia, H.K. Bora; **15. Golaghat** : Biman Goswami; **16. Guwahati-A** : Ghanashyam Medhi, Geetanjali Devi; **17. Guwahati-B** : Dr. Kuntala Patra, Dr. Debashish Bhattacharjee; **18. Guwahati-C** : Achyut Sarma; **19. Guwahati-D** : Manika Goswami, Principal MVM Silpukhuri, Manabendra Bhagawati, Dr. Ashish Paul; **20. Guwahati-E** : Bhabesh Mahanta; **21. Guwahati-F** : Mangal Saha; **22. Guwahati-G** : Dr. Biren Das; **23. Hajo** : Rajiv Das; **24. Jagiroad** : Dr. Ananda Ram Burahagoain; **25. Jorhat** : Mr. Shankar Das, Dr. Raphel Saikia, Dr. Chandra Chutia; **26. Karimganj** : Dr. N.C. Das; **27. Kokrajhar** : Dr. Sibub Basak; **28. Lanka** : Bidyut Saikia;

**29. Lumding :** Ranjan Choudhury, Shio Kumar Jha; **30. Mangaldai :** Prafulla Bora, Dimbeswar Kalita; **31. Morigaon :** Ranjit Kumar Kalita; **32. Mirza :** Deben Sarma; **33. Nagaon :** Dr. Dibyajyoti Mahanta, Dr. Ajanta Choudhury, Raj Kumar, Dikshita Bora, Padmeswar Senapati; **34. Nalbari :** Santa Ram Kakati, Dr. Dwiraj Talukdar, Diganta Sarma, Dr. Pramod Baishya, Dr. Dhiren Rajbonshi; **35. Namrup :** Aftab Ali; **36. N. Lakhimpur :** Dr. Bubul Saikia, Dibyajyoti Gogoi; **37. Pathsala :** Murari Mohan Dutta, Akash Ali; **38. Rangia :** Gita Kakati, Dr. Parth P Mahanta; **39. Sapekhati :** Jaydeep Kar; **40. Silchar :** Dr. Raju Phukan, Dr. Debashish Sarma; **41. Sibsagar :** Dr. Prafulla Kalita, Dr. Rupam Kr. Gogoi; **42. Sualkuchi :** Tirtha Nath Sarma, **43. Teok :** U Baruah; **44. Tezpur :** Dr. Ramcharan Deka; **45. Tinsukia :** Mahendra Barthakur, Bhadreswar Choudhury, Dr. Deepika Bhattacharya.

### Centres which donot exist now

**1. Gargaon :** Mrs. Milan Bhuyan; **2. Narayanpur :** Kamal Bora; **3. Diphu :** Mr. Ghanakata Barman; **4. Goalpara :** Dr. Abul Masum, Pradip Seal; **5. Haflong :** Mr. M.B. Dey; **6. Hojai :** Mr. B.K. Saha; **7. Jamugurihat :** Mr. Arun Sarma.

### মস্তিষ্ক মন্ত্ৰন

(এই শিতানটো নৱম, দশম, একাদশ আৰু দ্বাদশ শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক উদ্দেশ্য কৰি যুগুত কৰা হৈছে। অৱশ্যে আন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলেও চেষ্টা কৰিব পাৰে। উত্তৰ গণিত বিকাশৰ অহা সংখ্যাত দিয়া হ'ব। শিতানটো প্ৰস্তুত কৰিছে গণিত বিকাশৰ সম্পাদকে।)

- এটা ফ্লাকত থকা 8 গিলাচ চৰবৎ দুজনৰ মাজত সমানে ভগাব লাগে যদি দুটা খালী বাচন থাকে যাৰ ধাৰণ ক্ষমতা ক্ৰমে 5 গিলাচ আৰু 3 গিলাচ।
- দুটা গিলাচৰ আধা পৰ্যন্ত এটাত মদ আৰু আনটোত পানী ভৰোৱা আছে। এতিয়া মদৰ গিলাচৰ পৰা এচামুচ মদ পানীৰ গিলাচত মিহলোৱা হ'ল। এইবাৰ মদ মিহলি পানীৰ গিলাচৰ মিশ্ৰণটোৰ পৰা এচামুচ আনি মদৰ গিলাচত মিহলোৱা হ'ল। এতিয়া পানীৰ গিলাচত মদৰ পৰিমাণ আৰু মদৰ গিলাচত পানীৰ পৰিমাণ, কোনটো অধিক?
- 417 আৰু a1b c d ৰ পূৰণফল 9 e f g 0 5 7 হ'লে, a, b, c, d, e, f, g নিৰ্ণয় কৰা।
- চাৰি অংকীয়া সংখ্যা c 8 b a, 1287ৰে বিভাজ্য হ'লে, a, b, c কিমান?
- পাঁচ অংকীয়া সংখ্যা 4 a 1 8 b সংখ্যাটো 101 ৰে বিভাজ্য হ'লে a, b ৰ মান কিমান?
- যদি 70 a b 34 c সাত অংকীয়া সংখ্যাটো 7 9 2 ৰে বিভাজ্য হয় তেন্তে a, b, c ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

### যোৱা সংখ্যা মস্তিষ্ক মন্ত্ৰনৰ উত্তৰসমূহ

- (1) 12 খন গাড়ী। (2) 105। (3) 4 সপ্তাহ। (4)  $\sqrt[4]{7}$ ,  $\sqrt[5]{5}$ ,  $\sqrt[3]{3}$  আৰু  $\sqrt[2]{2}$  10 তকৈ ডাঙৰ। (5) 4 (6) 172  
 (7) 0 (8) নুপুৰে মিছা কৈছে অৰ্থাৎ নুপুৰে লুকুৱাই থৈছে। (9) শুদ্ধ সমীকৰণটো হ'ব  $I = III - II$   
 সমান চিনৰ ন ডাল কাঠি আনি বিয়োগ চিনত মিলাই দিয়া হৈছে। (10) শুদ্ধ সমীকৰণটো হ'ব  
 $X + I = XI$  প্ৰথম পদৰ ঠিয়কৈ থকা কাঠি ডাল সমান চিনৰ সোফালে থকা কাঠি দুডালৰ সোফালে  
 নি ঠিয়কৈ ৰখা হ'ল।



## অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ ভিতৰ চ'ৰা : সাংগঠনিক বা-বাতৰি

### ২০১৮-১৯ বৰ্ষৰ কাম-কাজৰ চমু আলোকপাত

এতিয়া সাৰ্বজন স্বীকৃত প্ৰমেয় হ'ল যে— গণিত সভ্যতাৰ ৰাজহাড়। গণিতৰ প্ৰগতি আৰু চৰ্চা অবিহনে সভ্যতাৰ প্ৰগতি অসম্ভৱ। সেয়ে আমি ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱসটো অসমৰ সকলো বিদ্যালয়, মহাবিদ্যালয়ত উদ্‌যাপন কৰি গণিত বিষয়টো জনপ্ৰিয় কৰিব বিচাৰিছোঁ। লগতে বিদ্যালয়সমূহত গণিত সংঘ গঠন কৰি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত গণিতৰ ভীতি আঁতৰ কৰি গণিত প্ৰীতি সৃষ্টি কৰিবলৈ সকলোকে আহ্বান জনাইছোঁ। যোৱা ৩৪ বছৰে অসমত গণিত শিক্ষাৰ প্ৰচাৰ, প্ৰসাৰ, মেধাৰ অন্বেষণ আৰু গণিত জনপ্ৰিয় কৰণৰ বাবে অসম গণিত শিক্ষায়তনে বিভিন্ন ধৰণৰ কাৰ্যসূচী গ্ৰহণ কৰি আহিছে। তাৰ ভিতৰত বক্তৃতানুষ্ঠান, ৰচনা প্ৰতিযোগীতা, কুইজ প্ৰতিযোগীতা, প্ৰদৰ্শনী আৰু গণিত অলিম্পিয়াড পৰীক্ষা ইত্যাদি। এই কাৰ্যসূচী সমূহৰ সফল ৰূপায়ণৰ বাবে আমি অসম চৰকাৰৰ উচ্চ শিক্ষা সঞ্চালকৰ প্ৰতি বিশেষকৈ কৃতজ্ঞতাপূৰ্ণ ধন্যবাদ জ্ঞাপন কৰিছোঁ। তাৰ ওপৰিও অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ সন্মানীয় সদস্য সকল, ছাত্ৰ-ছাত্ৰী, শিক্ষক, অভিভাৱক আৰু সমূহ গণিতপ্ৰেমি ৰাইজৰ সহায়-সহযোগৰ বাবে আমি আন্তৰিক কৃতজ্ঞতা বিনম্ৰতাৰে স্বীকাৰ কৰিছোঁ। সভা-সমিতি আৰু অলিম্পিয়াডৰ পৰীক্ষা সমূহ অনুস্থিত কৰিবলৈ অনুমতি প্ৰদান কৰা অসমৰ বিভিন্ন শিক্ষানুস্থানৰ মূৰব্বী সকললৈ শিক্ষায়তনৰ তৰফৰ পৰা আন্তৰিক কৃতজ্ঞতা জনাইছোঁ। আমাৰ কাৰ্যকালত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ কাৰ্যসূচী সমূহ আছিল—

- ১। যোৱা ২৬/০৫/২০১৯ তাৰিখে অসমৰ ৪৪ কেন্দ্ৰত গণিত অলিম্পিয়াড অনুস্থিত কৰা হয়। মুঠতে ২৯০০ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে এই পৰীক্ষাত অংশগ্ৰহণ কৰে। যোৱা ১৯/০৯/২০১৯ তাৰিখে এই পৰীক্ষাৰ ফলাফল ঘোষণা কৰা হয়। তেজপুৰ কেন্দ্ৰীয় বিদ্যালয়ৰ শ্ৰী অয়ন নাথে এই পৰীক্ষাৰ Category-IIIৰ পৰা শ্ৰেষ্ঠ স্থান লাভ কৰি সুব্ৰতানন্দ দুৱৰা সোণৰ পদক লাভ কৰে।
- ২। যোৱা মাৰ্চ মাহত অসম চৰকাৰৰ উচ্চ শিক্ষা সঞ্চালকৰ পৰা বিভিন্ন শৈক্ষিক কামৰ বাবে ৪ (চাৰি) লাখ টকাৰ অনুদান লাভ কৰা হয়।
- ৩। যোৱা ১২/০৬/২০১৯ তাৰিখে ছিপাবাৰ জাতীয় বিদ্যালয়ত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ দৰং জিলা শাখাৰ উদ্যোগত এটা গণিত অলিম্পিয়াডৰ প্ৰশিক্ষণ অনুস্থিত কৰা হয়। এই প্ৰশিক্ষণত সমল ব্যক্তি হিচাবে ড° প্ৰবীণ দাস, শ্ৰীমনোজ কুমাৰ শৰ্মা আৰু ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মাই অংশগ্ৰহণ কৰে। প্ৰায় ২০০ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে এই প্ৰশিক্ষণত উপস্থিত থাকে।
- ৪। অসম মাধ্যমিক শিক্ষা পৰিষদৰ অধীনত যোৱা ১৫/০৭/২০১৯ তাৰিখৰ পৰা ১৯/০৭/২০১৯ তাৰিখলৈ এটা শিক্ষক প্ৰশিক্ষণ অনুস্থিত হয়। এই প্ৰশিক্ষণৰ দায়িত্ব অসম গণিত শিক্ষায়তনক দিয়া হয়। এই কাৰ্যসূচীত ৩২ জন শিক্ষকে অংশগ্ৰহণ কৰে। সমল ব্যক্তি হিচাবে অংশগ্ৰহণ কৰে শ্ৰীবীৰব্ৰত দাস চৌধুৰী, ড° প্ৰবীণ

দাস, ড° বামচন্দ্র ডেকা, বিশ্বজিৎ চক্রবর্তী, ড° নিত্যজ্যোতি কলিতা, শ্রীমনোজ কুমাৰ শৰ্মা, ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা, শ্রীনিৱজিৎ তালুকদাৰ আৰু ড° তাজউদ্দিন আহমেদ। উল্লেখযোগ্য যে ১৫/০৭/২০১৯ তাৰিখৰ পৰা ১৯/০৭/২০১৯ লৈ আমি শিক্ষক প্ৰশিক্ষণত ব্যস্ত থকাৰ বাবে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ প্ৰতিষ্ঠা দিৱস (১৮/০৭/২০১৯) পালন কৰিব পৰা নগ'ল তাৰ বাবে আমি দুখিতঃ। তথাপিও শিক্ষকসকলৰ মাজত প্ৰতিষ্ঠা দিৱসৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হয়।

- ৫। যোৱা ৪/৮/২০১৯ তাৰিখে নগাওঁ মহাবিদ্যালয়ত এখন জিলা ভিত্তিক Mathematics Exhibition অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ নগাওঁ জিলা শাখাৰ উদ্যোগত অনুস্থিত হয়। এই কাৰ্য্যসূচীত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ সভাপতি ড° বাম চন্দ্ৰ ডেকা, বিপুল খাউণ্ড আৰু ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা উপস্থিত থাকে। প্ৰতিযোগীতাত ৩৩টা দলে অংশগ্ৰহণ কৰে।
- ৬। যোৱা ১৮/৮/২০১৯ তাৰিখে যোৰহাট জিলাত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ এটা শাখা গঠন কৰা হয়। JIST ৰ গণিত বিভাগৰ মুৰব্বী অধ্যাপক ড° বাফেল কুমাৰ শইকীয়াদেৱক সভাপতি আৰু শ্ৰী কাকলি বৰঠাকুৰক সম্পাদক হিচাবে লৈ এখন জিলা কমিটি গঠন কৰি দিয়া হয়।
- ৭। যোৱা ২৪/৮/২০১৯ তাৰিখে গুৱাহাটীৰ T. C. Govt. Girls HS and M.P. School ত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ ৩৩ তম Annual Congress অনুস্থিত কৰা হয়। এই সভাত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ প্ৰতিষ্ঠা কালৰ ৫ গৰাকী জ্যেষ্ঠ শিক্ষকক সম্বৰ্দ্ধনা জ্ঞাপনৰ ব্যৱস্থা কৰা হয়। প্ৰতিস্থাপক সভাপতি ড° বুদ্ধপ্ৰসাদ চেতিয়া, প্ৰতিস্থাপক সম্পাদক ড° তাৰকেশ্বৰ চৌধুৰী, ড° বিশ্বজিত ভাগবতী, ড° নন্দৰাম দাস আৰু শ্ৰীপদ্ম তামুলী দেৱক এই সভাত সম্বৰ্দ্ধনা জ্ঞাপন কৰা হয়। ব্যক্তিগত অসুবিধাৰ বাবে ড° বুদ্ধপ্ৰসাদ চেতিয়া ড° নন্দৰাম দাস আৰু পদ্ম তামুলীদেৱ উপস্থিত হ'ব নোৱাৰিলে। তেখেতসকলক ঘৰত গৈ সম্বৰ্দ্ধনা জ্ঞাপন কৰা হয়। এই সভাত স্নাতক পৰীক্ষাত শ্ৰেষ্ঠ স্থান লাভ কৰা কবিৰ বাঢ়ৈ আৰু বিদ্যাপ শৰ্মাক হৰিপ্ৰসাদ শইকীয়া সোঁৱৰণী বাঁটা প্ৰদান কৰা হয়। উচ্চতৰ মাধ্যমিক শেষান্ত পৰীক্ষাত গণিত বিষয়ত সৰ্ব্বোচ্চ নম্বৰ লাভ কৰা শ্ৰী মতী অনিন্দিতা নাথক হৰিৰাম দত্ত সোঁৱৰণী সোণৰ পদক প্ৰদান কৰা হয়।
- ৮। ২৫/৮/২০১৯ তাৰিখে শিৱসাগৰ জিলাত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ এটা শাখা গঠন কৰা হয়। শ্ৰীপ্ৰণৱ বৰুৱাদেৱক সভাপতি আৰু শ্ৰী জিতেন হাজৰিকাদেৱক সম্পাদক হিচাবে লৈ জিলা সমিতিখন গঠন কৰা হয়।
- ৯। যোৱা ৯/৯/২০১৯ তাৰিখে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ শোণিতপুৰ আৰু কাচাৰ জিলাত শাখা গঠন কৰা হয়। দৰং মহাবিদ্যালয়ত অনুস্থিত সভাত ড° প্ৰবীন দাস আৰু ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মাই অংশগ্ৰহণ কৰে। ড° বামচৰণ ডেকাদেৱক সভাপতি আৰু শ্ৰী অনামিকা গগৈক সম্পাদক হিচাবে নিৰ্বাচিত কৰা হয়।
- ১০। আনহাতে সেইদিনাই শিলচৰৰ গুৰুচৰণ কলেজত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ কাচাৰ জিলা শাখা গঠন কৰা হয়। সভাত ড° বিপ্লৱ চৌধুৰীদেৱক সভাপতি আৰু ড° দেৱাশিষ শৰ্মাক সম্পাদক হিচাবে লৈ এখন জিলা সমিতি গঠন কৰা হয়।
- ১১। যোৱা ৩/১০/২০১৯ তাৰিখে ড° দিলীপ কুমাৰ দত্তৰ স্মৃতিচাৰণ সভা অসম সাহিত্য সভা আৰু অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ উদ্যোগত অসম সাহিত্য সভাৰ গুৱাহাটীৰ ভগৱতী প্ৰসাদ বৰুৱা ভৱনৰ ৰাধাগোবিন্দ বৰুৱা সভাগৃহত অনুস্থিত কৰা হয়। অসম সাহিত্য সভাৰ সভাপতি ড° পৰমানন্দ ৰাজবংশীদেৱে সভাপতিত্বত অনুস্থিত কৰা সভাখনত গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ প্ৰাক্তন পঞ্জীয়ক শ্ৰীমহেশ ভূঞা, কটন কলেজৰ গণিত বিভাগৰ প্ৰাক্তন মুৰব্বী অধ্যাপক ড° তাৰকেশ্বৰ চৌধুৰী আৰু বহুকেইগৰাকী বিশিষ্ট শিক্ষাবিদ উপস্থিত থাকে। তাৰ উপৰিও প্ৰয়াত ড° দত্তদেৱ পৰিয়ালৰ বহু কেইগৰাকী ব্যক্তি উপস্থিত থাকে।

- ১২। যোৱা ২০/১০/২০১৯ তাৰিখে RMOৰ পৰীক্ষা গুৱাহাটী, ডিব্ৰুগড়, শিলচৰ আৰু তেজপুৰত অনুস্থিত কৰা হয়। এই পৰীক্ষাত ২৮৯ জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অংশগ্ৰহণ কৰে।
- ১৩। যোৱা ৩/১১/২০১৯ তাৰিখে গুৱাহাটীৰ আৰ্য্যবিদ্যাপিঠ মহাবিদ্যালয়ত এখন EC Meeting অনুস্থিত কৰা হয়।
- ১৪। অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ দৰং জিলা শাখাৰ সহযোগত যোৱা ২৯/১১/২০১৯ তাৰিখে শান্তিৰাম দাস স্মাৰক বক্তৃতা অনুস্থিত কৰা হয়। দৰং জিলাৰ পশ্চিম বঙামাটি উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত অনুস্থিত এই অনুষ্ঠানত বক্তৃতা প্ৰদান কৰে গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ অধ্যাপিকা ড° চন্দ্ৰৰেখা মহন্তবাইদেৱে। সভাত দৰং জিলাৰ বিভিন্ন বিদ্যালয়ৰ প্ৰায় ২০০ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অংশগ্ৰহণ কৰে।
- ১৫। যোৱা ১২/১১/২০১৯ তাৰিখে বৰনগৰ মহাবিদ্যালয়ত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ বৰপেটা জিলা শাখা গঠন কৰা হয়। বৰনগৰ মহাবিদ্যালয়ৰ অধ্যক্ষ ড° বীৰেন কুমাৰ চক্ৰৱৰ্তীদেৱক সভাপতি আৰু শ্ৰীদুলাল দাসক সম্পাদক হিচাবে লৈ এখন জিলা কমিটি গঠন কৰা হয়।
- ১৬। যোৱা ৪/১২/২০১৯ তাৰিখে উত্তৰ লক্ষীমপুৰৰ L.T.K. কলেজত আগন্তুক ৩৪তম দ্বিবাৰ্ষিক অধিবেশৰ সম্পৰ্কে আলোচনাৰ বাবে এখন ৰাজহুৱা সভা অনুস্থিত হয়। সভাত সভাপতিত্ব কৰে বিশিষ্ট শিক্ষাবিদ ড° মুকুন্দ ৰাজবংশীদেৱে। সভাত এখন অভ্যৰ্থনা সমিতি গঠন কৰা হয়। অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ প্ৰাক্তন সভাপতি ড° প্ৰবীন দাস আৰু প্ৰাক্তন সাধাৰণ সম্পাদক শ্ৰীবীৰব্ৰত দাস চৌধুৰী আৰু সাধাৰণ সম্পাদক উপস্থিত থাকে।
- ১৭। বি. বৰুৱা মহাবিদ্যালয় আৰু USTMৰ সহযোগত ২২/১২/২০১৯ তাৰিখে গুৱাহাটীৰ বি. বৰুৱা মহাবিদ্যালয়ত ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিবস উদ্‌যাপন কৰা হয়। এই সভাত বিশিষ্ট শিক্ষাবিদ ড° কমলেন্দুদেৱ ক্ৰোৱিদিৱক সম্বৰ্দ্ধনা জ্ঞাপন কৰা হয়।
- ১৮। যোৱা ৪, ৫ আৰু ৬ জানুৱাৰী ২০২০ তাৰিখে Homi Bhaba Centre for Science Education ৰ বিত্তীয় সাহায্যত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ কাৰ্য্যসূচীত অসমৰ বিভিন্ন জিলাৰ ২৭ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অংশগ্ৰহণ কৰে। সমল ব্যক্তি হিচাবে উপস্থিত থাকে Prof. M. B. Rege (NEHU), Mr. Pankaj Agarwala (Delhi), Dr. Anupam Saikia (IITG) and Dr. Debasish Sharma (G. C. College)।
- ১৯। যোৱা ১২/১/২০২০ তাৰিখে বাইহাটা চাৰিআলিৰ Getway Academyত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ কামৰূপ (গ্ৰাম্য) জিলাৰ এটা শাখা গঠন কৰা হয়। ড° নূপেন তালুকদাৰদেৱক সভাপতি আৰু ড° ললিতিকা কলিতাক সাধাৰণ সম্পাদক হিচাবে লৈ এখন কমিটি গঠন কৰা হয়।
- ২০। যোৱা ১৯/১/২০২০ তাৰিখে গোলাঘাটত গণিতমেলা অনুষ্ঠিত হয়। সভাত সাধাৰণ সম্পাদক ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা উপস্থিত থাকে। এই উপলক্ষে অনুস্থিত কৰ্মশালাত শ্ৰীবীৰব্ৰত দাস চৌধুৰীদেৱে সমল ব্যক্তি হিচাবে যোগদান কৰে।
- ২১। যোৱা ২/২/২০২০ তাৰিখে USTM আৰু B. Baruah Collegeৰ সহযোগত ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিবসীয় বক্তৃতা অনুস্থিত কৰা হয়। তেজপুৰ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ অধ্যাপক ড° নয়নদীপ ডেকা বৰুৱাদেৱে এই বক্তৃতা প্ৰদান কৰে। অসমৰ চাৰিগৰাকী বিশিষ্ট গণিত শিক্ষক ক্ৰমে ড° গুণিন্দ্ৰ চন্দ্ৰ শৰ্মা (অসম বিশ্ববিদ্যালয়), ড° বিজয় কৃষ্ণদেৱ শৰ্মা (উত্তৰ পূব পাৰ্বত্য বিশ্ববিদ্যালয়) ড° উপেন্দ্ৰ নাথ দাস (গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়) আৰু ড° উপেন্দ্ৰ নাথ মিশ্ৰদেৱ (গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়)ক এই সভাত সম্বৰ্দ্ধনা জ্ঞাপন কৰা হয়। আৰু ২০১৯ চনৰ গণিত অলিম্পিয়াডৰ বঁটা সমূহ প্ৰদান কৰা হয়।



- ২২। যোৱা ২৮/২/২০২০ তাৰিখে ডিব্ৰুগড় BCPL Administrative Building (Brahmaputra Cracker and Polymer Limited)ত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ ডিব্ৰুগড় জিলা শাখা গঠন কৰা হয়। ডিব্ৰুগড় বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিত বিভাগৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত মুৰব্বী অধ্যাপক ড° গোপাল চন্দ্ৰ হাজৰিকাদেৱক সভাপতি আৰু BCPL অভিযন্তা ড° প্ৰাঞ্জল ফুকনদেৱক সাধাৰণ সম্পাদক হিচাপে হৈ অখন ১৬ জনীয়া কমিটি গঠন কৰা হয়।
- ২৩। অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ আৰু Mathematics Teachers Association (India) ৰ যুটীয়া উদ্যোগত দৰং মহাবিদ্যালয়ত আন্তৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিবস ১৪/৩/২০২০ তাৰিখে অনুষ্ঠিত কৰিবলৈ লোৱা হৈছে। এই কাৰ্যসূচীত গণিত, কুইজ গণিতৰ প্ৰদৰ্শনী প্ৰতিযোগিতা আৰু এটা বক্তৃতা অনুষ্ঠিত কৰা হয়।

স্বাক্ষৰ

ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা

সাধাৰণ সম্পাদক

### অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ বিভিন্ন শাখাৰ প্ৰতিবেদন

#### গোলাঘাট শাখা :

অসম গণিত শিক্ষায়তন, গোলাঘাট শাখা ২০১৮ চনৰ ১ ছেপ্তেম্বৰত গঠন কৰা হয়। শাখা গঠনৰ সময়ৰপৰা বৰ্তমানলৈকে শাখাটোৱে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গণিত উৎকৰ্ষ সাধনৰ উদ্দেশ্যে বহুটো কাৰ্যসূচী ৰূপায়ন কৰি আহিছে। তাৰ মূল কাৰ্যসূচী সমূহ হ'ল—

#### ১৩ অক্টোবৰ, ২০১৮ :

শাখাৰ প্ৰথমখন গণিত কৰ্মশালা অনুষ্ঠিত হয় দেৰগাঁৱৰ ইন্দ্ৰাণী দেৱী উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত। ইন্দ্ৰাণী দেৱী উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ সহযোগত অনুষ্ঠিত হোৱা এই কৰ্মশালাত দেৰগাঁৱৰ নৱম-দশম শ্ৰেণীত অধ্যয়নৰত ১০ খন বিদ্যালয়ৰ প্ৰায় ২০০ ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আৰু ৫০ জন শিক্ষকে অংশগ্ৰহণ কৰে। সমল ব্যক্তি হিচাপে অংশগ্ৰহণ কৰে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ সম্পাদক ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা, প্ৰাক্তন সভাপতি তথা Regional Mathematics Olympiad ৰ ক্ষেত্ৰীয় সমন্বয়ক ড° প্ৰবীণ দাস, গোলাঘাট শাখাৰ সম্পাদক সিদ্ধাৰ্থ প্ৰতীম গগৈ আৰু যুটীয়া সম্পাদক চেয়দ আক্ৰাম হুছেইনে।

#### ২২ ডিচেম্বৰ, ২০১৮ :

সমগ্ৰ ভাৰতবৰ্ষৰ লগতে গোলাঘাটতো ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিবস উদ্‌যাপন কৰা হয়। গোলাঘাটৰ বিবেকানন্দ কেন্দ্ৰ বিদ্যালয়ত হোৱা এই অনুষ্ঠানত অসম ভিত্তিত 'গণিত কুইজ' অনুষ্ঠিত কৰা হয় য'ত অসমৰ বিভিন্ন ঠাইৰ ১৬ টা দলে অংশগ্ৰহণ কৰে। শাখাৰ সম্পাদক, সিদ্ধাৰ্থ প্ৰতীম গগৈ 'কুইজ মাষ্টাৰ' হিচাপে থকা প্ৰতিযোগিতাখনত দিল্লী পাব্লিক স্কুল, নুমলীগড়ৰ সপ্তৰ্ষি চৌধুৰী আৰু অৰুণাচল বৰঠাকুৰৰ দলে শ্ৰেষ্ঠতা অৰ্জন কৰে। শ্ৰেষ্ঠ দলটিক স্বৰ্ণীয় জীৱকান্ত গগৈৰ স্মৃতিত তেখেতৰ পুত্ৰ দীপক কুমাৰ গগৈয়ে আগবঢ়োৱা নগদ ৫০০০ টকা আৰু সৰস্বতী প্ৰকাশনে আগবঢ়োৱা কিতাপৰ টোপোলাৰে পুৰস্কৃত কৰা হয়। অনুষ্ঠানত Packet Lunch ৰ যোগান ধৰে শ্যাম চুইটছে।

উক্ত অনুষ্ঠানতেই অসমৰ সন্তান সূদৰ আমেৰিকাৰ Kansas বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গৱেষক ছাত্ৰ ভাগৱত জ্যোতি শইকীয়াই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক উদ্দেশ্যে এক খুউব মনোগ্ৰাহী বক্তৃতা ৰাখে।

#### ১২ নৱেম্বৰ, ২০১৯ :

অসম গণিত শিক্ষায়তন, গোলাঘাটৰ সদস্য শ্ৰীযুত ধ্ৰুৱজ্যোতি শইকীয়াৰ নিজা উদ্যোগত তেওঁৰ কৰ্মৰত বিদ্যালয় কাকডোঙা উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত ১০ খন বিদ্যালয়ৰ শতাধিক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ উপস্থিতিত অসম গণিত শিক্ষায়তন, গোলাঘাট শাখাৰ বেনাৰত শাখাৰ দ্বিতীয়খন 'গণিত কৰ্মশালা' অনুষ্ঠিত হয়। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক গণিত অলিম্পিয়াড তথা সৰ্বভাৰতীয় বৃত্তিমূলক পৰীক্ষাৰ প্ৰশ্নসমূহ চিনাকি কৰাই দিয়াৰ উদ্দেশ্যে এই কৰ্মশালা অনুষ্ঠিত কৰা হয়। কৰ্মশালাৰ সমল ব্যক্তি আছিল শাখাৰ সম্পাদক সিদ্ধাৰ্থ প্ৰতীম গগৈ।

**১৭ নৱেম্বৰ, ২০১৯ঃ**

এই দিনটো গোলাঘাটৰ গণিত শিক্ষাজগতৰ বাবে এটা উল্লেখযোগ্য দিন। গোলাঘাট জিলাখনত পোন প্ৰথমবাৰৰ বাবে গণিত অলিম্পিয়াড তথা সৰ্বভাৰতীয় বৃত্তিমূলক পৰীক্ষাত অহা গণিতৰ প্ৰশ্নসমূহ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ লগত পৰিচয় কৰি দিয়াৰ উদ্দেশ্যে এই পৰীক্ষা অনুষ্ঠিত হয়। পৰীক্ষাৰ নাম ৰখা হয় গণিত উৎকৰ্ষ সাধন পৰীক্ষা। প্ৰশ্নকাকতখনত ২০ টা পাঠ্যপুথিৰ প্ৰশ্ন, ১০ টা গণিত অলিম্পিয়াডৰ প্ৰশ্ন আৰু ১০ টা সৰ্বভাৰতীয় বৃত্তিমূলক পৰীক্ষাৰ প্ৰশ্ন থাকে। MCQ ধৰণৰ এই প্ৰশ্নৰ উত্তৰসমূহ ছাত্ৰ ছাত্ৰীয়ে OMR sheet ত লিখে। ষষ্ঠ শ্ৰেণীৰ পৰা দশম শ্ৰেণীলৈকে শ্ৰেণী ভিত্তিত এই পাঁচটা শাখাত জিলাখনৰ ৮২ খন বিদ্যালয়ৰ ১৫০০ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অংশগ্ৰহণ কৰে। জিলাখনৰ মুঠ ১৬ টা কেন্দ্ৰত এই পৰীক্ষাসমূহ অনুষ্ঠিত হয়। প্ৰতিটো শাখাৰ পৰা প্ৰথম তিনিজনৰ Rank, তাৰ পিছৰ ৫% ক Certificate of merit আৰু তাৰ পিছৰ ১০% ক Certificate of Appreciation প্ৰদান কৰা হয়। ১ ডিচেম্বৰত ফলাফল ঘোষণা কৰা এই পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ সকলক নগদ ধন কিতাপৰ টোপোলা আৰু মানপত্ৰ প্ৰদান কৰা হয়, ২০২০ চনৰ ১৯ নৱেম্বৰৰ গণিত মেলাত।

**২২ ডিচেম্বৰ, ২০১৯ঃ**

শাখাৰ নতুন সদস্য কিৰণময়ী বুঢ়াগোঁহাইৰ নিজা উদ্যোগত, মৰঙি শিশু ভৱনৰ সহযোগত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ দ্বাৰা মৰঙি শিশু ভৱনত 'ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস' উদযাপন কৰা হয়। ৫ খন বিদ্যালয়ৰ প্ৰায় ১০০ জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী, শিক্ষক-অভিভাৱকে অংশগ্ৰহণ কৰা অনুষ্ঠানটোৰ লগত সংগতি ৰাখি অনুষ্ঠিত কৰা 'গণিতীয় আৰ্হি প্ৰস্তুতকৰণ' শীৰ্ষক কৰ্মশালাত সমল ব্যক্তি হিচাপে অংশগ্ৰহণ কৰে শাখাৰ সম্পাদক সিদ্ধাৰ্থ প্ৰতীম গগৈয়ে।

**১৯ জানুৱাৰী, ২০২০ঃ**

গণিত জনপ্ৰিয়কৰণক এক মাত্ৰা প্ৰদান কৰাৰ উদ্দেশ্যে সম্পূৰ্ণ এক নতুন ধাৰণাৰে এই দিনটোতে গোলাঘাটৰ হামদৈ উচ্চ বুনিয়াদী বিদ্যালয়ত 'গণিত মেলা ২০২০' অনুষ্ঠিত কৰা হয়। অনুষ্ঠানৰ আৰম্ভণিতে শাখাৰ পতাকা উত্তোলন কৰে শাখাৰ সভাপতি ড° বিপুল চন্দ্ৰ ভূঞাই। ইয়াৰ পিছতে জিলা ভিত্তিত অনুষ্ঠিত হোৱা 'গণিতীয় আৰ্হি' প্ৰতিযোগিতাত ষষ্ঠ শ্ৰেণীৰপৰা অষ্টম শ্ৰেণীৰ শাখাত শ্ৰেষ্ঠতা অৰ্জন কৰে গোলাঘাট জাতীয় বিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰী প্ৰাচুৰ্যা ৰাণী ভৰালী আৰু সীমাদ্ৰী হাতীবৰুৱাৰ দলে আৰু নৱম- দশম শ্ৰেণীৰ শাখাত শ্ৰেষ্ঠতা অৰ্জন কৰে বহু বকীয়াল জ্ঞানপীঠ উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰী মুন বৰা আৰু কল্পনা বৰাৰ দলে। প্ৰতিযোগিতাৰ বিচাৰকদ্বয় আছিল চন্দ্ৰনাথ বেজবৰুৱা মহাবিদ্যালয়, বোকাখাটৰ উপাধ্যক্ষ সুৰজিৎ দত্ত ছাৰ আৰু জয়া গগৈ মহাবিদ্যালয়, খুমটাইৰ গণিত বিভাগৰ সহকাৰী প্ৰবক্তা ড° উৎপল শৰ্মা ছাৰ।

ইয়াৰ পিছতে গণিত উৎকৰ্ষ সাধন পৰীক্ষাৰ Rank আৰু Certificate of merit প্ৰাপ্ত সকলৰ লগতে শিক্ষক সকলৰ বাবেও এক গণিত কৰ্মশালা অনুষ্ঠিত কৰা হয়। কৰ্মশালাখনত সমল ব্যক্তি হিচাপে অংশগ্ৰহণ কৰে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ প্ৰাক্তন সম্পাদক তথা বঙ্গাই গাঁও পলিটেকনিকৰ গণিত বিভাগৰ জ্যেষ্ঠ প্ৰবক্তা বীৰব্ৰত দাস চৌধুৰী ছাৰে।

অনুষ্ঠানৰ শেষত হোৱা বাঁটা বিতৰণী সভাত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ প্ৰতিষ্ঠাপক সকলৰ অন্যতম তথা নাজিৰা উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ প্ৰাক্তন বিষয় শিক্ষক শ্ৰীযুত পদ্ম তামুলী ছাৰক সৰ্ব্বধনা জনোৱা হয়। অনুষ্ঠানতে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ অলিম্পিয়াড পৰীক্ষাৰ গোলাঘাট কেন্দ্ৰৰ কেন্দ্ৰ সমন্বয়ক তথা গোলাঘাট চৰকাৰী বেজবৰুৱা উচ্চতৰ

মাধ্যমিক বিদ্যালয়ৰ অধ্যক্ষ শ্ৰীযুত বিমান চন্দ্ৰ গোস্বামী ছাৰকো সম্বৰ্ধনা জনোৱাৰ ব্যৱস্থা কৰা হৈছিল। কিন্তু স্বাস্থ্যজনিত কাৰণত তেখেত উপস্থিত থাকিব নোৱাৰিলে। তেখেতক পিছত ঘৰত গৈ সম্বৰ্ধনা জনোৱা হয়।

অনুষ্ঠানৰ শেষলৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক বিভিন্ন ধৰণৰ প্ৰতিযোগিতা সমূহৰ বাঁটা প্ৰদান কৰাৰ লগতে 'অসম গণিত শিক্ষায়তন' গোলাঘাট শাখাৰ বাৰ্ষিক মুখপত্ৰ 'গণিত উৎকৰ্ষ, প্ৰথম সংখ্যা' উন্মোচন কৰা হয়। মুখপত্ৰ খনৰ সম্পাদক জয়ন্ত কুমাৰ শইকীয়া আৰু সহকাৰী সম্পাদক শৈলেন্দ্ৰ কুমাৰ দত্তবৰুৱা।

**ভৱিষ্যৎ পৰিকল্পনা :** অসম গণিত শিক্ষায়তন, গোলাঘাট শাখাই অনাগত দিনত গণিত জনপ্ৰিয়কৰণ আৰু ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গণিত উৎকৰ্ষ সাধনৰ উদ্দেশ্যে আৰু বহুতো আকৰ্ষণীয় অনুষ্ঠান আয়োজন কৰাৰ পৰিকল্পনা কৰিছে। যিবোৰৰ এক খুলমুল বিৱৰণ তলত দিয়া হ'ল।—

১) 'গণিতৰ সৈতে খেলো আঁহা', গণিত অলিম্পিয়াডৰ প্ৰস্তুতিৰ বাবে অনুষ্ঠিত কৰা কৰ্মশালা। শাখা গঠনৰ আগতে শাখাৰ বৰ্তমানৰ সম্পাদক সিদ্ধাৰ্থ প্ৰতীম গগৈৰ সম্পূৰ্ণ নিজা ধ্যান-ধাৰণাৰে গোলাঘাট পলিটেকনিকৰ প্ৰৱক্তা শ্যামলোচন বৰা আৰু পিছলৈ ৰিলায়েন্স কনিষ্ঠ মহাবিদ্যালয়ৰ উদ্যোগত গোলাঘাট পলিটেকনিকৰ প্ৰৱক্তা নৱজ্যোতি দত্ত, চন্দ্ৰনাথ বেজবৰুৱা মহাবিদ্যালয়ৰ উপাধ্যক্ষ সুৰজিৎ দত্ত ছাৰ, শংকৰদেৱ শিশু বিদ্যা নিকেতন আৰু বিবেকানন্দ কেন্দ্ৰ বিদ্যালয়ৰ সহযোগত ২০১৭ চনৰ ৩ চেপ্তেম্বৰ তাৰিখৰ পৰা এইলানি কৰ্মশালা অনুষ্ঠিত হৈ আহিছে। কিছুদিন এই কৰ্মশালা সমূহ বন্ধ হৈ আছিল, যিবোৰ পুনৰাই শাখাৰ বেনাৰত ৰূপায়ন কৰা হ'ব। ন ন বিষয়লৈ ন ন ঠাইলৈ ইয়াৰ সম্প্ৰসাৰণ কৰা হ'ব।

২) গণিত উৎকৰ্ষ সাধন পৰীক্ষা প্ৰতিবছৰে অনুষ্ঠিত কৰা হ'ব আৰু এই পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে সময়ে সময়ে বিভিন্ন ধৰণৰ কৰ্মশালা অনুষ্ঠিত কৰা হ'ব।

৩) শাখাৰ পৰা সাম্প্ৰতিক সময়ত প্ৰচলিত বৃত্তিমূলক পৰীক্ষাৰ Syllabus অনুযায়ী স্কুলীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে এখন কিতাপ প্ৰকাশ কৰা। কিতাপখন অসমীয়া আৰু ইংৰাজী দুয়োটা ভাষাতে বেলেগে বেলেগে প্ৰকাশ কৰা হ'ব।

৪) সদৌ অসম ভিত্তিত 'গণিত কুইজ' প্ৰতিযোগিতা প্ৰতিবছৰে অনুষ্ঠিত কৰা।

৫) কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ দুই এক কাৰ্যসূচী গোলাঘাটত ৰূপায়ন কৰা।

### **Cachar District Branch, Silchar :**

The Cachar District Branch of Assam Academy of Mathematics was formed on 8th September 2019 by the initiative of Mathematics enthusiasts of the district with the motive of promoting mathematics in general and AAM activities in particular. Dr. Biplab Chaudhuri, Head of the Department of Mathematics, Gurucharan College was elected unanimously as the President and Prof. Jayee Nath of the same department was elected as the Vice President. The portfolios of General Secretary and Joint Secretaries went to Dr. Debashish Sharma, Gurucharan College, Mr. Bishwajit Chakraborty, Silchar Collegiate School and Mr. Bappa Roy, Ramanuj Vidya Mandir respectively. Mr. Sudip Chandra Paul, Gurucharan College was elected as the treasurer. An advisory board was also formed with three members, namely Prof. Kallol Paul, Jadavpur University, Prof. Karabi Dutta Choudhury, Assam University and Dr. Bibhas Deb, Principal, Gurucharan College. The newly formed branch took the initiative of conducting a pre-RMO camp for the candidates who qualified PRMO from Silchar centre. A total of 22 participants attended the camp from 15th to 19th October 2019 at Gurucharan College. The camp served the dual purpose of training the participants and creating a pool of local resource persons for Olympiad level activities. Young teachers and research scholars were given a chance to lecture in the camp. The resource persons were Dr. Debashish Sharma, Mr. Biplab Dhar (Research scholar, NIT Silchar), Mr. Shomavo Chakraborty (Palonghat HS School), Mr. Rahul Paul (MSc

student, NIT Silchar ) and Mr. Sabasachi Das (Dr. Kalam Institute of Education ). The camp received a very positive response from the participants.

The AAM Cachar District Branch also took the initiative to celebrate National Mathematics Day 2019 on 22nd December 2019 in a befitting manner. The program consisted of an inaugural session followed by an invited lecture and a quiz competition. The students of Department of Mathematics, Gurucharan college beautifully presented the Bengali version of the AAM song under the guidance of Mr. Subrata Roy, Executive member, AAM Cachar District. The branch also felicitated two eminent mathematics teachers of the region, namely Mr. Durgesh Ranjan Dey Purkayastha and Mr. Sitesh Ranjan Deb for their sincere efforts in imparting mathematics education at school level. A wonderful invited talk, titled "Beautiful Mathematics " was presented by Dr. Kedar Nath Das, NIT Silchar. A total of around 150 students attended the program. Earlier on the day, a screening round was held for selecting five teams out of 70 teams for the mathematical quiz competition "Mathwiz" for students of classes VIII to X. The quiz was highly appreciated for its quality of presentation and neck to neck competition among the teams. The first prize went to Sanjiban Paul and Diptarup Das from Maharishi Vidya Mandir and the 2nd prize went to Nirjhar Nath and Aditya Deb Roy from Holy Cross School, Kabuganj.

The Cachar District Branch of Assam Academy of Mathematics will continue with various sorts of activities for promoting mathematics among the students and teachers of the region with active support from all.

#### **Nagaon Branch :**

1. Work shop on Learning Mathematics in Secondary Level. From 1st July, 2017 to 5th July, 2017.

AAM, Nagaon Branch organized a 5 Days Workshop from 1st July 2017 to 5th July, 2017 on Learning Mathematics in Secondary Level among the students of classes XI and X. Altogether 62 students participated in the program from different schools of Nagaon District. Seven Teachers were teaching mathematics in different topics, Activity in Mathematics lab, Set Theory and Trigonometry, Application of Trigonometry, Number System ( Mathletics & Olympiad) and Inequality ( Mathletics & Olympiad).

Workshop on "Learning of Mathematics in Secondary level" from 1st July, 2017 to 5th July, 2017 at Nowgong College was organized by AAM, Nagaon Branch and Dept. of Mathematics, Nowgong college.

2. Mathematics Olympiad was held on 10th Sept. 2017.

In this examination there were 3 Students in category-I, 15 students in category-II and 17 students in category-III. Total students - 25.

3. National Mathematics Day

AAM, Nagaon Branch observed National Mathematics Day on 22nd Dec. 2017 at Bahampur S.S.A Girl's High School, Bahampur. There were about 180 Students participating in different competitions.

4. Mathletics

In this examination held on 20th May, 2018, 60 groups participated in category-III only.

5. Mathematics Olympiad, 2019

Mathematics Olympiad was held on 26th May, 2019 with participating students as follows-

Category-I 29, Category-II 37 and Category-II 16, Total - 82 students

6. Mathematics Exhibition, 2019.

AAM, Nagaon Branch organized a District Level mathematics exhibition on 4th August, 2019 at Nowgong college.

**চাপৰ শাখা :**

১। Mathematics Olympiad ৰ বাবে ৫ম শ্ৰেণীৰ পৰা ১ম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলকলৈ বিশেষ পাঠদান কাৰ্যসূচী সম্পন্ন কৰা হয়। ২। অসম গণিত শিক্ষায়তনে অনুষ্ঠিত কৰা ২০১৯ চনৰ ২৬ মে' তাৰিখে অনুষ্ঠিত কৰা Mathematics Olympiad পৰীক্ষাত আমাৰ চাপৰ কেন্দ্ৰইও অংশগ্ৰহণ কৰে আৰু প্ৰথম কেটেগৰিত জুহি ৰায়ে পঞ্চম স্থান লাভ কৰে। ৩। ২২/১২/২০১৯ তাৰিখে ৰামানুজনৰ জন্ম দিনটো ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস হিচাপে অনুষ্ঠাপীয়াকৈ পালন কৰা হয়।

**Bongaigaon branch :**

1. Organized AAM State MO at Bongaigaon Centre in the Categories. 2. Organized a 'Smriticharan Xabha' on 18th June, 2019 to pay tribute to the renowned mathematics communicator of Assam Mr. Dhurjyoti Prasad Mazumdar expired on 7th June, 2019. AAM, Bongaigaon unit also sent a condolence message to the bereaved family.

**Biswanath Chariali Branch :**

The Biswanath Chariali branch of AAM was established on 2017, 2 February at Biswanath Chariali. Dr. Arun Chaliha and Pranjal Bordoloi was elected as district president and secretary respectively.

A general meeting was held on 2nd April, 2017 to chalk out programmes for students of the locality.

A three days workshop was organised and a popular talk on mathematics was delivered by Arun Sharania, HOD, Mathematics, T.H.B. College at THB College, Jamugurihat.

**দৰং শাখা :**

অসম গণিত শিক্ষায়তন, দৰং জিলাৰ ২০১৮-১৯ বৰ্ষৰ দ্বিবাৰ্ষিক অধিবেশনখন মঙ্গলদৈ উচ্চতৰ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত যোৱা ইং ২১-০৩-২০১৯ তাৰিখে অনুষ্ঠিত হয়। উক্ত অনুষ্ঠানত মুখ্য অতিথি হিচাপে উপস্থিত থাকে ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা, সম্পাদক, অসম গণিত শিক্ষায়তন। অধিবেশনত মাননীয় চমক ৰায় কলিতা, অৱসৰী প্ৰধান শিক্ষক, নগাওঁ জনতা হাইস্কুল, সভাপতি আৰু পবিত্ৰ হাজৰিকা, শিক্ষক, ছিপাবাৰ বি. জে. উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, সম্পাদক, নৱ নিযুক্ত হিচাবে লৈ মুঠ নজনীয়া নতুন কমিটিখন গঠন কৰা হয়। বিগত সময়ছোৱাৰ মে' মাহত (২০১৯) মঙ্গলদৈ শাখাৰ উদ্যোগত মেথেমেথিক্স অলিম্পিয়াড পৰীক্ষা হয়। ইয়াত প্ৰায় ১৫০ জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অংশ গ্ৰহণ কৰে। আনহাতে জুলাই মাহত দৰং জিলাৰ দুখন আগশাৰীৰ প্ৰতিষ্ঠান নৱোদয় স্কুল, টেঙাবাৰী আৰু মঙ্গলদৈ চেণ্ট্ৰেল স্কুলত সভা অনুষ্ঠিত হয়। পৰৱৰ্তী সময়ত জিলাখনৰ পৰা ২০ জন ছাত্ৰ ছাত্ৰীয়ে অংশ গ্ৰহণ কৰে। বিগত বছৰ ১২ জুলাই, ২০১৯ তাৰিখে দৰং জিলা শাখাৰ উদ্যোগত ছিপাবাৰ জাতীয় বিদ্যালয়ত ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস উদ্‌যাপন কৰা হয়। উক্ত অনুষ্ঠানত বিশিষ্ট অতিথি ৰূপে উপস্থিত আছিল ড° প্ৰবীন দাস, প্ৰাঃ সভাপতি, অসম গণিত শিক্ষায়তন, ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা, সম্পাদক, অসম গণিত শিক্ষায়তন আৰু শ্ৰী মনোজ কুমাৰ শৰ্মা, অধ্যাপক, গুৱাহাটী কলেজ। অনুষ্ঠানত দৰং জিলাৰ ২৫ খন স্কুলৰ প্ৰায় ২০০ জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আৰু শিক্ষকে অংশ গ্ৰহণ কৰে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰী সকলৰ মাজত গণিত বিষয়ৰ প্ৰতিযোগিতা প্ৰস্তুতিৰ বাবে কৰ্মশালাখন পৰিচালনা কৰে শ্ৰী মনোজ কুমাৰ শৰ্মাদেৱে। আনহাতে ড° প্ৰবীন দাস আৰু ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মাদেৱে শিক্ষক সকলৰ লগত গণিত শিক্ষাৰ



ক্ষেত্ৰত বিভিন্ন সমস্যাৰ ওপৰত আলোচনা কৰে। একেদৰে যোৱা ২৯-১১-২০১৯ তাৰিখে শিক্ষায়তন দৰং জিলাৰ উদ্যোগত 'শান্তিৰাম দাস স্মাৰক বক্তৃতা' শীৰ্ষক অনুষ্ঠানখনি পশ্চিম বঙামাটি হাইস্কুলত অনুষ্ঠিত হয়। উক্ত অনুষ্ঠানত মুখ্য ভাষণ প্ৰদান কৰে ড° চন্দ্ৰৰেখা মহন্ত ডাঙৰীয়ানীয়ে, অধ্যাপিকা গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়। লগতে অনুষ্ঠানখনত অতিথি হিচাপে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰপৰা উপস্থিত থাকে ড° ৰামচন্দ্ৰ ডেকা, ড° প্ৰবীণ দাস, ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা আৰু ড° লতিকা কলিতা, অধ্যাপক কাৰিকৰী মহাবিদ্যালয়, বাইহাটা চাৰিআলি।

ইয়াৰ উপৰিও বিভিন্ন সময়ত শিক্ষায়তনৰ দ্বাৰা গণিত জনপ্ৰিয় কৰাৰ উদ্দেশ্যে গণিতৰ সৰুসুৰা কৰ্মশালা অনুষ্ঠিত কৰা হয়।

### যোৰহাট শাখা :

২০১৯ চনৰ ১৮ আগষ্ট দেওবাৰে অসম গণিত শিক্ষায়তন কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ সম্পাদক মহোদয়ৰ সহযোগত আৰু শিক্ষয়িত্ৰী কাকলি বৰঠাকুৰৰ একক প্ৰচেষ্টাত তৰাজান উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত ১৫ জনীয়া সদস্যৰ যোৰহাট শাখা মুকলি কৰা হয়। শাখা মুকলি সভাখনত সভাপতিত্ব কৰে যোৰহাট বিজ্ঞান আৰু প্ৰযুক্তি বিদ্যা প্ৰতিষ্ঠানৰ গণিত বিভাগৰ মুৰব্বী অধ্যাপক ড° ৰাফেল কুমাৰ শইকীয়াই। সভাত অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ সম্পাদক ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মাও উপস্থিত থাকে। সভাই যোৰহাট শাখাৰ বাবে সভাপতি ড° ৰাফেল কুমাৰ শইকীয়া, উপসভাপতি শ্ৰীৰঞ্জন শৰ্মা, সাধাৰণ সম্পাদক কাকলি বৰঠাকুৰ, যুটীয়া সম্পাদক ত্ৰিদিৰ জ্যোতি নেওঁগ আৰু কৌস্তভ বৰা, কোষাধ্যক্ষ কংকণ কিশোৰ দত্তৰ নাম অনুমোদন কৰি প্ৰস্তাৱ গ্ৰহণ কৰে।

যোৰহাট শাখাই ২৫/০৯/২০১৯ তাৰিখ দেওবাৰে বামুন পুখুৰী উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত এখনি গণিতৰ কুইজ প্ৰতিযোগিতা অনুষ্ঠিত কৰে। ৩১/১০/২০১৯ তাৰিখটো অস্তিম তাৰিখ ঘোষণা কৰি এখনি গণিতৰ ৰচনা প্ৰতিযোগিতা অনুষ্ঠিত কৰা হয়। ২১/০১/২০২০ তাৰিখ দেওবাৰে চিনামৰা উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ত গণিতৰ আৰ্হি প্ৰতিযোগিতা অনুষ্ঠিত কৰা হয়। ২৯/০১/২০২০ তাৰিখ দেওবাৰে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ আজীৱন সদস্য, আমেৰিকাৰ ৰ'ড আইলেণ্ড বিশ্ববিদ্যালয়ৰ অৱসৰ প্ৰাপ্ত গণিতজ্ঞ প্ৰয়াত ড° দিলীপ কুমাৰ দত্তচাৰৰ শ্ৰদ্ধাঞ্জলি অনুষ্ঠান অনুষ্ঠিত কৰি শোক প্ৰস্তাৱ লোৱা হয়। কেন্দ্ৰীয় সমিতিৰ সাধাৰণ সম্পাদক উপস্থিত থাকে।

অহা ইং ১৫/০৩/২০২০ তাৰিখ দেওবাৰে যোৰহাট বিজ্ঞান আৰু প্ৰযুক্তি বিদ্যা প্ৰতিষ্ঠানত যোৰহাট শাখাৰ মুকলি সভা আয়োজন কৰা হৈছে। এই সভাতে প্ৰতিযোগিতা সমূহৰ পুৰস্কাৰ বিতৰণ কৰা হ'ব আৰু অংশ গ্ৰহণ কৰা প্ৰতিজন প্ৰতিযোগিতাৰ বিজয়ীসকলক নগদ ধন, মানপত্ৰ আৰু চলন্তট্ৰফী প্ৰদান কৰা হ'ব। প্ৰতিবছৰে এই তিনিওটা প্ৰতিযোগিতা অনুষ্ঠিত কৰা হ'ব। সভাত আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱসৰ লগত সংগতি ৰাখি শ্ৰদ্ধাৰ প্ৰয়াত ড° দিলীপ কুমাৰ দত্তচাৰৰ সোঁৱৰণী স্মাৰক বক্তৃতা প্ৰদান অনুষ্ঠান অনুষ্ঠিত কৰা হ'ব।

## Executive Committees of AAM Branches

### **Bokakhat Branch :**

**Chief Advisor :** Sarat Ch. Dutta, Principal, CNB College; **Advisor :** Kamal Gogoi, Dr. Golap Bora, Dr. Utpal Sarma and Surajit Dutta; **President :** Rubul Bora; **Vice-President :** Bibekananda Hazarika & Dr. Bidyut Borah; **Secretary :** Abhijit Khound; **Asstt. Secretary :** Rupjyoti Mahatu & Dipak Saha; **Treasurer :** Bibhuti Saran Borah; **Executive Member :** Hariprasad Nath, Achyut Sarma Hazarika, Tulsi Bora, Pankaj Pondit, Saityen Gogoi, Mridumoloi Bora.

### **Bongaigaon Branch :**

**President :** Jitendra Chandra Mishra Bhagawati; **Vice-President :** Munindra Nath Das; **General Secretary :** Arup Jyoti Mazumdar; **Asstt. Secretary :** Jyotirmoi Mazumdar; **Treasurer :** Bibhuti Kalita; **Members :** Manabendra Das, Ajit Kalita, Birabrata Das Choudhury, Abhijit Barman, Chattra Sing Choudhury, Laba Baruah, Harendra Kalita, Ajit Sarkar,

### **Golaghat Branch :**

**President :** Dr. Bipul Chandra Bhuyan; **Principal,** HPB Girls College, Golaghat; **Vice-President :** Achintya Goswami, Principal, VKV Golaghat; **Secretary :** Siddhartha Protim Gogoi, Lecturer (Mathematics), Golaghat Polytechnic, Furkating; **Joint Secretary :** Akram Hussain, PGT (Mathematics), Athkhelia HS School, Nabajyoti Dutta, Research Scholar, Dibrugarh University; **Treasurer :** Shyam Lochan Bora, Research Scholar, Dibrugarh University; **Magazine Secretary :** Jayanta Kr. Saikia, Headmaster, Hamdoi SBS, Golaghat; **Executive Member :** Lokendra Nath Bora, Principal, Kamarbandha HS School, Sailendra Kr. Dutta Baruah; Asstt. Teacher, Golaghat ME School, Milanjyoti Saikia, Asstt Teacher, Gomariguri Janajati High School, Moniporna Gogoi, Asstt. Teacher, VKV Golaghat, Pulin Barua, Asstt. Teacher, Indrani Devi HS School, Dipjyoti Sarma, Asstt Teacher, VKV Golaghat, Nogen Bora, Merapani Town High School.

### **Nalbari Branch :**

**President :** Dr. Pramod Baishya, Ph.D.; **Secretary :** Apurba Deka, M.Sc., B.Ed.; **Asstt. Secretary :** Moinul Haque Choudhury; **Treasurer :** Maheswar Burma; **Auditor :** Kanteswar Deka; **Members :** Dr. Karuna Barua, Ph.D., Sunil Deka, Dr. Girish Deka, Ph.D., Dri Diganta Sarma, M.Sc., Lakshmi Mazumder, M.Sc.



**Nagaon Branch :**

**Advisor :** Nirada Saikia ( Deka), Rtd. Prof. in Maths , A.D.P. College, Nagaon; **President :** Prabir Kumar Baruah, Rtd. HOD, Deptt. of Physics , A.D.P. College, Nagaon; **Secretary :** Padmeswar Senapati, Assistant Prof. in Maths , Nowgong College, Nagaon; **Joint Secretary :** Dixita Bora, Assistant Teacher, Puranigudam RKB H.S. School, Kamal Ch. Hazarika, Assistant Teacher, SSA, Girls High School, Bahampur, Nagaon; **Assistant Secretary :** Abhilasha Nath, Lecturer, B.Ed. College, Sonapur, Kamrup; **Treasurer :** Dr. Ajanta Choudhury, Nagaon Polytechnic, Nagaon; **Members :** Dr. Gayatri Das, Kakali Das Saikia, Raj Coomar, Ranjan Barman & Labar Kanta Sharma.

**Chapar Branch :**

**President :** Sri Arun Kangsabanik; **Secretary :** Kiran Ch.Roy; **Joint Secretary :** Sudhansu Debnath, Abdul Karim Ali; **Treasurer :** Dr. Pravash Das; **Internal Auditors :** Pasan Ali Sk; **Members :** Nazrul Islam, Manjula Roy, Abdul Hanif Sk., Gautam Roy.

**Dibrugarh Branch :**

**President :** Prof. Gopal Chandra Hazarika (D.U.); **Vice-President :** Prof. Surajit Borkotokey (D.U.); **General Secretary :** Dr. Pranjal Phukan (BCPL); **Joint Secretary :** Dr. Priya Dev Goswami (DHSK College), Imdadul Haque Choudhury (BCPL); **Assistant Secretary :** Amitav Doley (DHSK College); **Treasurer :** Dr. Palash Dutta (D.U.); **Members :** Prof. Paramananda Deka (D.U.), Prof. Deb Kumar Chakraborty (D.U.); Dr. Ankur Bharali (D.U.), Niranjan Bora (D.U.), Debajyoti Das (BCPL), Noor Ahmed Dewan (BCPL), Manoj Kumar Haloi (BCPL), Debasish Goswami (BCPL), Binoy Kumar Rabha (BCPL)

**North Lakhimpur Branch :**

**President :** Upen Puzari; **Vice-President :** Dr Prabin Phukan; **Secretary :** Dibyajyoti Gogoi; **Asstt. Secretary :** Sahidul Ahmed; **Members :** Dr Biman Ch Chetia, Mr Dilip Borua, Mr Prabhat Dutta, Dr Bubul Saikia, Mr Jeevan Dutta, Mr Kesab Phukan & Mr Pradip Gogoi  
**Sonitpur Branch :** **President :** Dr. Ram Charan Deka; **Vice-President :** Dr. Bhim Prasad Sarmah & Dr. Arun Mahanta; **Secretary :** Anamika Gogoi; **Joint Secretary :** Umesh Sarma & Swapna Baruah; **Treasurer :** Sashi Upadhyaya; **Co-ordinator :** Dr. Himashree Kalita; **Academic Co-ordinator :** Diganta Bijoy Dutta; **Advisor :** Dr. Shuvam Sen, Dr. Ranjit Kr. Misra, Dr. Bipul Sarma & Sri Nabin Ch. Lahkar.

**Jorhat Branch :**

**President :** Dr. Raphel Kumar Saikia; Asstt. Prof. & Head Mathematics Science College, Jorhat (JIST); **Vice-President :** Sri Ranjan Sharma, Headmaster, Moabundha High School; **General Secretary :** Kakoli Barthakur, Mathematics Teacher, Tarajan High School; **Joint Secretary :** Tridip Jyoti Neog, Prof. Mathematics, Arunodoi Academy, Amguri, Kaustav Bora, Mathematics Teacher, Chinamara High School; **Treasurer :** Kankan Kishor Dutto, Science Teacher, Bamun Pukhuri High School, Janji; **Members :** Preety Bora, Science Teacher, Gont Bora HS School, Ujjal Saikia, Science Teacher Goa Guri High School, Jugal Chutia, Mathematics Teacher, Mr. Dhruva Jyoti Ojah, Mathematic Teacher, Abhinab Bordoloi, Maths Teacher, Rajdeep Gogoi, Maths Teacher Bonai High School, Dimpal Jyoti Neog, Maths Teacher, Sekaikhangia

High School, Rituraj Sharma, Science Teacher, Madhushmita Goswami, Science Teacher Parbatia High School.

**Biswanath Chariali Branch :**

**President :** Dr. Arun Chaliha; **Vice-President :** Padmanath Phukan; **Secretary :** Pranjal Bordoloi; **Asstt. Secretary :** Girindra Bharali, Ripunjoy Bordoloi.

**Sivasagar Branch :**

**President :** Pranab Boruah; **Vice-Peresident :** Ruhini Gogoi; **Secretary :** Jiten Hazarika; **Joint Secretary :** Gunobikash Borgohain, Prokash Borpujari; **Tresurer :** Navadeep Boruah; **Internal Auditor :** Dilip Borah, Maina Bharali; **Co-ordinator :** Dipankar Hatikakoti; **Magazine Secretary :** Ruhini Gogoi; **Talent Search Committee :** Bikashjyoti Gogoi, Abhijit Mohan, Raja Chetia, Binoy Arondhara; **Public Relation :** Manoj Gogoi.

**Darrang Branch :**

**President :** Chamak Rai Kalita; **Vice-President :** Haranath Deka, Trailokya Mohan Goswami; **Secretary :** Pabitra Hazarika; **Joint Secretary :** Trailokya Baruah, Mokhtarul Hoque; **Tresurer:** Girish Bhuyan; **Executive Member :** Madan Nath, Suren Kalika , Hemanta Deka, Basanta Nath, Gouri Bhushan Basistha.

**Cachar Branch :**

**Advisory Board :** Dr. Kallol Paul, Department of Mathematics, Jadavpur University, Kolkata, Dr. Karabi Dutta Choudhury Department of Mathematics Assam University, Silchar, Dr. Bibhas Deb, Principal, Gurucharan College, Silchar; **President :** Dr. Biplab Chaudhuri, Head of the Department of Mathematics, Gurucharan College, Silchar; **Vice-President :** Jayee Nath, Associate Professor, Department of Mathematics Gurucharan College, Silchar; **General Secretary :** Dr. Debashish Sharma, Assistant Professor, Department of Mathematics, Gurucharan College, Silchar; **Joint Secretary :** Bishwajit Chakraborty, Assistant Teacher, Silchar Collegiate School, Silchar, Bappa Roy, Assistant Teacher, Ramanuj Vidya Mandir, Silchar; **Treasurer :** Sudip Chandra Paul, Assistant Professor, Department of Mathematics, Gurucharan College, Silchar; **Executive Members :** Dr. Hridi Ranjan Deb, Silchar Collegiate School, Dr. Abhinandan Bhattacharya, Doctor, SMC, Subrata Roy, Socio Cultural Activist, Pranoy Paul, Dormi Shcool, Monojit Paul, Ramanuj Gupt Junior College, Rahul Paul, NIT, Silchar, Biplab Dhar, NIT, Silchar, Biplab Singha, Barak Valley Engineering College, Sangita Saha, NIT, Silchar, Shomavo Chakraborty, Palonghat HS School, Dipankar Saha, NIT, Silchar.

# AAM EXECUTIVE BODY (2018 & 2019)

**President** : Dr Ram Ch. Deka

**Vice President** : Dr. Rita Choudhury

**General Secretary** : Dr. Jnanjyoti Sarma

**Joint Secretary** : Dr. Ashish Paul & Dr Ujjwal Medhi

**Treasurer** : Dr. Biren Das

**Executive Members** : Dr. Tarakeswar Choudhury, Dr. Dwiraj Talukdar, Dr. Kuntala Patra, Dr. Prabin Das, Mr. Birabrata Das Choudhury, Dr. Biren Das, Mr. Bibekananda Choudhury, Dr. Chandra Rekha Mahanta, Dr. Bipan Hazarika, Dr. Debashish Bhattacharjee, Dr. Kukilkalpa Rajkhowa, Dr. Kamal Devnath, Dr. Bimalendu Kalita, Dr. Ananadram Burahgohain, Mr. Ranjit Kalita, Dr. Arun Chaliha, Mr. Manabendra Das, Mr. Padmeswar Senapati, Mr. Surajit Dutta, Mr. Deepjyoti Gogoi, Dr. Sibubasak, Dr. Siddhartha Gogoi, Mr. Kiran Ch. Ray, Mr. Sunil Deka, Mr. Lohit Ch. Medhi, Co-opted Members : Dr. Mrinal Kalita, Dr. Sanjoy Dutta, Dr. Priya Deva Goswami, Mr. Trailokya Mohan Goswami, Dr. Himasree Kalita

**The Executive Committee meeting of AAM held on 29.04.18 resolved to constitute the following Sub Committee for the two year term 2018-19.**

**Core Committee** : Dr. Ram Ch. Deka, President, Dr. Tarakeswar Choudhury, Dr. Dwiraj Talukdar, Dr. Kailash Ch. Goswami, Dr. Dilip Sarma, Dr. Prabin Das, Dr. Helen K. Saikia, Dr. Rita Choudhury, Dr. Kuntala Patra, Dr. Jnanjyoti Sarma, Dr. Biren Das, Mr. Birabrata Das Choudhury, Dr. Ashish Paul, Dr. Ujjwal Medhi,

## **Talent Search Committee :**

**Chairman** : Dr. Prabin Das

**Members** : Dr. Ram Ch. Deka, Dr. Jnanjyoti Sarma, Dr. Ashish Paul, Dr. Ujjwal Medhi, Dr. Debashish Bhattacharjee, Dr. Bipan Hazarika, Dr. Kukil Kalpa Rajkhowa, Dr. Kamal Devnath, Dr. Bimalendu Kalita, Mr. Birabrata Das Choudhury

## **Publication Subcommittee :**

**Convener** : Mr. Birabrata Das Choudhury

**Members** : Dr. Ram Ch. Deka, Dr. Dilip Sarma, Dr. Prabin Das, Dr. Jnanjyoti Sarma, Dr. Ashish Paul, Dr. Ujjwal Medhi, Dr. Sibubasak, Dr. Anandaram Burahgohain, Mr. Ranjit Kalita, Mr. Padmeswar Senapati

## **Academic Subcommittee :**

**Convener** : Dr. Kuntala Patra

**Members** : Dr. Ram Ch. Deka, Dr. Prabin Das, Dr. Jnanjyoti Sarma, Mr. Birabrata Das Choudhury, Dr. Kamal Devnath, Dr. Bimalendu Kalita

## **Editorial Board : Ganit Bikash**

**Editor** : Dr. Prabin Das

**Member** : Dr. Ram Ch. Deka, Dr. Chandra Rekha Mahanta, Dr. Jnanjyoti Sarma,

## **Editorial Board for Journal (JAAM) :**

**Chief Editor** : Prof. Rita Choudhury, Deptt. of Mathematics Gauhati University

**Associate Editor** : Dr. Bipan Hazarika, Deptt. of Mathematics Gauhati University

**Members** : Prof. Gopal Ch. Hazarika, Deptt. of Mathematics, Dibrugarh University, Prof. Bhaba Kr. Sarma, Deptt. of Mathematics, IIT Guwahati, Prof. Bhola Iswar, Retd. Prof. Deptt. of Mathematics, Bihar University, Prof. Peeyush Chandra, Retd. Prof. Deptt. of Mathematics, IIT, Kanpur, Prof. Dulal Chandra Sanyal, Retd. Prof. of Deptt. of Mathematics, Kalyani University, Prof. Debajyoti Biswas, Retd. Prof. Deptt. of Mathematics, Assam University, Prof. Uma Basu, Retd. Prof., Deptt. of Mathematics, University of Calcutta, Prof. Prabir Kumar Kundu, Deptt. of Mathematics, Jadavpur University, Dr. Nayandeep Deka Baruah, Deptt. of Mathematics, Tezpur University, Dr. Debasish Bhattacharjee, Deptt. of Mathematics, Gauhati University, Dr. Nilakshi Goswami, Deptt. of Mathematics, Gauhati University.

## MATHEMATICS OLYMPIADS 2020-2021

### IMPORTANT ANNOUNCEMENT (Updated : 14 September, 2020)

The national Olympiad programme in mathematics culminating in International Mathematical Olympiad (IMO) 2021 and European Girls' Mathematical Olympiad (EGMO) 2022 has been disrupted by the COVID-19 pandemic in the country. In view of the prevailing situation, the following decisions are announced.

- ◆ In a departure from the usual four stage procedure for the selection of the teams to represent India at the IMO 2021 and EGMO 2022 that has been followed in previous years, the selection procedure for the 2020-2021 cycle has been condensed to a three-stage process as an exception only for this year. The three stages will be :
  1. A three-hour examination called the Indian Olympiad Qualifier in Mathematics (IOQM) organised by the Mathematics Teachers Association of India (MTA(I)).
  2. The Indian National Mathematical Olympiad (INMO) organized by the Homi Bhabha Centre for Science Education - Tata Institute of Fundamental Research (HBCS-TIFR).
  3. The International Mathematical Olympiad Training Camp (IMOTC) organized by HBCSE.
- ◆ The IOQM will have 30 questions with each question having an integer answer in the range 00-99. The syllabus and standard of this examination will be the same as that of the INMO of previous years.
- ◆ The IOQM will be conducted by the MTA(I) with support from Indian Association of physics Teachers (IAPT) and HBCSE.
- ◆ The INMO and the subsequent stages of the Olympiad programme will be carried out by HBCSE.
- ◆ Online enrolment for IOQM is expected to start on the IAPT website ([iaptexam.in](http://iaptexam.in)) by 15 October, 2020.

Further confirmation regarding this and detailed information regarding eligibility and enrolments for IOQM will be announced shortly. These are expected to be similar to previous years.
- ◆ The tentative schedule for IOQM is Sunday, 17 January, 2021 from 9.00-12.00 hours.
- ◆ The tentative schedule for INMO is Sunday, 7 March, 2021 from 12.00-16.00 hours.
- ◆ Please note that the schedules are tentative, and are subject to change at short notice, depending on the prevailing pandemic situation in the country.
- ◆ There will not be any examination equivalent to the Regional Mathematical Olympiad for 2020-2021 cycle. The detailed criteria for qualification for IOQM to INMO and from INMO to IMOTC will be announced soon.
- ◆ The programme for stages beyond INMO will be announced at an appropriate later time.

For more information visit : <http://www.hbcse.tifr.res.in>



জনতাৰ চৰকাৰ | my GOV  
मेरी सरकार

## প্রকৃত শিক্ষাৰে জ্ঞানৰ অন্বেষণ কৰক



প্রকৃত শিক্ষাই মানব সম্পদ গঢ়াত সবাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ ভূমিকা পালন কৰে।  
এখন প্ৰগতিশীল ৰাজ্যৰ স্বার্থত আধুনিক দৃষ্টিভংগীৰে আমাৰ শিক্ষা ব্যৱস্থাক  
অধিক উন্নত মানৰ কৰি তুলিবলৈ ৰাজ্য চৰকাৰে লক্ষ্য স্থিৰ কৰিছে। ইয়াৰ বাবে  
'জনতাৰ চৰকাৰ MyGov, Assam'- ৰ জৰিয়তে আপোনাৰ পৰা বিচৰা হৈছে  
বহুমূলীয়া দিহা-পৰামৰ্শ।

আপোনাৰ পৰামৰ্শ প্ৰেৰণৰ বাবে ল'গ অন কৰক  
**assam.mygov.in**

জমা দিয়াৰ অন্তিম তাৰিখ  
১৫ জুলাই, ২০১৮

তথ্য আৰু জনসংযোগ সঞ্চালকালয়ৰ দ্বাৰা প্ৰচাৰিত

পঞ্জীয়ন কৰক :  
assam.mygov.in



/mygovassam

## GANIT BIKASH

Have you made mathematics your career ?

Or is it your passion? Or hobby ?

May be you are a devoted student of mathematics ?

If so, you must already have become a member of the ASSAM ACADEMY OF MATHEMATICS (AAM). In case you are not a member yet, be-one now. The Academy's doors are open for all lovers of mathematics.

A few of the objectives of the Academy are :

- (i) to advance and promote the cause of mathematics study and research in Assam.
- (ii) to hold an Annual Congress at a suitable place in Assam :
- (iii) to publish such proceedings, magazines, journals, transactions and other publications as may be considered desirable :
- (iv) to popularise mathematics study and research by holding symposia, seminars and discussions at places :
- (v) to hold an Olympiad where mathematical talent and scholarship are revealed.

The Academy's year commences in January every year. Membership is easy; for a form and other relevant particulars you have only to visit [www.aam.org.in](http://www.aam.org.in) or e-mail to the **Secretary, Assam Academy of Mathematics, Email : [jsarma\\_2001@yahoo.com](mailto:jsarma_2001@yahoo.com)**

AAM looks forward to having you as a member :



## SCHOOL OF ATHENS

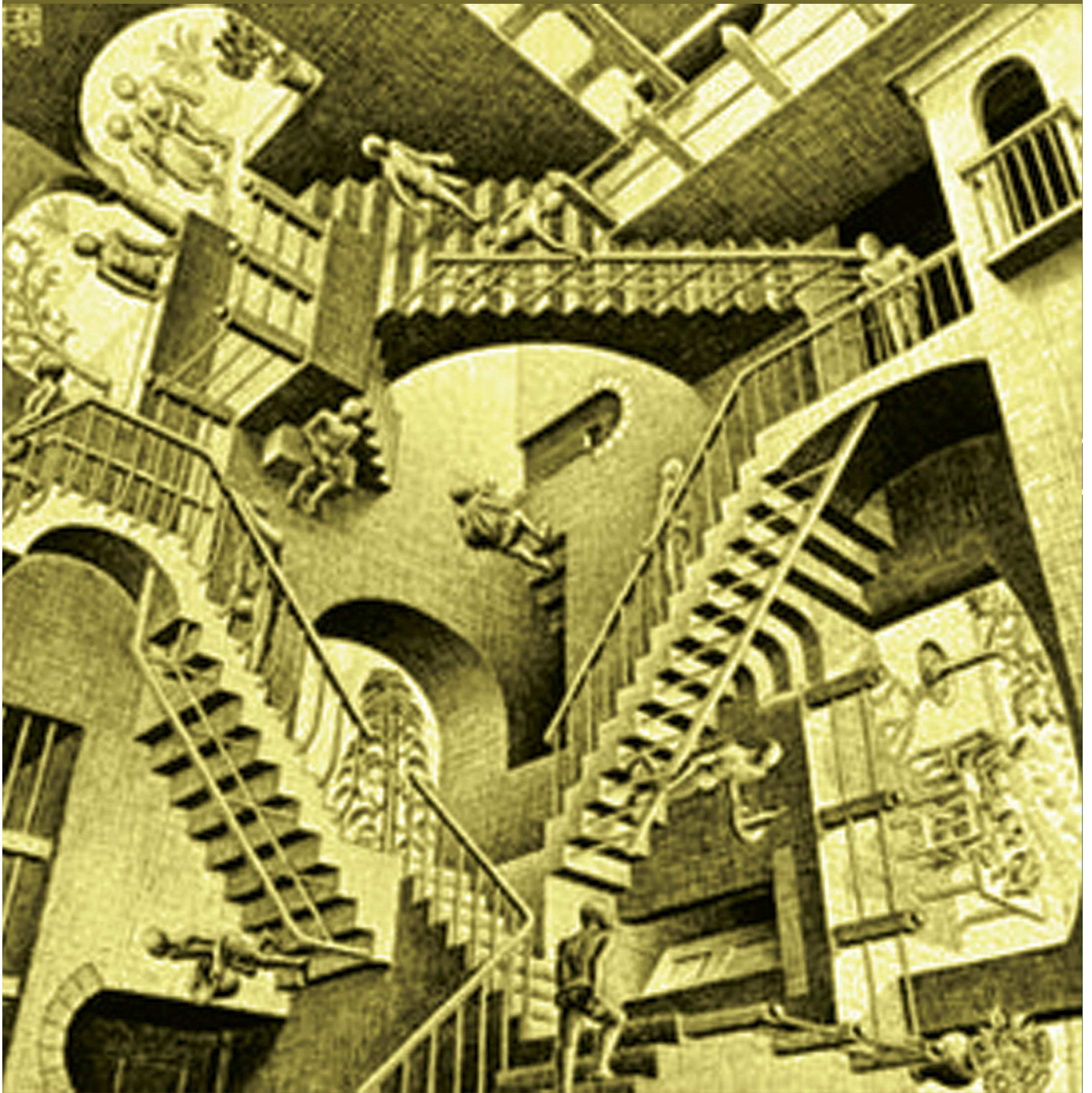


The painting “The school of Athens” is one of the most famous frescoes by the Italian Renaissance artist Raphael. It was painted between 1509 and 1511. The painting represents all the greatest mathematicians, philosophers and scientists from classical antiquity gathered together sharing their ideas and learning from each other.

Raphael is admired for his clarity of form, ease of composition and visual achievement of the Neoplatonic ideal and human grandeur.

- Source Wikipedia





Relativity: Art work by M C Escher  
The art depicts life in an impossible world